



Math. H. 214¹²

Schrader

E L E M E N T E

DER

MECHANIK UND MASCHINENLEHRE.

ZWEITER THEIL.

M E C H A N I K

M A S C H I N E N K U N S T

E R F A H R U N G

VON
FÜR

M E C H A N I K U N D M A S C H I N E N K U N S T

VON

N A T H A N I E L

M A S C H I N E N K U N S T

VON

FÜR

ELEMENTE
DER
MECHANIK
UND
MASCHINENLEHRE.

FÜR
TECHNISCHE LEHRANSTALTEN UND ZUM SELBSTSTUDIUM

VON
DR. W. SCHRADER,
DIRECTOR DER PROVINZIAL - GEWERBESCHULE IN HALLE.

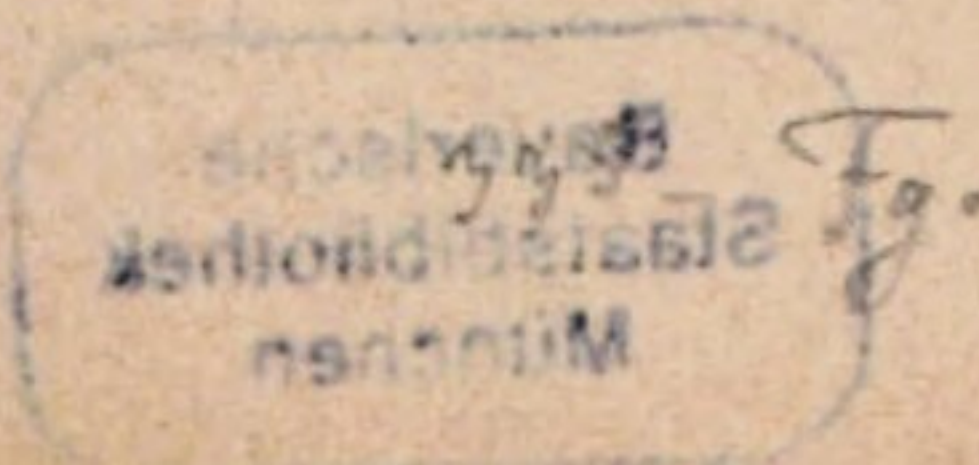
IN ZWEI THEILEN.

ZWEITER THEIL.
HYDROMECHANIK.

MIT 166 IN DEN TEXT EINGEDRUCKTEN HOLZSCHNITTEN.

HALLE.
SCHROEDEL & SIMON.

1862.



BIBLIOTHECA
REGIA
MONACENSIS

Bayerische
Staatsbibliothek
München

VORWORT.

Der vorliegende zweite Theil der Elemente der Mechanik und Maschinenlehre schliesst¹ sich nach Plan und Ausführung genau dem ersten Theile an und giebt den Abschluss des Ganzen. Durch übersichtliche Eintheilung des Materials, gleichmässige Behandlung desselben und durch eine grosse Zahl von Uebungsbeispielen hat der Verfasser auch in diesem Theile gesucht, gleichzeitig den Bedürfnissen des Schulunterrichts und des Selbststudiums zu genügen, ohne dem Buche eine zu grosse Ausdehnung zu geben.

Wenn der Verfasser in der Mechanik der tropfbaren Flüssigkeiten an das bisherige Material, wie es in den grösseren Lehrbüchern der Mechanik (z. B. in dem von Weisbach) und in einzelnen, am gehörigen Orte angezeigten Monographien enthalten ist, gewiesen war, wobei er glaubt, mit Sorgfalt in der Auswahl und Selbstständigkeit in der Auffassung verfahren zu sein; so gebot der heutige Stand der physikalischen Wissenschaft in der Mechanik der luftförmigen Körper eine Abweichung von der bisherigen Darstellungsweise. Die mechanische Wärmetheorie hat sich bereits so allgemeine Anerkennung erworben, dass es Pflicht war, ihre Resultate bei der Entwicklung der Aeromechanik aufzunehmen. Hierbei ist der Verfasser vorzugsweise den „Grundzügen der mechanischen Wärmetheorie von Zeuner“ gefolgt, indem er die wichtigsten der dort gegebenen Resultate mit einigen Erweiterungen in elementarer Ableitung wiedergegeben hat. Eine daraus abgeleitete neue Theorie der Dampfmaschine konnte im § 427 den älteren Theorien zugefügt werden.

In der Theorie der Dampferzeugung (Kap. 25) ist die „Wärmemesskunst von Schinz“ benutzt, doch weichen einige Zahlenwerthe etwas ab, weil für alle in den Verbrennungsproducten enthaltenen

Gase die Werthe für die specifische Wärme nach den Angaben Regnault's der Rechnung zu Grunde gelegt sind. Die im § 408 entwickelte Formel für die Grösse der Heizfläche eines Dampfkessels dürfte für Manchen von Interesse sein.

Auch in diesem Theile hat sich mehrfach Gelegenheit geboten, so z. B. im § 241 und § 388, die bereits im ersten Theile benutzte elementare Methode zur Bestimmung des Maximums in Anwendung zu bringen.

Schliesslich wiederhole ich gern die dankende Anerkennung der grossen Sorgfalt, mit welcher die Herren Verleger sich eine ansprechende äussere Ausstattung auch dieses zweiten Theiles haben angelegen sein lassen.

Halle, den 14. December 1861.

Der Verfasser.

INHALT.

Dritter Abschnitt.

Hydrostatik.

Funfzehntes Kapitel.

Vom Gleichgewichte der tropfbar flüssigen Körper.

Paragraph.	Seite.
308. Grundprincip der Hydrostatik	1
309. Oberfläche flüssiger Körper	2
310. Wasserdruck in Folge der Schwere	3
311. Mittelpunkt des Druckes	7
312—313. Eingetauchte und schwimmende Körper	9
314. Vermischte Aufgaben	14

Sechszehntes Kapitel.

Hydrostatische Apparate und Maschinen.

315—316. Ventile und Kolben	19
317. Die hydraulische Presse	23
318. Aräometer	27
319. Vermischte Aufgaben	28

Vierter Abschnitt.

Hydrodynamik.

Siebenzehntes Kapitel.

Vom Ausfluss des Wassers aus Gefässen.

320. Voraussetzung	29
a. Ausfluss aus horizontalen Oeffnungen bei constanter Druckhöhe.	
321. Theoretische Ausflussgeschwindigkeit	30

Paragraph.	Seite.
322. Ausflussmenge. Contraction des Strahls	32
323—324. Hydraulischer Druck	35
<i>b.</i> Ausfluss aus Seitenöffnungen bei constanter Druckhöhe.	
325—326. Ausflussmenge	39
<i>c.</i> Ausfluss bei veränderlicher Druckhöhe.	
327—328. Sinkender Wasserspiegel, communicirende Gefässe	42
329. Vermischte Aufgaben	49

Achtzehntes Kapitel.

Von der Bewegung des Wassers in Röhren und Kanälen.

330. Bewegungswiderstand in Röhren	52
331. Hydraulischer Druck gegen Röhrenwände	55
332—333. Röhrensysteme. Springende Strahlen	56
334. Bewegung des Wassers in Kanälen und Flüssen	60
335. Wassermenge eines Flusses	63
336—337. Aufstauung. Stauhöhe. Stauweite	65
338. Vermischte Aufgaben	73

Neunzehntes Kapitel.

Von dem Stoss, dem Widerstande und der Reaction des Wassers.

339. Stoss eines isolirten Wasserstrahls	75
340. Hydraulischer Druck eines abgelenkten Wasserstrahls	78
341. Maximalwerthe der übertragenen mechanischen Arbeit	81
342. Stoss und Widerstand im unbegrenzten Wasser	84
343. Reaction des ausfliessenden Wassers	87
344. Vermischte Aufgaben	88

Zwanzigstes Kapitel.

Von den hydraulischen Kraftmaschinen.

345. Eintheilung	89
346. Arten der vertikalen Wasserräder und Haupttheile	90
347. Die oberflächlichen Räder	95
348—349. Die rücken- und mittelschlächlichen Räder. Die unterschlächtigen Räder	101
350. Die Poncelet-Räder	105
351. Arten der horizontalen Wasserräder	107
352. Die horizontalen Stoss- und Druckräder	107
353. Das Segner'sche Wasserrad	111
354. Die schottische Turbine	113
355. Die Fourneyron'sche Turbine	115
356. Fontaine's und Jonval's Turbinen	121
357. Arten und Haupttheile der Wassersäulenmaschinen	122
358. Beschreibung und Theorie einer Wassersäulenmaschine	125
359. Vermischte Aufgaben	129

Fünfter Abschnitt.

Aeromechanik. I.

Die Mechanik der permanenten Gase.

Einundzwanzigstes Kapitel.

Vom Gleichgewichte und dem Drucke der permanenten Gase.

Paragraph.	Seite.
360. Grundprincip der Aerostatik	131
361—363. Atmosphärendruck. Mariotte'sches und Gay-Lussac'sches Gesetz	132
364. Clausius'scher Grundsatz der mechanischen Wärmelehre	133
365. Wärmecapacität der Luft	134
366. Hauptgleichungen der mechanischen Wärmelehre	135
367. Ausdehnung der Luft bei constanter Temperatur	136
368. Ausdehnung der Luft, ohne dass Wärme zu- oder abgeführt wird .	137
369. Arbeit durch Wärmeübertragung	139
370. Gleichgewicht der Erdatmosphäre	141
371. Vermischte Aufgaben	142

Zweiundzwanzigstes Kapitel.

Von der Bewegung der permanenten Gase.

372. Ausfluss aus Wandöffnungen	144
373. Ausfluss bei abnehmendem Drucke	146
374. Bewegung der Luft in Röhren	149
375. Stoss und Widerstand der Luft	151
376. Vermischte Aufgaben	153

Dreiundzwanzigstes Kapitel.

Aeromechanische Apparate und Maschinen.

377. Das Manometer	153
378. Der Aerostat	157
379—381. Die Saugpumpe. Die Druckpumpe. Besondere Pumpenconstructionen	158
382. Die Feuerspritze	168
383—385. Das Cylindergebläse. Das Centrifugalgebläse. Andere Gebläsearten	171
386. Bewegung der Luft in Schornsteinen	182
387—388. Die Windräder. Die Segelschiffahrt	184
389. Ericsson's calorische Maschine	192
390. Vermischte Aufgaben	199

Sechster Abschnitt.

A e r o m e c h a n i k. II.

Die Mechanik der Dämpfe.

Vierundzwanzigstes Kapitel.

Die Mechanik des Wasserdampfs.

Paragraph.	Seite.
391. Arten des Wasserdampfs	201
392. Verdampfung	202
393. Temperatur, Spannung und Volumen des gesättigten Dampfes	204
394. Gleichungen über das Verhalten des gesättigten Dampfes	207
395. Dampfexpansion bei constanter Dampfmenge	210
396. Dampfexpansion ohne Wärmezuführung	211
397. Verdampfung bei unverändertem Volumen	213
398. Condensation des Dampfes	214
399. Ausströmender Dampf	215
400. Ueberhitzter Dampf	216
401. Vermischte Aufgaben	217

Fünfundzwanzigstes Kapitel.

Von den Dampferzeugern.

402. Verbrennungswärme	218
403. Verbrennungsproducte und Luftverbrauch	220
404. Verbrennungstemperatur	221
405. Luftzuführung	222
406. Rost und Herd	223
407. Dampfkesselformen	224
408. Grösse des Dampfkessels	229
409. Nebenapparate des Dampfkessels	231
410. Vermischte Aufgaben	236

Sechszwanzigstes Kapitel.

Von den Dampfmaschinen.

411. Begriff und Eintheilung	237
412. Wesentliche Theile	239
413. Innere Steuerung	240
414. Aeussere Steuerung	243
415. Expansions-Steuerung	246
416. Die Watt'sche Dampfmaschine	251
417. Andere Systeme stationärer Maschinen	252
418—419. Die Locomotive. Hauptarten derselben	255
420. Schiffsdampfmaschinen	261
421. Aeltere Theorie der Dampfmaschinen	262
422. Pambour's Theorie	263
423. Theorie der Locomotive nach Pambour	267
424—425. Theorie der Dampfschiffe mit Schaufelrädern, mit Schraubenrädern	269
426. Theorie der Dampfmaschine nach der mechanischen Wärmelehre	273
427. Vermischte Aufgaben	277

Dritter Abschnitt.

HYDROSTATIK.

Funfzehntes Kapitel.

Vom Gleichgewichte der tropfbar flüssigen Körper.

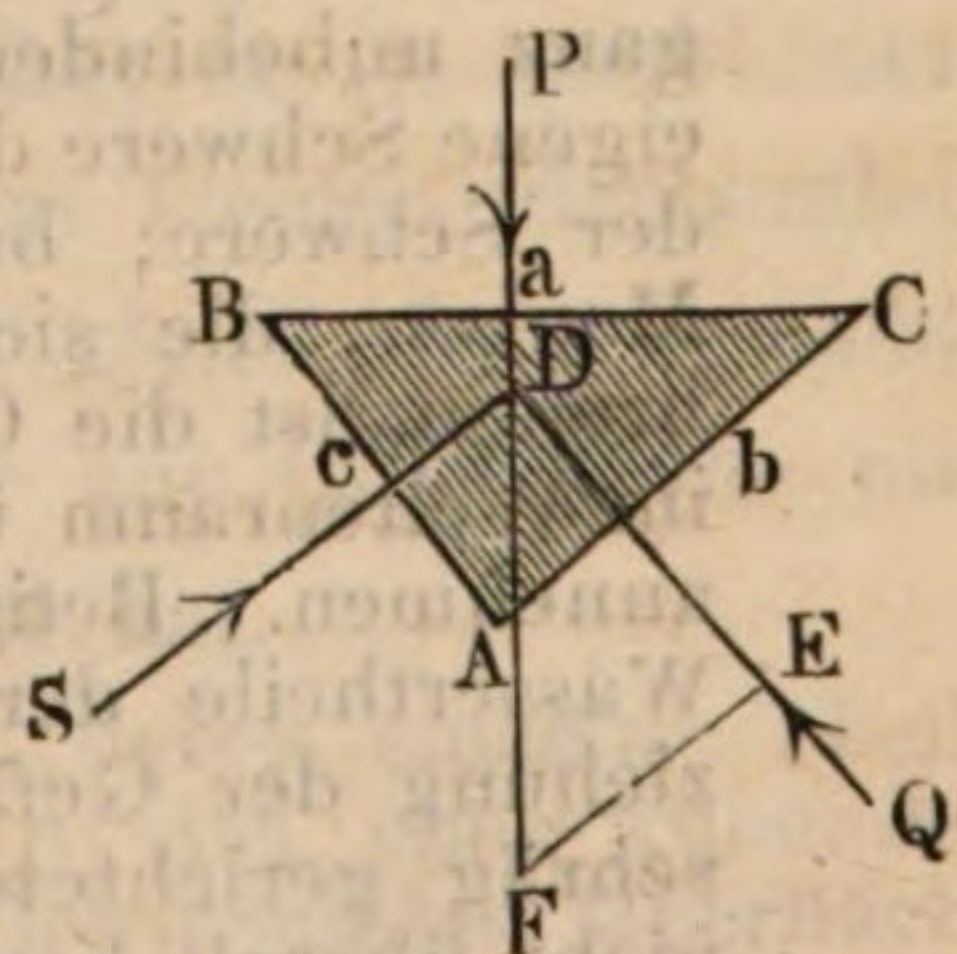
§ 308. Grundprincip der Hydrostatik.

1) Ein tropfbarflüssiger Körper pflanzt einen Druck, der gegen einen Theil seiner Oberfläche gerichtet ist, nach allen Richtungen mit gleicher Stärke fort.

Die Flüssigkeit eines Körpers besteht in der vollkommenen Verschiebbarkeit seiner Theile untereinander; dabei ist der Zusammenhang dieser Theile untereinander entweder so schwach, dass er schon geringen, dagegen gerichteten Kräften weicht, oder diese Theile haben ein actives Bestreben sich von einander zu entfernen und können nur durch äussere Kräfte bei einander erhalten werden; im ersten Falle ist der Körper tropfbar flüssig, im zweiten expansibel flüssig oder luftförmig. Der noch vorhandene geringe Zusammenhang eines tropfbar flüssigen Körpers ist Ursache der Tropfenbildung, wird aber hier nicht weiter beachtet. —

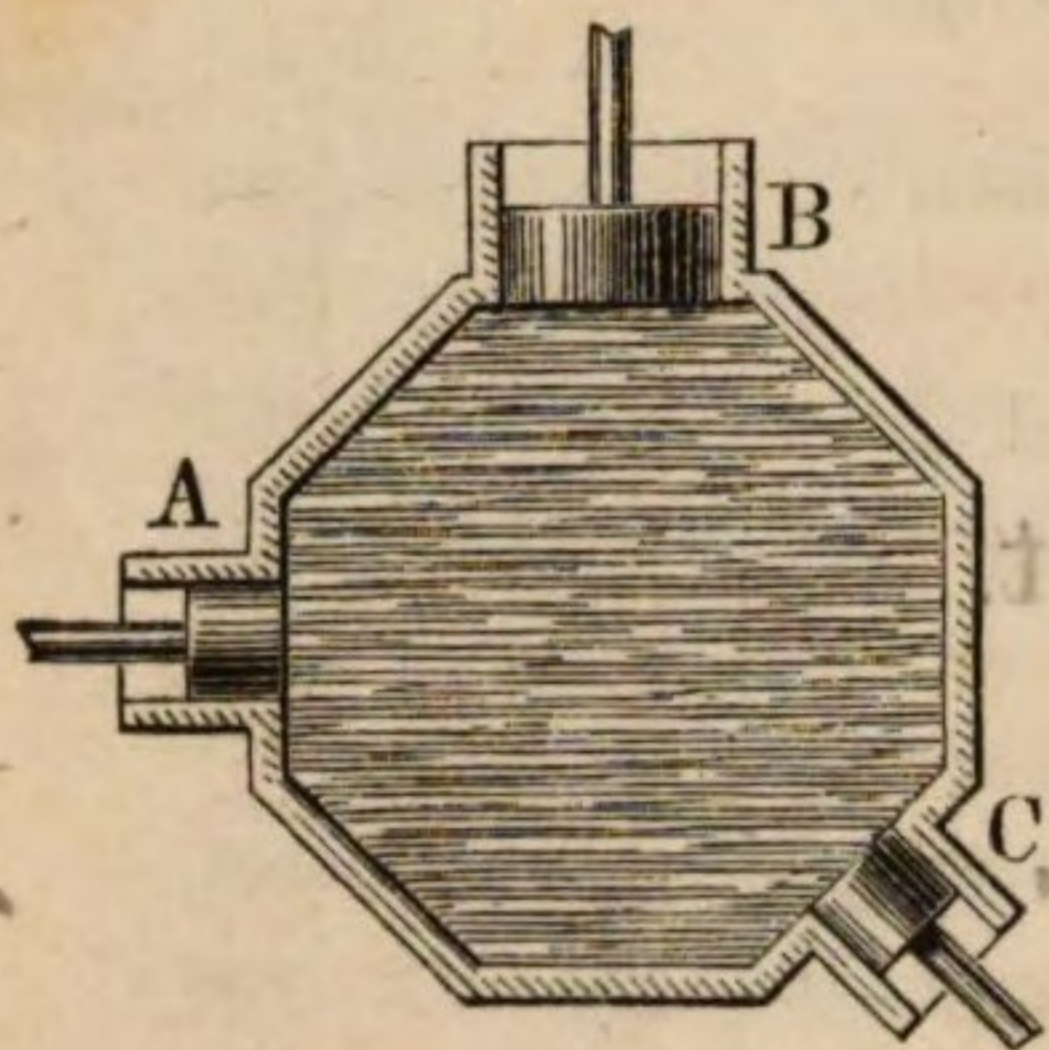
Ein starrer Körper pflanzt einen gegen einen Theil seiner Oberfläche gerichteten Druck nur in der Richtung dieses Druckes fort, ein flüssiger aber sucht, wegen der Verschiebbarkeit seiner Theile, diesem Drucke nach allen Richtungen hin auszuweichen und pflanzt also dorthin, wo dieses Ausweichen verhindert ist, diesen Druck fort. Dass die Fortpflanzung des Druckes mit gleicher Intensität stattfindet, kann man in folgender Weise beweisen. Man denke sich irgendwo in der Flüssigkeit ein beliebiges gerades Flüssigkeits-Prisma von der Länge l und dem Querschnitt ABC (Fig. 270) mit den Dreieckseiten a , b , c . Gegen die Fläche BC wirke der Druck P auf diese Flüssigkeit, diese sucht dem Druck auszuweichen und ruft dadurch in AC den Druck Q und in AB den Druck S hervor. Diese drei Kräfte müssen im Gleichgewicht stehen, und dieses Gleichgewicht muss unverändert bleiben, wenn innerhalb der übrigen Flüssigkeit das Prisma ABC plötzlich starr wird. Ist nun der Druck auf die Flächeneinheit BC gleich q , der relative Druck gegen AC und BC aber q' und q'' , so ist $P = alq$, $Q = blq'$, $S = clq''$, und es folgt $P : Q : S = aq :$

Fig. 270.



$bq' : cq''$. Bildet man aus den Richtungen dieser drei Kräfte das Dreieck DEF, so folgt für den Fall des Gleichgewichts: $P : Q : S = DF : DE : EF$ (§ 24, 2); nun ist aber $\triangle DEF \sim \triangle ABC$, also ist $DF : DE : EF = BC : AC : AB = a : b : c$, oder $P : Q : S = a : b : c$, oder $q = q' = q''$. Der Druck gegen die Flächeneinheit ist also überall derselbe. — Auch empirisch kann man die Richtigkeit des Gesetzes nachweisen. Bezeichnet Fig. 271 ein mit einer Flüssigkeit angefülltes

Fig. 271.



Gefäß; sind die cylindrischen Röhren A, B, C, in denen sich leicht verschiebbare, aber dicht anschließende Kolben befinden, mit der Gefäßwandung verbunden, und übt man mittelst des Kolbens in A einen Druck auf die Flüssigkeit aus; so wird der Druck sogleich auf die beiden anderen Kolben übertragen; sollen diese Kolben nicht herausgedrückt werden, so müssen gegen dieselben Gegendrucke angewendet werden, die der Kolbenfläche proportional sind, zum Beweise, dass jede Flächeneinheit dieser Kolben einen Druck empfängt, der dem Drucke gleich ist, der von der Flächeneinheit des ersten Kolbens ausgeübt wird. — Auch aus dem Princip der virtuellen Geschwindigkeit lässt sich das Gesetz

ableiten. Ist P der wirksame Druck des ersten Kolbens, f die Kolbenfläche, Q der aufgenommene Druck des zweiten Kolbens und f' seine Kolbenfläche; macht im Gleichgewichtszustande der erste Kolben den kleinen Weg s, und weicht der zweite um den Weg s' zurück, so folgt nach § 74: $Ps = Qs'$. Ist die Flüssigkeit nicht zusammendrückbar,

so ist $fs = f's'$, folglich $\frac{P}{f} = \frac{Q}{f'}$; für beide Kolben ist der Druck gegen die Flächeneinheit der Kolbenfläche derselbe.

2) Annahme. Die tropfbar flüssigen Körper erleiden durch einen gegen sie gerichteten Druck nur eine geringe Volumensverminderung, sie werden daher in der Hydromechanik als nicht-zusammendrückbar behandelt.

Bei einem Atmosphärendruck, d. h. bei einem Druck von 14,1 $\mathcal{H}$ auf den

Quadratzoll, beträgt die Volumensverminderung bei Wasser etwa $\frac{1}{20000}$,

bei Quecksilber etwa $\frac{1}{200000}$.

§ 309. Oberfläche flüssiger Körper.

1) Die freie Oberfläche eines im Gleichgewichtszustande befindlichen flüssigen Körpers ist so beschaffen, dass die Mittelkraft der, einen beliebigen Flüssigkeitstheil der Oberfläche angreifenden Kräfte auf dieser Oberfläche normal steht.

Wenn diese Bedingung nicht bestände, so würde kein Gleichgewicht stattfinden, da die Bewegung der Flüssigkeitstheile an der Oberfläche ganz unbehindert ist. — Die Oberfläche des Wassers, wenn nur seine eigene Schwere darauf wirkt, ist also überall normal gegen die Richtung der Schwere; bei geringen Mengen ist sie horizontal, bei grösseren Mengen, die sich über einen bestimmten Theil der Erdoberfläche ausbreiten, ist die Oberfläche kugelförmig. Eine ihrer eigenen Anziehung im Weltenraum überlassene Wassermenge muss die Gestalt einer Kugel annehmen. Befindet sich Wasser in einem Gefässe, so wirkt auf die Wassertheile der Oberfläche ausser der eigenen Schwere noch die Anziehung der Gefäßwand, die Oberfläche muss am Rande normal zu der schräg gerichteten Mittelkraft aus beiden Kräften stehen, kann daher nicht überall horizontal bleiben. —

2) Dreht sich ein Wassergefäß um eine vertikale Axe, so nimmt das Wasser die Oberfläche eines Umdrehungs-Paraboloids an; dreht es sich aber um eine horizontale Axe, so nimmt das Wasser die Oberfläche eines horizontalen Cylinders an.

In beiden Fällen wirkt auf jedes Wassertheilchen ausser der Schwere noch die Centrifugalkraft. Im Fall der Fig. 272 sei AB die Umdrehungsaxe, DCE ein Axenschnitt der Wasseroberfläche, wenn das Gefäß sich mit der Geschwindigkeit φ umdreht. In F befinde sich ein Wassertheilchen vom Gewicht $p = FH$ mit dem Axenabstand $FG = y$; seine Centrifugalkraft ist $\frac{p}{g} y \varphi^2 = FJ$

(§ 260, 3). Die Mittelkraft FK aus FH und FJ soll normal zur Oberfläche stehen; trifft KF verlängert die Axe in L, so ist LG die Subnormale des Punktes F. Da $\triangle FHK \sim \triangle FLG$, so ist

$$LG = FG \cdot \frac{FH}{KH} = y \cdot p : \frac{p}{g} y \varphi^2 = \frac{g}{\varphi^2}.$$

Die Subnormale ist also für alle Punkte der Curve unveränderlich, was sich nur von der Parabel sagen lässt. Der Parameter der Parabel ist die doppelte Subnormale, also $= \frac{2g}{\varphi^2}$. — Im Fall der

Fig. 272.

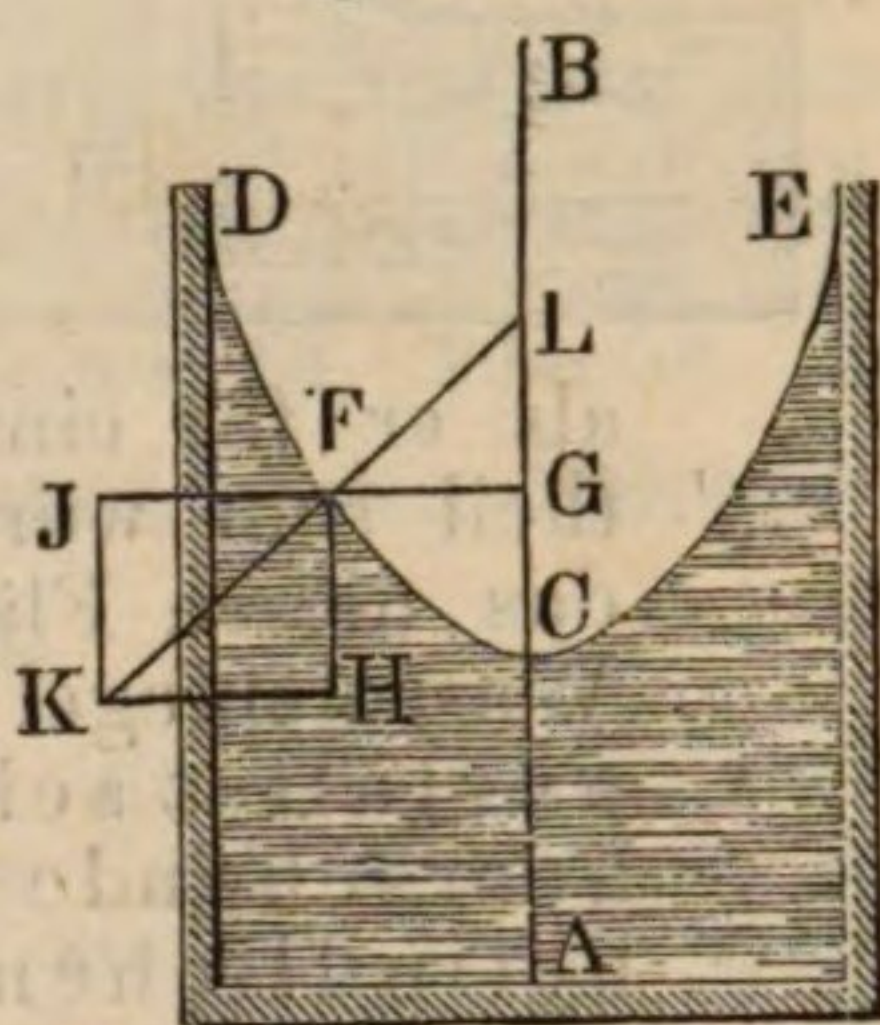
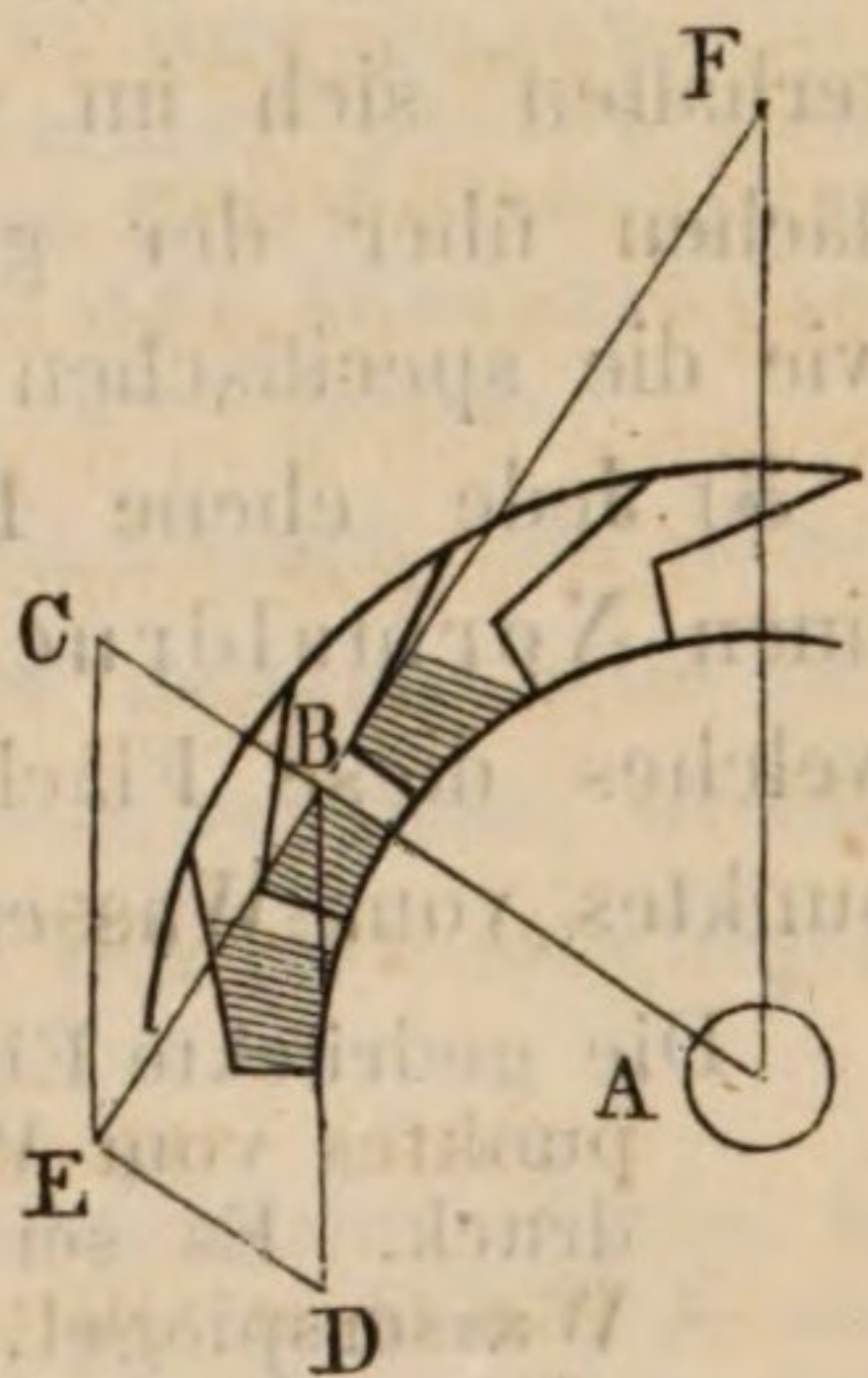


Fig. 273 drehe sich ein Zellen-Wasserrad um die horizontale Axe A mit der Winkelgeschwindigkeit φ ; in B befinde sich ein Wassertheilchen vom Gewicht p ; CB sei gleich seiner Centrifugalkraft, BD gleich seiner Schwere; ist nun B ein Punkt der Wasseroberfläche, so muss die Richtung der Diagonale BE des Parallelogrammes CD eine Normale zur Oberfläche des Wassers sein. Nun ist $BC = AB$.

$\frac{p}{g} \varphi^2$ (§ 260, 3), $BD = p$, $\triangle BED \sim \triangle ABF$, wenn AF vertikal gezogen wird; folglich ist $AF = BD \cdot \frac{AB}{BC} = p \cdot AB : \frac{ABp\varphi^2}{g} = \frac{g}{\varphi^2}$. Die Normalen aller Punkte der Wasseroberfläche gehen daher durch eine durch F gelegte Horizontale; alle Oberflächen sind also Cylinderflächen, deren horizontale Axe durch F geht.

Fig. 273.



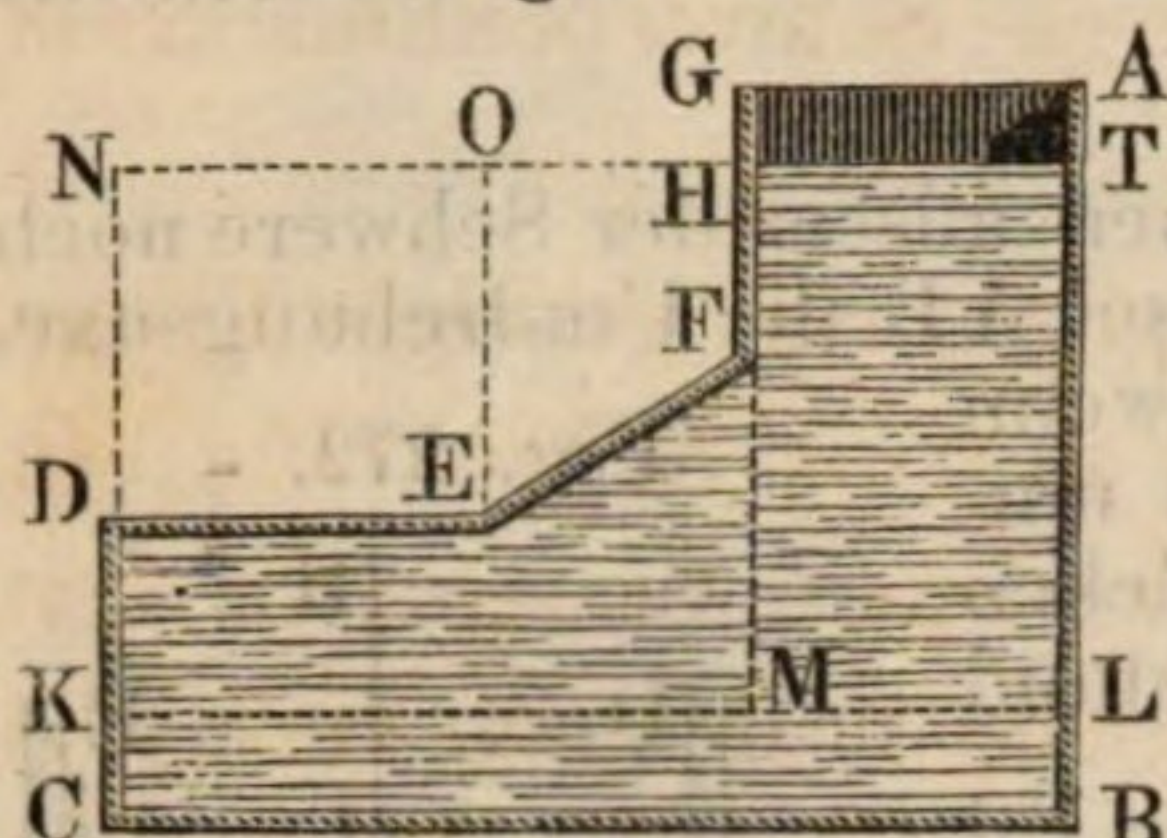
Anm. Die hydromechanischen Gesetze gelten von allen tropfbaren Flüssigkeiten, nicht blos vom Wasser allein; doch gilt das Wasser als der Vertreter der tropfbaren Flüssigkeiten überhaupt.

§ 310. Wasserdruck in Folge der Schwere.

1) Für eine ruhende Wassermasse ist der Wasserdruck in gleichen Tiefen unter dem horizontalen Wasserspiegel derselbe; er ist unabhängig von der Menge des drückenden Wassers. Irgend ein kleiner Flächentheil erleidet von dem Wasser einen Normaldruck, der gleich dem Gewichte eines Wasserprismas ist, das die gedrückte Fläche zur Grundfläche und den Abstand derselben vom Wasserspiegel zur Höhe hat.

Eine innerhalb einer Flüssigkeit gedachte Fläche, deren einzelne Theile gleiche Drucke erleiden, heisst Niveaufläche; bei einer ruhenden Wassermasse sollen also die Niveauflächen der horizontalen Oberfläche parallel sein. Die von der Schwere der einzelnen Massentheile her-

rührenden Drucke werden von allen Körpern, von den starren und flüssigen, in der Richtung der Schwere fortgepflanzt, daher hat irgend ein Theil der horizontalen Fläche ML (Fig. 274), die unter dem freien Wasserspiegel HJ liegt, das Gewicht der vertikal über ihr befindlichen Wassermenge zu tragen, gerade so, als wenn die Wassermenge $HJLM$ nicht flüssig, sondern starr wäre. In Folge der Flüssigkeit pflanzt sich aber dieser Druck nach allen Richtungen mit gleicher Intensität fort (§ 308), muss also auch in KM für jeden Flächentheil eben so stark sein als in LM ; dabei kann der Flächentheil, der in der Tiefe KL gedacht wird, jede beliebige Lage haben, der von ihm aufgenommene Normaldruck muss so gross sein,



als er für einen gleich grossen, in LM horizontal liegenden Flächentheil sein würde, nämlich gleich dem Gewichte eines Wasserprismas, das diesen Flächentheil zur Basis und seinen vertikalen Abstand vom Wasserspiegel zur Höhe hat. Das wasserhaltende Gefäss kann gestaltet sein, wie es will, der in irgend einer Niveauebene herrschende Druck hängt nicht von der Menge der darüber befindlichen Wassermenge, sondern nur von der Tiefe dieser Fläche unter dem Wasserspiegel ab.

2) Stehen zwei mit derselben Flüssigkeit gefüllte offene Gefässe unterhalb der Wasserspiegel mit einander in Verbindung, so steht im Gleichgewichtszustande die Flüssigkeit in beiden gleich hoch. — Befinden sich in ihnen verschiedene Flüssigkeiten, die sich nicht vermischen, so verhalten sich im Gleichgewichtszustande die Höhen der beiden Oberflächen über der gemeinschaftlichen horizontalen Grenzfläche umgekehrt wie die specifischen Gewichte der beiden Flüssigkeiten.

3) Jede ebene Fläche, welche sich unter Wasser befindet, erleidet einen Normaldruck, der gleich dem Gewicht eines Wasserprismas ist, welches diese Fläche zur Grundfläche und den Abstand ihres Schwerpunktes vom Wasserspiegel zur Höhe hat.

Die gedrückte Ebene habe die Grösse F , h_0 sei der Abstand ihres Schwerpunktes vom Wasserspiegel, N sei der von ihr aufgenommene Normaldruck. Es sei f ein kleiner Theil dieser Fläche, h sein Abstand vom Wasserspiegel, γ das Gewicht der Volumeinheit Wasser; dann empfängt dieser Theil den Normaldruck $f h \gamma$; da nun die Normaldrucke der einzelnen Flächentheile parallel sind, so ist $N = \sum (f h \gamma) = \gamma \sum (f h)$. Denkt man sich nun den Wasserspiegel als Momentenebene, so ist h der Arm für den Flächentheil (§ 41), und es folgt nach § 82, 6: $\sum (f h) = h_0 \sum (f) = F h_0$; also ist $N = F h_0 \gamma$. Die Grösse des Normaldrucks ist also nur von der Tiefe des Schwerpunktes der gedrückten Fläche unter dem Wasserspiegel, nicht aber von ihrer Neigung gegen den Horizont abhängig.

4) Bodendruck. Der horizontale Boden eines mit Wasser gefüllten Gefässes erleidet einen vertikalen Wasserdruck, der gleich dem Gewichte eines Wasserprismas ist, das die Bodenfläche zur Grundfläche und die Höhe des Wasserspiegels über derselben zur Höhe hat.

Ist das Gefäss senkrecht prismatisch, so ist der Bodendruck gleich dem Wassergewicht; erweitert sich das Gefäss nach oben, so ist der Bodendruck kleiner, verengt es sich, so ist er grösser als das Wassergewicht.

5) Seitendruck. Eine vertikale ebene Seitenwand eines mit Wasser angefüllten Gefäßes erleidet von dem Wasser einen horizontalen Seitendruck, der gleich dem Gewicht des Wasserprismas ist, das die gedrückte Fläche zur Grundfläche und die Entfernung ihres Schwerpunktes vom Wasserspiegel zur Höhe hat.

6) Horizontal- und Vertikaldruck. Der gegen eine geneigte Ebene gerichtete Normaldruck des Wassers lässt sich in zwei Seitenkräfte, in einen Vertikaldruck und einen Horizontaldruck zerlegen, die einzeln den Gewichten zweier Wasserprismen gleich sind, welche beziehungsweise die Horizontalprojection und Vertikalprojection der gedrückten Fläche zu Grundflächen haben, und deren Höhe gleich dem Abstände des Schwerpunktes der gedrückten Fläche vom Wasserspiegel ist.

Ist $N = F h_0 \gamma$ der Normaldruck des Wassers gegen die Fläche F , und ist α der Neigungswinkel der ebenen Fläche gegen den Horizont, so bildet die Richtung des Normaldruckes gegen die Vertikale den Winkel α , mit der Horizontalebene den Winkel $90^\circ - \alpha$; folglich ist nach § 29, 3 der Vertikaldruck $N \cos \alpha = F \cos \alpha \cdot h_0 \gamma$, und der Horizontaldruck ist $N \sin \alpha = F \sin \alpha \cdot h_0 \gamma$. Nun ist aber $F \cos \alpha$ gleich der Horizontalprojection und $F \sin \alpha$ gleich der Vertikalprojection der gedrückten Fläche. — Ist der Raum oberhalb der gedrückten Fläche mit Wasser bis zum Wasserspiegel angefüllt, dann bildet die über der Fläche stehende Wassermasse ein schief abgeschnittenes Prisma, dessen Volum nach § 92 $= F \cos \alpha h_0$ ist; folglich ist der gegen eine schiefe Ebene gerichtete Vertikaldruck immer gleich dem Gewichte der Wassermasse, die sich in dem Raume vertikal über der gedrückten Fläche bis zur Höhe des Wasserspiegels entweder wirklich befindet oder befinden kann.

7) Auftrieb heisst der nach oben gerichtete Vertikaldruck des Wassers gegen eine Fläche, welche vom Wasser an ihrer unteren Seite berührt wird. Er ist immer gleich dem Gewicht der Wassermasse, welche vertikal über der gedrückten Fläche bis zur Höhe des Wasserspiegels stehen könnte.

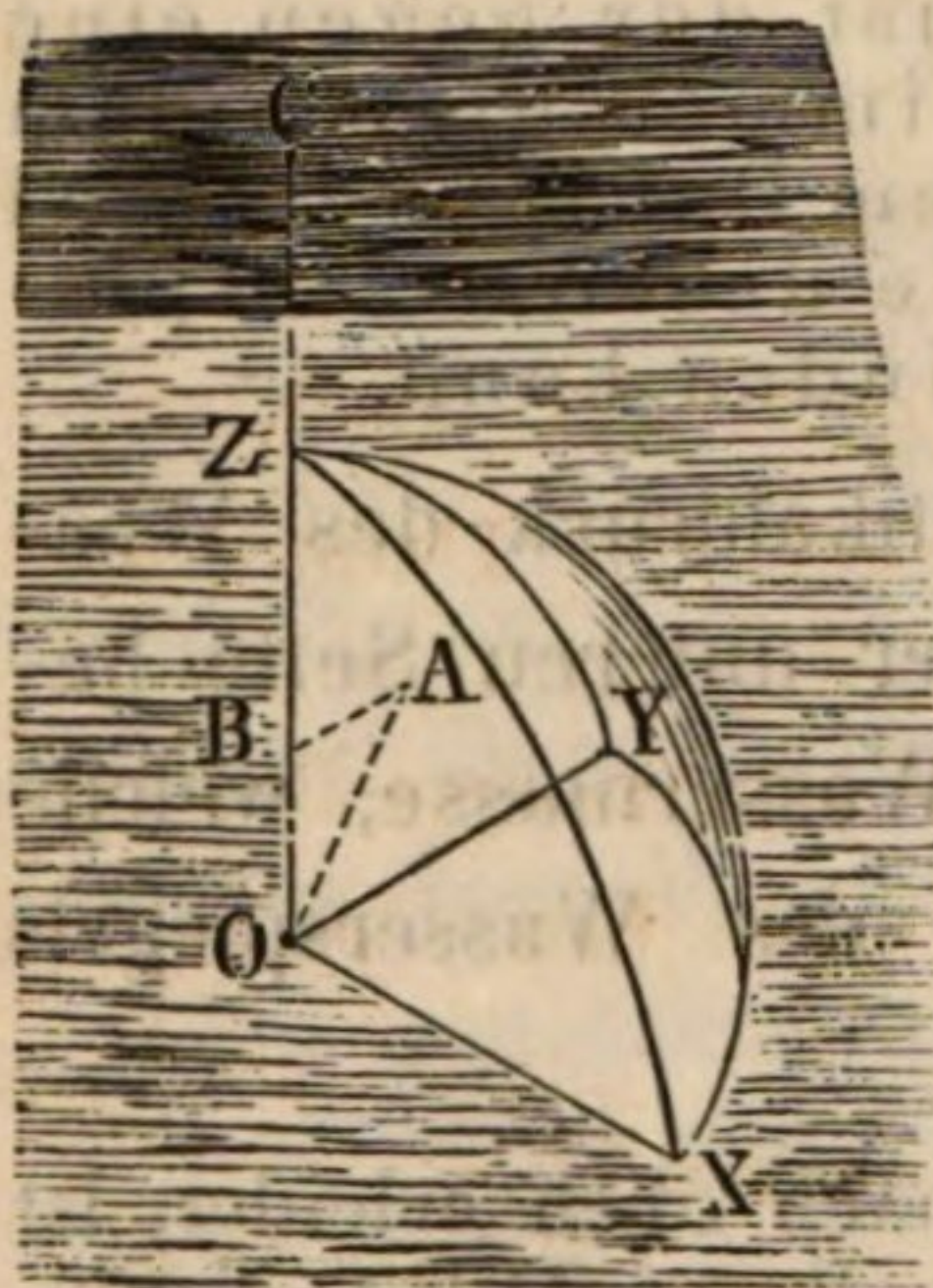
Der Vertikaldruck, den die Fläche $D E$ (Fig. 274) nach oben erleidet, ist gleich dem Gewichte der Wassermenge, die den Raum $D E O N$ einnehmen würde; ebenso erleidet die Fläche $E F$ einen vertikalen Auftrieb, gleich dem Gewicht einer Wassermenge vom Volum $E F H O$.

8) Wird eine krumme Fläche vom Wasser gedrückt, so haben die gegen die einzelnen Flächentheile gerichteten Normaldrucke verschiedene Richtungen, lassen sich also im Allgemeinen nicht zu einer einfachen Mittelkraft vereinigen. (§ 45.) Man kann aber jeden einzelnen Normaldruck nach einen vertikalen und zwei zu einander senkrechten horizontalen Axen in einen Vertikaldruck und in zwei Horizontaldrucke zerlegen, worauf man alle einzelne Vertikaldrucke und die Horizontaldrucke jeder Gruppe unter sich vereinigen kann. (§ 31.) Man erhält dann einen Vertikaldruck und zwei Horizontaldrucke. Jeder nach einer bestimmten horizontalen Richtung genommene Horizontaldruck ist gleich dem Gewicht

eines Wasserprismas, das die nach dieser Richtung genommene Vertikalprojection der krummen Fläche zur Grundfläche und den Abstand des Schwerpunktes dieser Projection vom Wasserspiegel zur Höhe hat; der Vertikaldruck aber ist gleich dem Gewicht der Wassermasse, welche vertikal über der krummen Fläche bis zur Höhe des Wasserspiegels steht oder stehen kann.

Man denke sich durch einen beliebigen Punkt O die zwei zu einander senkrechten horizontalen Axen O X und O Y und die vertikale Axe O Z gelegt. Ein beliebiger Flächentheil f der krummen Fläche liege um die Höhe h unter dem Wasserspiegel und bilde mit den drei Ebenen Y O Z, X O Z, X O Y die Winkel a, b, c, dieselben Winkel bildet nun der Normaldruck f h γ mit den drei Axen O X, O Y, O Z; die Zerlegung desselben nach diesen Axen liefert also die Seitenkräfte f h γ cos a, f h γ cos b, f h γ cos c. Die Summirung der unter sich parallelen Seitenkräfte giebt die Horizontaldrucke $\gamma \Sigma (f h \cos a)$, $\gamma \Sigma (f h \cos b)$ und den Vertikaldruck $\gamma \Sigma (f h \cos c)$. (§ 31.) Nun ist aber f cos a die Projection von f gegen Y O Z und h ist auch der Abstand der Projection vom Wasserspiegel, folglich ist nach § 82, 6 $\Sigma (h f \cos a) = F' h'$, wenn F' die ganze Projection der krummen Fläche auf Y O Z und h' den Abstand des Schwerpunktes dieser Projection vom Wasserspiegel bezeichnet. Der nach O X genommene Horizontaldruck ist also F' h' γ . Was den Vertikaldruck betrifft, so leuchtet ein, dass f h γ cos c = f cos c . h . γ das Gewicht einer vertikal über f stehenden und bis zum Wasserspiegel genommenen Wassermasse ist.

Fig. 275.



Aufgabe. 104. Man soll den Wasserdruck gegen die krumme Oberfläche eines Kugelquadranten O X Y Z bestimmen, wenn die zwei Grenzradien O X und O Y horizontal sind und der vertikale Radius O Z nach oben gerichtet ist, wenn r die Länge des Radius und h den Abstand des Kugelmittelpunktes vom Wasserspiegel bezeichnet.

Auflösung. Ist A der Schwerpunkt des Quadranten

O Y Z, so ist $OA = \frac{4r\sqrt{2}}{3\pi}$ (§ 85, 5); ist AB $\parallel$ O Y

so ist $OB = \frac{1}{2} OA \sqrt{2} = \frac{4r}{3\pi}$. Trifft O Z den Was-

terspiegel in C, so giebt $BC = h - \frac{4r}{3\pi}$ den Abstand des

Schwerpunktes A vom Wasserspiegel an. Die krumme Fläche erleidet also in der Richtung X O einen Hori-

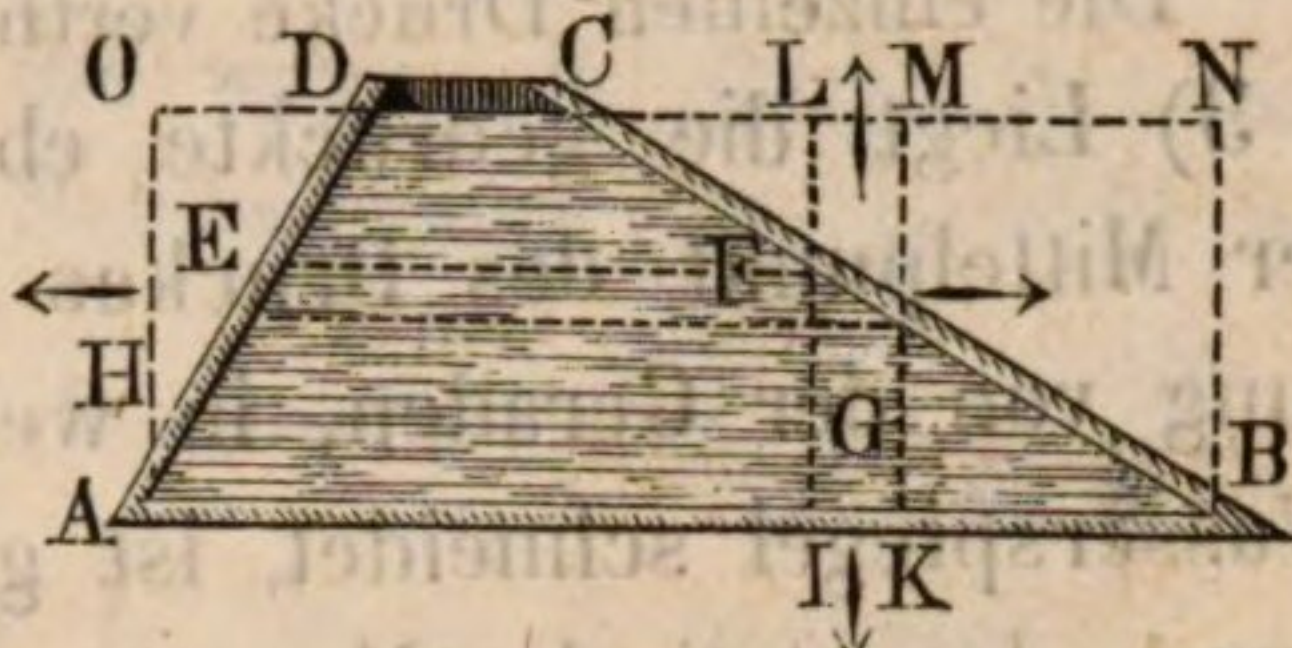
zontaldruck $\frac{1}{4} r^2 \pi \left(h - \frac{4r}{3\pi} \right) \gamma = \left(\frac{r^2 h \pi}{4} - \frac{r^3}{3} \right) \gamma$; ebenso gross ist der Horizontaldruck in der Richtung Y O. Der Vertikaldruck ist $\left(\frac{r^2 h \pi}{4} - \frac{r^3 \pi}{6} \right) \gamma$.

9) Die Mittelkraft aller Drucke, welche das Wasser gegen alle einschliessenden Wandungen eines beliebig gestalteten Gefässes ausübt, ist ein Vertikaldruck, der dem Gewichte der in dem Gefäss befindlichen Wassermasse gleich ist.

Alle von dem Wasser ausgeübten Horizontaldrucke heben sich gegenseitig auf, da jedem einzelnen Horizontaldrucke ein gleich grosser mit entgegengesetzter Richtung an der gegenüberliegenden Wandstelle gegenüber steht. So steht in Fig. 276 dem Horizontaldruck gegen E H der gleiche Horizontaldruck gegen F G gegenüber und hebt ihn auf.

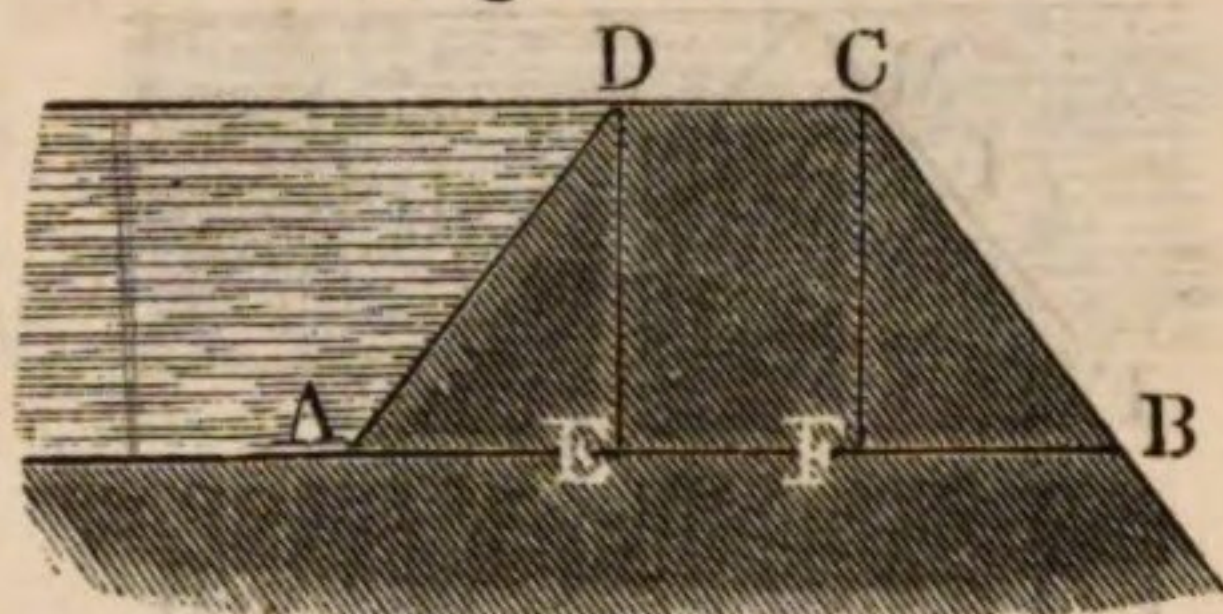
Die Mittelkraft aller Drucke kann also nur ein Vertikaldruck sein. Der Vertikaldruck gegen J K ist gleich dem Gewicht der Wassermasse vom Volum J K M L; diesem Vertikaldruck ist aber der Auftrieb gegen F G entgegengesetzt, der gleich dem Wassergewicht vom Volum F G M L ist; die Mittelkraft aus beiden Kräften ist gleich dem Wassergewicht vom Volum F G K J. Ein Gleiches gilt von allen übrigen Vertikaldrücken. Im Ganzen erleidet der Boden A B einen Vertikaldruck, gleich dem Wassergewicht vom Volum A B N O, der Auftrieb aber gegen A D und B C ist gleich dem Wassergewicht vom Volum B C N + A O D; da nun der Auftrieb vom Bodendruck abgezogen werden muss, so resultirt ein Vertikaldruck, der gleich dem Gewicht des im Gefäss enthaltenen Wassers ist.

Fig. 276.



Aufgabe 105. Welche Kronenbreite (C D, Fig. 277) muss ein aus Erde aufgeworfener Damm mit trapezförmigem Querschnitt haben, wenn er vom Wasserdruk nicht auf seiner Grundfläche (A B) verschoben werden soll.

Fig. 277.



Auflösung. Es sei $h = D E$ die Höhe des Dammes, $A E = a$ die horizontale Breite der Böschung an der Wasserseite, $B F = b$ diese Breite an der Landseite; es sei s das spezifische Gewicht der Erdmasse, $x = C D$ die gesuchte Kronenbreite, und zugleich werde angenommen, dass der ganze Damm vom Wasser unterwaschen sei, also gegen seine ganze Grundfläche den Auftrieb erleide.

Denken wir uns ein Dammstück von der Länge l , so ist sein Gewicht $\frac{(a + b + 2x) h l \gamma s}{2}$, der Vertikaldruck des Wassers gegen die schräge

Fläche A D ist $\frac{a l h \gamma}{2}$, dagegen der gegen die Fläche A B aufwärtsgerichtete Auftrieb ist $(a + b + x) l h \gamma$; der Druck des Dammstücks gegen seine Grundfläche ist daher

$$\frac{(a + b + 2x) h l \gamma s}{2} + \frac{a l h \gamma}{2} - (a + b + x) l h \gamma = \frac{l h \gamma}{2} [(a + b + 2x) s - (a + 2b + 2x)].$$

Wird dieses Dammstück auf der Grundfläche verschoben, so ist der dagegen auftretende Reibungswiderstand

$$\frac{\mu l h \gamma}{2} [(a + b + 2x) s - (a + 2b + 2x)].$$

Der Damm kann nur durch den Horizontaldruck des Wassers verschoben werden, dieser ist im vorliegenden Falle $\frac{l h^2 \gamma}{2}$; setzt man diese Kraft dem Reibungswiderstande gleich, so folgt aus der Auflösung dieser Gleichung:

$$x = \frac{h - \mu (a + b) (s - 1) + \mu b}{2 \mu (s - 1)}$$

(Wenn man gewöhnlich $x = h$ macht, welchen Werth hat man dann μ beigelegt?)

§ 311. Mittelpunkt des Druckes.

1) Der Mittelpunkt des Druckes, den eine ebene Fläche von einer Flüssigkeit erleidet, ist der Mittelpunkt (Angriffspunkt) der Mittelkraft aller Normaldrucke, die gegen diese Fläche gerichtet sind.

Sämmtliche Normaldrucke bilden ein System paralleler Kräfte, es kommt also darauf an, die Lage der Mittelkraft derselben zu bestimmen.

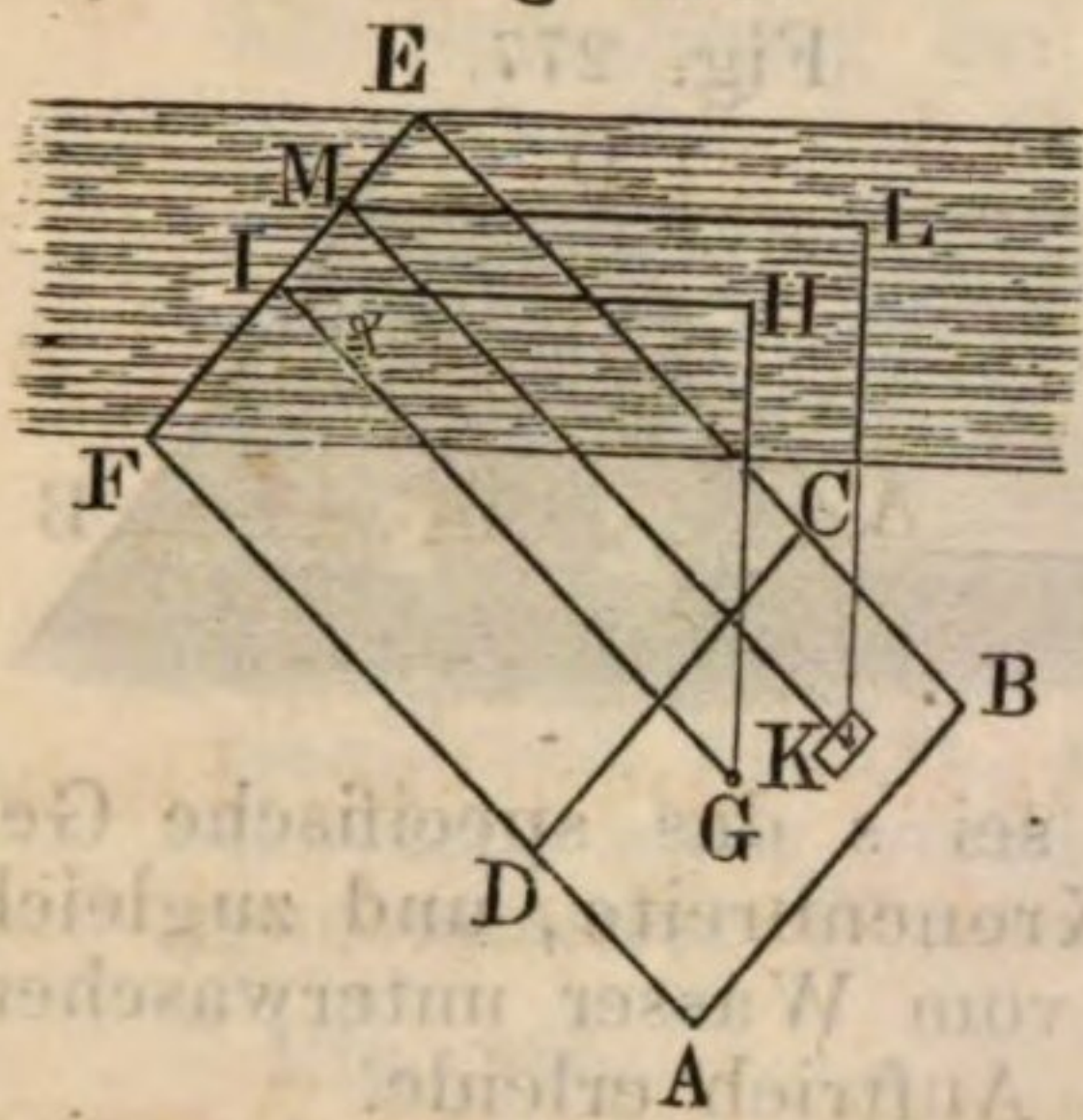
- 2) Liegt die gedrückte ebene Fläche horizontal, so liegt der Mittelpunkt des Druckes in ihrem Schwerpunkte.

Die einzelnen Drucke vertheilen sich gleichmässig über die Ebene.

- 3) Liegt die gedrückte ebene Fläche geneigt oder vertikal, so liegt der Mittelpunkt des Druckes tiefer als der Schwerpunkt; seine Entfernung von der Geraden, in welcher die Ebene der gedrückten Fläche den Wasserspiegel schneidet, ist gleich dem Quotienten des Biegungelementes durch das statische Moment der Fläche, beides auf jene Gerade bezogen.

Es sei $A B C D$ eine übrigens beliebig gestaltete ebene Figur, ihre Ebene schneide den Wasserspiegel in $E F$; G sei ihr Schwerpunkt, $G H = h_0$ sei der Abstand desselben vom Wasserspiegel, $G J = z_0$ sei sein Abstand von $E F$. In K befinde sich ein kleines

Fig. 278.



Flächenelement f , sein Abstand vom Wasserspiegel sei $K L = h$, und sein Abstand von $E F$ sei $K M = z$; N sei der Mittelpunkt des Druckes, und $J N$ sei $= x$. Der Normaldruck gegen f ist $f h \gamma$, das statische Moment desselben für eine durch $E F$ senkrecht zur gedrückten Fläche gelegte Momentebene ist $f h_0 \gamma z = f z^2 \gamma \sin \alpha$, wenn α den Winkel bezeichnet, den die Ebene mit dem Horizont bildet. Die Mittellkraft aller Drucke ist $\Sigma(f h \gamma) = F h_0 \gamma = F z_0 \gamma \sin \alpha$, wenn F die gedrückte Fläche bezeichnet; diese Mittellkraft hat den Arm x , also das Moment $F z_0 x \gamma \sin \alpha$. Die Summe der statischen Momente der einzelnen Drucke ist $\Sigma(f z^2 \gamma \sin \alpha) = \gamma \sin \alpha \Sigma(f z^2) = W' \gamma \sin \alpha$ (§ 158). Aus der

Gleichsetzung beider Werthe folgt $x = \frac{W'}{F z_0}$. — Bezeichne W das Biegungelement der gedrückten Fläche für eine durch den Schwerpunkt derselben parallel mit dem Wasserspiegel gelegte Biegungsaxe, so ist nach § 159: $W' = W + F z_0^2$, und es folgt nun: $x = z_0 + \frac{W}{F z_0}$.

Hieraus ersieht man, dass x immer grösser als z_0 ist, und dass die Differenz beider um so geringer ist, je tiefer die gedrückte Fläche unter dem Wasserspiegel liegt. — Ist die gedrückte Fläche symmetrisch in Bezug auf eine senkrecht zu $E F$ liegende Linie, so liegt der Druckmittelpunkt in dieser Linie, in der auch der Schwerpunkt liegt.

Aufgabe 106. In der senkrechten ebenen Wand eines Gefässes befindet sich eine rechteckige Oeffnung von der Breite b und Höhe $A B = h$; verschlossen wird dieselbe durch eine genau in die Oeffnung passende Klappe, die sich um eine horizontale Axe C drehen kann und sich oben nach aussen öffnet. Wie tief ($C D = y$) muss diese Axe unter dem Schwerpunkt D der Oeffnung liegen, wenn die Klappe sich freiwillig öffnen soll, sobald die Höhe des Wasserspiegels über dem Schwerpunkt D grösser als $D E = a$ wird?

Fig. 279.



Auflösung. So lange der Druckmittelpunkt zwischen B und C liegt, hält der Wasserdruck die Klappe geschlossen, fällt der Druckmittelpunkt über C , so öffnet sich die Klappe durch den Wasserdruck; soll der Wasserspiegel eine gewisse Höhe nicht übersteigen, so muss der Druckmittel-

punkt in der Axe C liegen. Nun ist $x = z_0 + \frac{W}{F z_0}$;

$$x = a + y, \quad z_0 = a, \quad W = \frac{b h^3}{12}, \quad F = b h; \quad \text{also ist } y = \frac{h^2}{12 a}.$$

- 4) Bezeichnet bei den nachfolgend angegebenen ebenen Figuren z_0 den in der Richtung der Ebene genommenen Abstand des Schwerpunktes von dem Wasserspiegel und y die Länge, um welche in dieser Richtung der Druckmittelpunkt tiefer liegt als der Schwerpunkt, so ist: 1) für ein Rechteck mit den Seiten b, h , wenn b horizontal liegt, $y = \frac{h^2}{12 z_0}$; 2) für ein Dreieck zur Basis b und Höhe h , wenn b horizontal liegt, $y = \frac{h^2}{18 z_0}$; 3) für ein Trapez mit den parallelen Seiten a, b und der Höhe h , wenn die parallelen Seiten horizontal liegen, $y = \frac{(a^2 + 4ab + b^2)h^2}{18 (a + b)^2 z_0}$; 4) für einen Kreis zum Radius r ist $y = \frac{r^2}{4 z_0}$; 5) für einen Halbkreis zum Radius r mit horizontalem Durchmesser ist $y = \frac{(9\pi^2 - 64)r^2}{36\pi^2 z_0}$.

Vergl. § 160.

5) In Bezug auf eine durch den Schwerpunkt der gedrückten Fläche gelegte horizontale Momentenebene ist das Moment des Wasserdrucks $= \frac{W}{F z_0} \sin \alpha \cdot F z_0 \gamma \sin \alpha = W \gamma \sin \alpha^2$, also von der Höhe des Wasserspiegels unabhängig. Wird daher dieselbe ebene Fläche von beiden Seiten her von Wassermassen gedrückt, welche verschiedene Wasserspiegel haben, so liegt der Mittelpunkt des Ueberdrucks in gleicher Höhe mit dem Schwerpunkt der Fläche.

Die letzte Behauptung erklärt sich auch daher, dass jeder Flächentheil einen Ueberdruck erleidet, welcher gleich dem Gewichte einer Wassersäule ist, die den constanten Abstand beider Wasserspiegel zur Höhe hat.

§ 312. Eingetauchte Körper.

1) Ein in eine ruhende Wassermasse ganz oder zum Theil eingetauchter Körper erleidet vom Wasser einen vertikal aufwärtsgerichteten Druck (Auftrieb), dessen Stärke gleich dem Gewicht des verdrängten Wassers ist und dessen Mittelpunkt im Schwerpunkt der verdrängten Wassermenge liegt.

Der Körper mag beliebig gestaltet sein; jeder gegen einen Theil der Oberfläche gerichtete Normaldruck lässt sich in einen Vertikaldruck und in zwei Horizontaldrucke mit vorherbestimmten Richtungen zerlegen. Jedem Horizontaldruck steht ein anderer von gleicher Stärke gegenüber, daher heben sich alle Horizontaldrucke gegenseitig auf. Die Vertikaldrucke sind entweder nur nach oben gerichtet, wenn der Körper nur mit seiner untern Fläche eingetaucht ist, dann ist jeder derselben gleich dem Gewicht des Wassers, das über der gedrückten Stelle bis zum Wasserspiegel stehen könnte; oder es kommen auch abwärts gerichtete Vertikaldrucke vor, wenn der Körper auch an seiner obern Fläche vom Wasser gedrückt wird; jedem solchen abwärts gerichteten Vertikaldruck liegt aber ein anderer aufwärts gerichteter gegenüber, der

um so viel grösser ist, als das Wassergewicht des zwischen beiden Flächen-
theilen liegenden Volums beträgt. Daher resultirt im Ganzen ein Auf-
trieb vom Gewicht der verdrängten Wassermasse mit dem Schwerpunkt
derselben als Mittelpunkt.

Durch die praktische Bestimmung des Gewichtes eines ganz unterge-
tauchten Körpers mittelst einer dazu vorgerichteten Wage, kann man
also leicht das Volumen und das specifische Gewicht eines Körpers
finden.

2) Ein ganz untergetauchter Körper verliert so viel an seinem Gewichte,
als das Gewicht eines gleichen Volums Wasser beträgt. Ist dieses Ge-
wicht grösser als sein absolutes Gewicht, so giebt der Ueberschuss die
Kraft an, mit welcher er aus dem Wasser wieder aufzusteigen sucht. —
Ist P das absolute Gewicht eines Körpers, P' sein Gewicht im Wasser,
 V sein Volumen, s sein specifisches Gewicht, so ist $P' = P - V \gamma$; hieraus
folgt: $V = \frac{P - P'}{\gamma}$, $s = \frac{P}{P - P'}$. (Vergl. § 78.)

Diese Behauptungen sind einfache Folgerungen aus dem vorigen Ab-
schnitte. Auch die in der Luft gewogenen Körper wiegen um so viel
leichter, als das Gewicht der verdrängten Luftmenge beträgt.

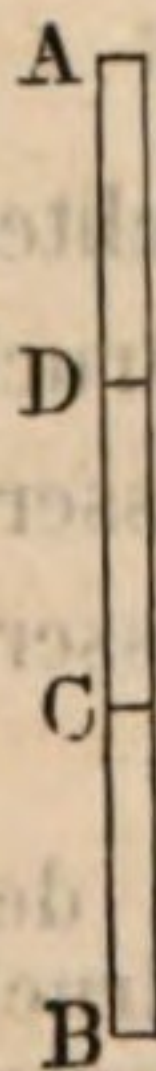
Aufgabe 107. Ein gewisser Körper habe in einer Flüssigkeit vom spe-
cifischen Gewichte s_1 das Gewicht p_1 und in einer andern Flüssigkeit
vom specifischen Gewichte s_2 das Gewicht p_2 ; welches ist sein abso-
lutes Gewicht P , sein Volumen V und sein specifisches Gewicht s ?

Auflösung. In der ersten Flüssigkeit verdrängt der Körper die Ge-
wichtsmenge $V \gamma s_1$, von der zweiten $V \gamma s_2$, daher erhält man die beiden
Gleichungen: $p_1 = P - V \gamma s_1$ und $p_2 = P - V \gamma s_2$, aus deren Auflösung

sich ergibt: $V = \frac{p_1 - p_2}{(s_2 - s_1) \gamma}$, $P = \frac{p_1 s_2 - p_2 s_1}{s_2 - s_1}$. Da nun ferner nach

§ 78 $s = \frac{P}{V \gamma}$ ist, so folgt $s = \frac{p_1 s_2 - p_2 s_1}{p_1 - p_2}$.

Aufgabe 108. Ein vertikal gehaltener prismatischer Körper A B (Fig.
280) von der Länge l und dem specifischen Gewichte s , berühre mit
Fig. 280. seinem untersten Punkte B die Oberfläche des Wassers. Er wird
losgelassen und sinkt in Folge seiner Schwere in das Wasser ein;
man soll seine Bewegung näher bestimmen, welche er, abgesehen
von dem Widerstande des Wassers, annimmt.



Auflösung. 1. Wir bestimmen erst die Bewegung des Körpers,
während welcher er sich noch mit einem Theile ausserhalb des
Wassers befindet. Die Kraft, welche den Körper nach unten treibt,
ist um das Gewicht des verdrängten Wassers kleiner als sein abso-
lutes Gewicht; diese Kraft nimmt fortwährend ab, so lange der
Körper noch nicht vollständig untergetaucht ist. Ist f der Quer-
schnitt des Körpers, so ist sein Gewicht $f l \gamma s$; ist er bis C unter-
getaucht, so ist in diesem Augenblicke die beschleunigende Kraft
 $f l \gamma s - f \gamma \cdot B C$, folglich seine Beschleunigung $G = g \left(\frac{l s - B C}{l s} \right)$

(§ 230). Wollen wir die Geschwindigkeit v finden, welche der Körper
in dem Augenblicke besitzt, wenn er bis D eingetaucht ist, so theile
man $B D = a$ in n gleiche Theile, betrachte n als sehr grosse Zahl,
berechne für jeden Theilpunkt die entsprechende Beschleunigung G und
betrachte diese für einen Wegtheil als constant; so findet man nach
§ 229, 2 und in der Weise der Auflösung zu Aufgabe 77:

$$v^2 = 2 \cdot \frac{a}{n} g + 2 \cdot \frac{a}{n} \left(g - \frac{a g}{n l s} \right) + 2 \cdot \frac{a}{n} \left(g - \frac{2 a g}{n l s} \right) + 2 \cdot \frac{a}{n} \left(g - \frac{3 a g}{n l s} \right) \dots$$

$$+ 2 \cdot \frac{a}{n} \left(g - \frac{n a s}{n^2 l s} \right) = 2 a g - \frac{2 a^2 g}{n^2 l s} (1 + 2 + 3 \dots + n) = \frac{a g (2 l s - a)}{l s},$$

also ist $v = \sqrt{\frac{a g (2 l s - a)}{l s}}$. Diese Formel zeigt, dass, wenn $a = 2 l s$

ist, was nur möglich ist, wenn $s < \frac{1}{2}$ ist, der Körper zum Stillstand kommt, nachdem er um die Tiefe a eingetaucht ist; ist $s = \frac{1}{2}$, so ist $a = l$, und der Körper kommt zum Stillstand, wenn er eben um seine ganze Länge eingetaucht ist. Wollen wir die Zeit t finden, nach welcher der Körper bis D eingetaucht ist, so kann man zu dem Ende unmittelbar das Resultat aus Aufgabe 77 übertragen. Die Vergleichung der beiden Ausdrücke für v dort und hier ergibt, dass was dort mit g, s, a

bezeichnet ist, hier $g, a, l s$ heisst; deshalb folgt für uns: $t = \sqrt{\frac{l s}{g}}$.

Arc. cos $\frac{l s - a}{l s}$. Ist $s < \frac{1}{2}$ oder $s = \frac{1}{2}$, so folgt für die ganze Dauer

der sinkenden Bewegung bis zum Stillstande $\pi \sqrt{\frac{l s}{g}}$; ist aber $s > \frac{1}{2}$,

so ist die Dauer t_1 der Bewegung bis zu dem Augenblicke, in welchem

der Punkt A die Oberfläche des Wassers durchschneidet: $t_1 = \sqrt{\frac{l s}{g}}$.

Arc. cos $\frac{s - 1}{s}$, und für die Geschwindigkeit v_1 in diesem Augenblicke

erhält man $v_1 = \sqrt{l g \frac{2 s - 1}{s}}$.

2. Befindet sich die Stange ganz unter Wasser, so ist die bewegende

Kraft unveränderlich $l f \gamma (s - 1)$, also die Beschleunigung $\frac{s - 1}{s} g$. Ist

$s > 1$, so ist diese Beschleunigung positiv, und der Körper sinkt mit gleichmässig beschleunigter Bewegung, bis er den Boden erreicht; ist aber $s < 1$, so ist die Beschleunigung negativ, die Bewegung ist eine gleichförmig verzögerte, und es tritt, auch wenn das Wasser tief genug ist, ein Stillstand ein, worauf der Körper wieder aufwärts steigt. Die aufsteigende Bewegung erfolgt in genau umgekehrter Weise als die absteigende.

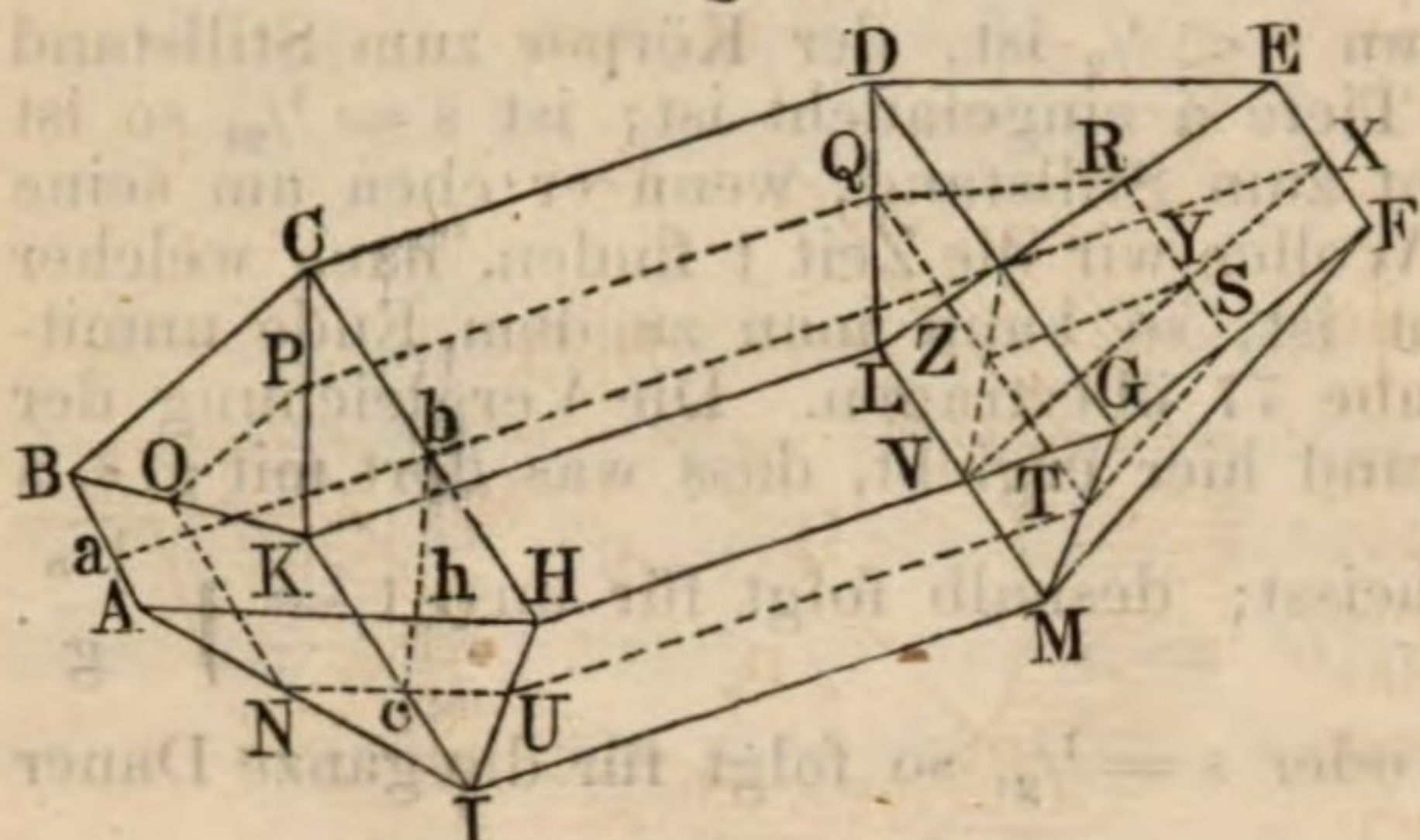
3) Ein im Gleichgewicht schwimmender Körper verdrängt dem Gewicht nach so viel Wasser, als er selbst schwer ist, und der Schwerpunkt des verdrängten Wasservolums liegt mit dem Schwerpunkt des schwimmenden Körpers in einer vertikalen Linie. — Die Ebene, in welcher der Wasserspiegel einen schwimmenden Körper schneidet, heisst seine Schwimmebene; die Vertikale, welche die beiden genannten Schwerpunkte verbindet, heisst Schwimmaxe. Der Körper schwimmt aufrecht, wenn sich durch seine Schwimmaxe wenigstens eine Symmetrieebene legen lässt. Das Gleichgewicht beim Schwimmen kann ein stabiles, labiles oder indifferentes sein.

Ein schwimmender Körper wird von zwei vertikal gerichteten Kräften erfasst: von seiner Schwere und von dem Auftrieb des Wasser; soll Gleichgewicht eintreten, so müssen beide Kräfte gleich sein und ihre Richtungen müssen in eine Gerade fallen.

Aufgabe 109. Es soll die Tiefe gefunden werden, um welche ein Kahn von der Gestalt, welche Figur 281 angiebt, in das Wasser eintaucht, wenn sein Gewicht sammt der Ladung P und seine Abmessungen gegeben sind. Sein horizontaler Boden sei ein Rechteck zur Länge

$MJ = l$ und Breite $JK = c$; der obere Rand bilde ein Sechseck, welches aus dem Rechteck $CDGH$ zur Länge l und Breite b und aus zwei Trapezen $ABCH$ und $DEFG$ besteht; es sei $AB = EF = a$,

Fig. 281.



und die Höhe jedes Trapezes sei k . Die ganze Tiefe des Kahns sei h . An der Seite wird der Kahn begrenzt durch zwei Parallelogramme, zwei Trapeze und vier Dreiecke.

Auflösung. Der Kahn sinke um die Tiefe $VZ = x$ in das Wasser ein, und $NOPQRSU$ sei die Schwimmebene. Für die Dimensionen der Schwimmebene erhält man: $RS = NO = \frac{ch - (c - a)x}{h}$, $PU = QT =$

$\frac{ch + (b - c)x}{h}$, $PQ = TU = l$, $ZY = \frac{kx}{h}$. Das Volumen des verdrängten Wassers besteht aus dem Prisma $KPUJQ$ und zwei keilförmigen congruenten Körpern $LQTM$ und PSR und $PUJKON$. Die Grundfläche des Prismas ist $PUJK = \frac{[2ch + (b - c)x]x}{2h}$, also sein

Volumen $\frac{[2ch + (b - c)x]xb}{2h}$. Jeder der beiden keilförmigen Körper lässt sich bestehend denken aus einem dreiseitigen Prisma von der

Grundfläche $ZVY = \frac{kx^2}{2h}$ und der Höhe RS , also vom Volumen

$[ch - (c - a)x] \frac{kx^2}{2h^2}$, und aus einer vierseitigen Pyramide, deren Höhe

ZY ist, und deren Basis ein Trapez ist mit den parallelen Seiten $LM - RS = \frac{(c - a)x}{h}$ und $QF - RS = \frac{(b - a)x}{h}$, deren Volumen also

$\frac{1}{3} \frac{(b + c - 2a)x^2}{2h} \frac{kx}{h} = \frac{(b + c - 2a)kx^3}{6h^2}$ ist. Jeder keilförmige

Körper hat also das Volumen $\frac{(a + b - 2c)kx^3}{6h^2} + \frac{kcx^2}{2h}$; das Volumen

des verdrängten Wassers ist aber $\frac{(a + b - 2c)kx^3}{3h^2} + \frac{[2ck + (b - c)l]x^2}{2h} +$

clx . Wird dieses Volumen mit γ multiplicirt und das Produkt dem Bruttogewicht des Kahns gleichgesetzt, so erhält man die Gleichung:

$x^3 + \frac{3(2ck + bl - cl)hx}{2(a + b - c)k} + \frac{3clh^2x}{(a + b - c)k} = \frac{3Ph^2}{(a + b - 2c)k\gamma}$, aus welcher x gefunden werden kann.

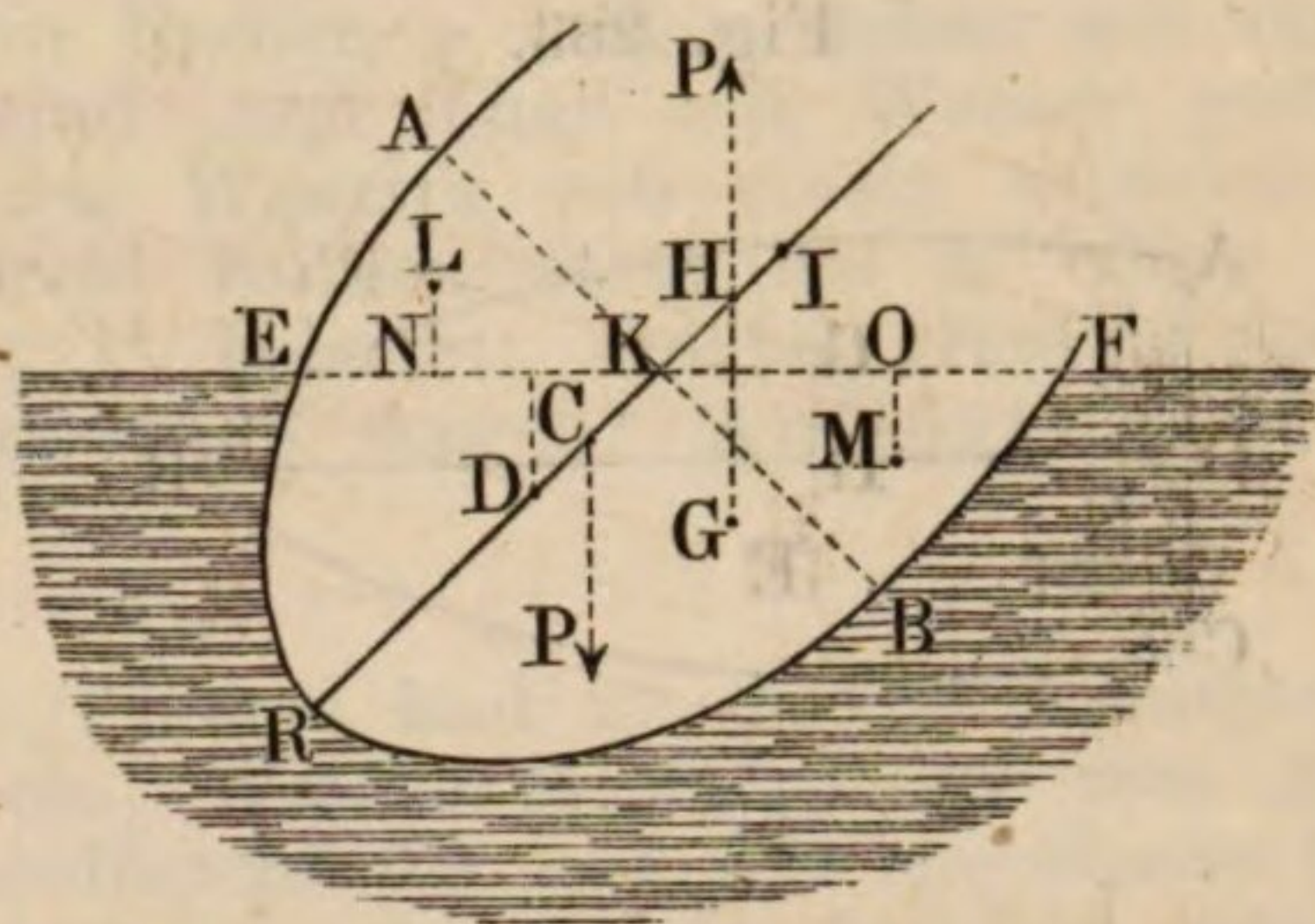
Zusatz. Will man bei schwimmenden Körpern, welche keine einfache geometrische Gestalt haben, das Volumen des verdrängten Wassers, also die Tragfähigkeit bei gegebener Eintauchtiefe finden, so wende man die Simpson'sche Regel (§ 89) an. Man theile das eingetauchte Volum durch eine angemessene Anzahl horizontaler oder vertikaler Ebenen in Scheiben von gleicher Dicke, bestimme mittelst der Simpson'schen Regel erst die Schnittflächen und dann das gesuchte Volumen.

§. 313. Stabiles Schwimmen.

1) Ein Körper schwimmt mit Stabilität, wenn sein Metacentrum höher als sein Schwerpunkt liegt. Das Metacentrum ist der Punkt, in welchem die geneigte Schwimmaxe von der Richtung des Auftriebs geschnitten wird.

Die Stabilität eines Gleichgewichtes erkennt man immer aus dem Verhalten des Körpers, wenn das Gleichgewicht zuvor gestört wird; sucht der Körper in die alte Gleichgewichtslage zurückzukehren, so war das Gleichgewicht stabil (§ 95). Es sei C (Fig. 282) der Schwerpunkt eines schwimmenden Körpers, A B sei die Lage der Schwimmebene, wenn der Körper im Gleichgewicht schwimmt, D sei dann der Schwerpunkt des verdrängten Wassers, D C ist also die Schwimmaxe. Bringt man nun die Schwimmaxe in eine geneigte, in der Figur angenommene Lage, so liegt jetzt die Schwimmebene in E F; der Schwerpunkt des verdrängten Wassers rückt jetzt zur Seite, er liege in G. Schneidet die durch G gehende Richtung des Auftriebs die geneigte Schwimmaxe D C in H, so ist H das Metacentrum des Körpers für diese Lage. Das Gewicht P des Körpers mit dem Angriffspunkt C bildet mit dem Auftrieb P, dessen Angriffspunkt in G liegt, ein Gegenpaar, welches den Körper zu drehen strebt. Liegt H über C, so zeigt die Figur, dass der Körper durch dieses Gegenpaar wieder aufgerichtet wird; läge aber der Schwerpunkt über dem Metacentrum H, etwa in J, so würde das Gegenpaar eine Rechtsdrehung bewirken, der Körper würde also in die alte Gleichgewichtslage nicht zurückkehren. Läge der Schwerpunkt gerade in H, so würde der Körper auch in der gezeichneten schiefen Lage im Gleichgewichte sein.

Fig. 282.

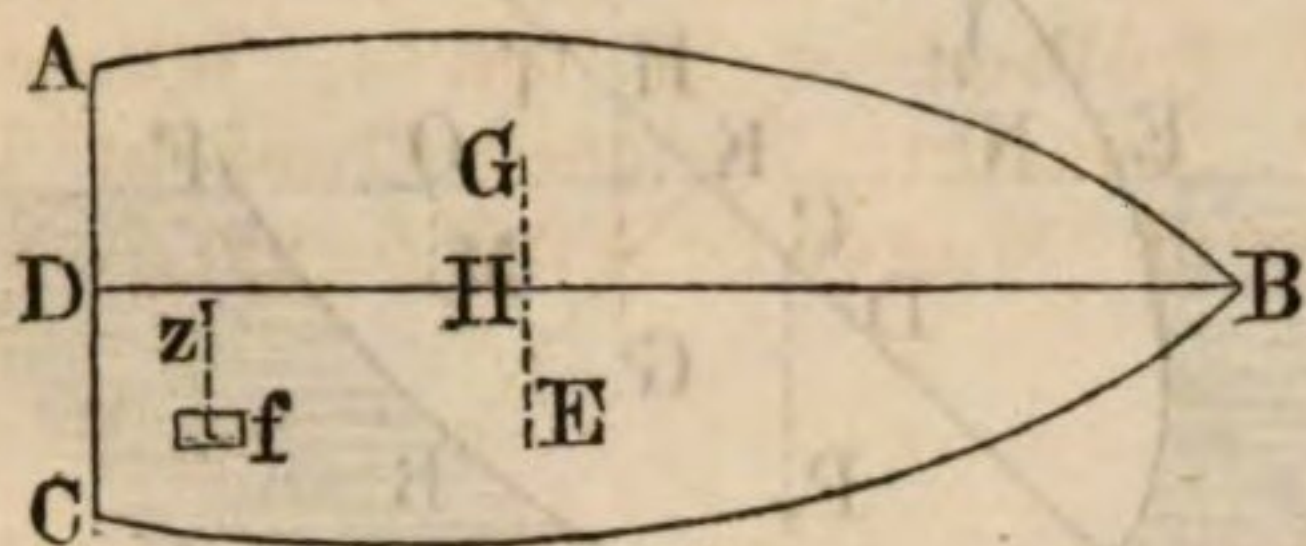


2) Die Stabilität eines schwimmenden Schiffes ist proportional der Summe aus dem Biegungelement des Schnittes in der Schwimmebene und dem Produkte aus dem Volumen des verdrängten Wassers mit der Länge, um welche der Schwerpunkt dieses Volums höher als der Schiffsschwerpunkt liegt.

Geht die Schwimmaxe in eine geneigte Lage über, so tritt ein gewisses Volumen A K E über den Wasserspiegel, ein anderes von genau gleicher Grösse B T F tritt unter den Wasserspiegel; jedes dieser Volumina sei gleich v , ihre Schwerpunkte L und M haben die horizontale Entfernung $N O = a$ von einander. Das constante Volumen $A R B = E R F$ sei V , und der neue Schwerpunkt G desselben sei um x gegen den alten zur Seite gegangen. Nun ist offenbar $A R B = E R F - B K F + A E K$, auch die statischen Momente dieser Volumina müssen für beide Seiten gleich sein. Legt man durch D eine vertikale Momentenebene, so ist $0 = V \cdot x - v \cdot O S + v \cdot (-N S)$, hieraus folgt $x = \frac{v \cdot N O}{V} = \frac{v a}{V}$. Bildet nun die geneigte Schwimmaxe mit der Vertikale den Winkel $D H G = \varphi$, so ist $D H = \frac{x}{\sin. \varphi}$; ist $C D = b$, so ist $C H = \frac{x}{\sin. \varphi} - b$, und das Moment des oben angegebenen Gegenpaars ist $M = P \cdot C H \sin. \varphi = P (x - b \sin. \varphi) = P \left(\frac{v a}{V} - b \sin. \varphi \right)$. Liegt der Schwerpunkt des schwimmenden Körpers C um b unter D, so ist $M = P \left(\frac{v a}{V} + b \sin. \varphi \right)$; in diesem Falle ist das Moment grösser als im vorhergehenden. Diese Formel giebt ein Mass für die Stabilität des Schwimmens

an. Vorstehende Formel nimmt noch eine einfachere Gestalt an, wenn der Körper von der Schwimmebene in einer Figur geschnitten wird, welche der Länge nach aus zwei symmetrischen Hälften besteht. Das ist besonders bei Schiffen der Fall. Zugleich sei der Winkel φ sehr klein. Es sei $A B C = F$ (Fig. 283) jene Schnittfläche in der Schwimmebene, $B D$ sei die Symmetrielinie, E und G seien die Schwerpunkte beider Hälften, $E G$ sei gleich $2 c$, also $E H = c$. Das Volumen v lässt sich nun so entstanden denken, als habe sich die Fläche $B D C$ in $B D$ um den Winkel φ gedreht, und es folgt nun nach der Guldini'schen Regel (§ 91) $v = \frac{1}{2} F c \varphi$. Bei dieser Drehung beschreibt das Flächentheilchen f , das um z von $B D$ absteht, das Volumen $f z \varphi$; das statische Moment dieses Volums in Bezug auf $B D$ ist also $f z^2 \varphi$, folglich ist das statische Moment des ganzen Volums

Fig. 283.



v gleich $\Sigma (f z^2 \varphi) = \varphi \Sigma (f z^2) = \frac{W \varphi}{2}$, wenn W das Biegungelement der ganzen Fläche $A B C$ ist (§ 158). Der Abstand des Schwerpunktes des Volums v von $B D$ ist demnach $\frac{W \varphi}{2} : \frac{F c \varphi}{2} = \frac{W}{F c}$, und da a das Doppelte dieses Abstandes ist, so ist $a = \frac{2 W}{F c}$. Hieraus ergibt sich nun $M = P \varphi \left(\frac{W}{V} + b \right)$; bedenkt man nun, dass $P = V \gamma$ ist, so erhält man schliesslich $M = (W \gamma + P b) \varphi = (W + V b) \varphi \gamma$.

§ 314. Vermischte Aufgaben.

236. Ein mit Wasser gefülltes Gefäss bewegt sich auf horizontaler Bahn mit der Beschleunigung G ; welche Gestalt und Lage nimmt die Oberfläche des Wassers an? Auflösung. Die Oberfläche ist eine schiefe Ebene unter dem Winkel α , so dass $\text{tng } \alpha = \frac{G}{g}$, nach hinten aufsteigend.

237. Auf einer schiefen Ebene zum Neigungswinkel β gleitet ein Gefäss ohne Reibung herab; welche Gestalt und Lage hat die Oberfläche des Wassers? Aufl. Die Oberfläche ist mit der gegebenen schiefen Ebene parallel.

238. In einem um seine vertikale Axe rotirenden Cylinder befindet sich Wasser; wie verhält sich die Tiefe der Einsenkung des Wassers in der Mitte des Gefässes zur Höhe seiner Erhebung am Rande? Aufl. Beide Längen sind einander gleich. (Es ist zu beachten, dass ein Umdrehungsparaboloid halb so gross ist als der umschriebene Cylinder.)

239. Mit welcher Winkelgeschwindigkeit φ muss sich ein cylindrisches Gefäss zum Radius r um seine Axe drehen, damit das in ihm befindliche Wasser sich am Rande um die Höhe h erhebe? Auflösung. $\varphi = \frac{2 \sqrt{g h}}{r}$

240. Eine im horizontalen Boden eines Wassergefässes befindliche Oeffnung ist mit einem $f = 4$ Quadr.-Zoll grossen Schieber verschlossen, der Wasserspiegel steht in einer Höhe von $h = 5$ Fuss darüber. Welche Kraft gehört dazu den Schieber zu bewegen, wenn der Reibungscoefficient $\mu = 0,7$ ist? Aufl. $\mu f h \gamma = 6,004 \mathcal{H}$.

241. Ein cylindrisches Gefäss zum Radius r und der Länge l mit aufrechtstehender Axe steht seitwärts mit einer Wassersäule in Verbindung,

in welchem der Wasserspiegel um h höher steht als die Mitte des cylindrischen Gefässes. Welche Drucke erleiden die beiden Endflächen des Gefässes? Aufl. Die obere erleidet den Druck $\left(h - \frac{1}{2}\right) r^2 \pi \gamma$, die untere den Druck $\left(h + \frac{1}{2}\right) r^2 \pi \gamma$.

242. Zwei vertikale Cylinder zu den Radien ϱ und r stehen mit ihren unteren Enden in Verbindung, sie sind zum Theil mit Wasser gefüllt und in jedem wird die Oberfläche des Wassers von einem wasserdicht schliessenden Kolben berührt. Der erste Kolben steht um h höher als der zweite und ist mit dem Gewicht P belastet; welches Gewicht kann der zweite Kolben im Gleichgewichtszustande tragen? Auflösung. $Q = (P + \varrho^2 h \pi) \frac{r^2}{\varrho^2}$.

243. Vor einem 4 Fuss breiten, $4\frac{1}{2}'$ hohen und $2''$ dicken Schutzblech aus Eichenholz steht das Wasser $3'$ hoch. Welche Kraft gehört zum Aufziehen desselben, wenn der Reibungscoefficient $0,6$ und das specifische Gewicht des Eichenholzes $1,1$ ist, der Auftrieb aber nicht beachtet werden soll? Aufl. $0,6 \cdot 1111,5 + 203,8 = 870,7 \text{ } \mathcal{B}$.

244. Wie gross ist diese Kraft, wenn der Auftrieb in Anrechnung gebracht wird? Aufl. $870,7 - 123,5 = 747,2 \text{ } \mathcal{B}$.

245. Wie vielfache Sicherheit bietet das Schutzblech an seiner tiefsten Stelle noch dar? Der Brechungsmodul sei $15000 \text{ } \mathcal{B}$. Auflösung Etwa 27fache. (Man bestimme die Druckhöhe, die im Stande wäre ein Eichenblech von $4'$ Länge und $2''$ Dicke zu zerbrechen, und vergleiche diese Höhe mit der vorhandenen.)

246. Wie vielfache Sicherheit bietet aber das Schutzblech überhaupt, wenn man annimmt, dass es durch seine ganze Höhe brechen wird? Aufl. Etwa 81fache.

247. Wie gross muss die Kronenbreite eines Dammes genommen werden, der $10'$ hoch ist, eine innere Böschung von 12 und eine äussere von $8'$ Breite hat, wenn der Reibungscoefficient der feuchten Erdmasse $0,4$ und das specifische Gewicht der trocknen Erdmasse $2,3$ ist? Aufl. $2,7'$.

248. Das Abführungsrohr eines Wasserbassins ist durch eine kreisförmige Klappe geschlossen zum Radius $r = 8''$; der Drehpunkt derselben liegt oberhalb der Klappe und um $a = 1'$ vom Mittelpunkt derselben entfernt, und der Hebelarm zur Bewegung der Klappe ist $b = 2'$ lang. Der Mittelpunkt der Klappe liegt um $h = 6'$ unter dem Wasserspiegel; und die Ebene der Klappe ist um $\alpha = 30'$ gegen den Horizont geneigt. Wie gross muss die senkrecht gegen den Hebelarm gerichtete Zugkraft sein, wenn die Klappe geöffnet werden soll? Auflösung

$$P = \frac{(4 a h + r^2 \sin \alpha) r^2 \pi \gamma}{4 b} = 207,36 \text{ } \mathcal{B}.$$

249. Um wie viel (x) taucht eine gerade Pyramide in das Wasser ein, deren Höhe h und deren specifisches Gewicht s ist, wenn die Spitze nach oben gerichtet ist? Aufl. $x = h [1 - \sqrt[3]{1 - s}]$.

250. Wie gross ist diese Eintauchungstiefe, wenn die Spitze abwärts gerichtet ist? Aufl. $x = h \sqrt[3]{s}$.

251. Eine abgestumpfte Pyramide zu den parallelen Grenzflächen F und f , der Höhe h und dem specifischen Gewichte s schwimmt im Wasser, so dass die Fläche F unten liegt. Wie gross ist die Eintauchungstiefe x ?

$$\text{Aufl. } x = \frac{h}{\sqrt{F} - \sqrt{f}} \left[\sqrt{F} - \sqrt[3]{(1 - s) F \sqrt{F} + f s \sqrt{f}} \right].$$

(Man denke sich den Stumpf zur vollständigen Pyramide ergänzt und nehme die zunächst zu berechnende Unbekannte von der Spitze aus.)

252. Wie gross ist die Eintauchungstiefe x einer Kugel zum Radius r ,

wenn ihr specifisches Gewicht s ist? Aufl. Man findet den Werth aus der kubischen Gleichung $x^3 - 3 r x^2 + 4 r^3 s = 0$.

253. Ein gerade abgeschnittenes Umdrehungsparaboloid von der Höhe h , dem Radius der ebenen Grenzfläche r und dem specifischen Gewicht s schwimmt im Wasser; wie gross ist die Eintauchungstiefe x , wenn der Scheitel der Parabel abwärts gerichtet ist, und wie gross ist dieselbe y , wenn der Scheitel aufwärts gerichtet ist? Vergl. Aufg. 238. Aufl. 1) $x = h \sqrt{s}$; 2) $y = h (1 - \sqrt{1 - s})$.

254. Welches sind die aufrechten Schwimmlagen eines liegenden geraden Parallelepipedums von quadratischer Basis zur Basiskante a und zum specifischen Gewicht s , 1) wenn eine, 2) wenn zwei, 3) wenn drei Seitenkanten untergetaucht sind? Aufl. Eintauchungstiefe: 1) $x = a \sqrt{s}$, $s \leq \frac{1}{2}$; 2) $x = a s$; 3) $x = a (\sqrt{2} - \sqrt{1 - s})$, $s \geq \frac{1}{2}$.

255) Welches sind die schiefen Schwimmlagen des in voriger Aufgabe bezeichneten Körpers in den angegebenen drei Fällen? Aufl. 1) Die beiden untergetauchten Abschnitte der Quadratseiten sind $\frac{a}{4}(3 \pm \sqrt{9 - 32s})$;

Eintauchungstiefe $\frac{4 a s}{\sqrt{9 - 16s}}$; Neigung der eintauchenden Diagonale gegen

die Vertikale: $\operatorname{tng} \alpha = \sqrt{1 - \frac{32}{9} s}$. Soll diese Schwimmlage möglich sein,

so muss der Werth von s zwischen $\frac{1}{4}$ und $\frac{9}{32}$ liegen. (Man begründe die

Proportion $x : y = \frac{a}{2} - \frac{y}{3} : \frac{a}{2} - \frac{x}{3}$ und die Gleichung $\frac{x y}{2} = a^2 s$, wenn x und y die untergetauchten Seitenabschnitte bezeichnen). 2) Die beiden untergetauch-

ten Abschnitte x, y der gegenüberliegenden Seiten sind $a \cdot \frac{2s \pm \sqrt{2(6s - 6s^2 - 1)}}{2}$;

Neigung α der eintauchenden Seiten gegen die Vertikale: $\operatorname{tng} \alpha = \frac{x - y}{a} =$

$\frac{\sqrt{2(6s - 6s^2 - 1)}}{a}$; grösste Eintauchungstiefe $x \cos \alpha$. Soll diese Lage möglich sein, so muss der Werth von s entweder zwischen $\frac{1}{2} - \frac{1}{6} \sqrt{3} = 0,2113$ und $0,25$ oder zwischen $0,75$ und $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} \sqrt{3} = 0,7887$ liegen. (Man be-

gründe die Proportion $x - y : a = \frac{a}{2} - a \frac{x + 2y}{3(x + y)} : \frac{a}{2} - \frac{x^2 + xy + y^2}{3(x + y)}$ und die

Gleichung $\frac{(x + y) a}{2} = a^2 s$; die erhaltene Wurzelgrösse muss reell

sein, der grössere Abschnitt darf nicht $> a$, der kleinere nicht < 0 werden.) 3) Die beiden untergetauchten Abschnitte der Quadratseiten

sind $\frac{a}{4} (1 \pm \sqrt{32s - 23})$; Eintauchungstiefe $a \sqrt{2} - \frac{4a(1 - s)}{\sqrt{165 - 7}}$, Nei-

gung α der eintauchenden Diagonale gegen die Vertikale: $\operatorname{tng} \alpha = \frac{1}{3} \sqrt{32s - 23}$. Soll diese Schwimmlage möglich sein, so muss der

Werth von s zwischen $\frac{23}{32}$ und $\frac{3}{4}$ liegen. — Hieraus folgt nun, dass

für alle Werthe von s zwischen 0 und $0,2113$, $\frac{9}{32}$ und $\frac{23}{32}$, $0,7887$ und 1 eine schiefe Schwimmlage nicht besteht.

256. Welches sind die aufrechten Schwimmlagen eines liegenden geraden dreiseitigen Prismas von regelmässiger Basis zur Seitenkante a und zum specifischen Gewicht s , 1) wenn eine, 2) wenn zwei Seitenkanten untergetaucht sind? Auflösung. 1) Die Länge der untergetauchten Ab-

schnitte der Basisseiten ist $a\sqrt{s}$, Eintauchungstiefe $\frac{a\sqrt{3s}}{2}$. 2) Die untergetauchten Abschnitte der Basisseiten sind $a(1 - \sqrt{1-s})$, Eintauchungstiefe: $\frac{a(\sqrt{3} - \sqrt{3(1-s)})}{2}$.

258. Welches sind die schiefen Schwimmlagen des in voriger Aufgabe bezeichneten Körpers in den beiden Fällen, und wann sind dieselben möglich? Auflösung. 1) Die beiden untergetauchten Abschnitte x, y der Basisseiten sind $\frac{a(3 \pm \sqrt{9-16s})}{4}$; für den Abweichungswinkel α der untertauchenden Höhe erhält man: $\operatorname{tng} \alpha = \sqrt{\frac{9-16s}{3}}$. Diese Schwimmlage ist nur möglich, wenn s einen Werth zwischen $\frac{1}{2}$ und $\frac{9}{16}$ hat. (Man begründe die Proportion $\frac{a\sqrt{3}}{6} - \frac{y\sqrt{3}}{6} : \frac{a}{2} - \frac{y+2x}{6} = \frac{2x-y}{2} : \frac{y\sqrt{3}}{2}$ und die Gleichung $\frac{xy\sqrt{3}}{4} = \frac{a^2s\sqrt{3}}{4}$.) 2) Die untergetauchten Abschnitte der Basisseiten sind $\frac{a(1 \pm \sqrt{16s-7})}{4}$; für den Abweichungswinkel der untertauchenden Dreieckshöhe von der Vertikalen erhält man: $\operatorname{tng} \alpha = \sqrt{\frac{16s-7}{3}}$. Diese Schwimmlage ist nur möglich, wenn s einen Werth zwischen $\frac{7}{16}$ und $\frac{1}{2}$ hat. — Eine schiefe Schwimmlage des gegebenen Körpers ist überhaupt nur möglich, wenn der Werth von s zwischen $\frac{7}{16}$ und $\frac{9}{16}$ liegt.

259. Es soll die Stabilität der in Aufgabe 255 berechneten Schwimmlagen untersucht werden, wenn l die Länge des Körpers bezeichnet. Auflösung. 1) Das Stabilitätsmoment der ersten Schwimmlage ist $\frac{a^3 l s (8\sqrt{s} - 3\sqrt{2})}{6}$. $\varphi \gamma$. Es ist also Stabilität vorhanden, wenn s einen Werth zwischen $\frac{9}{32}$ und $\frac{1}{2}$ hat. 2) Das Stabilitätsmoment ist $\frac{a^3 l}{12} [1 - 6s(1-s)] \varphi \gamma$. Das Gleichgewicht dieser Lage ist stabil, wenn $s < 0,2113$, oder wenn $s > 0,7887$ ist, bei allen Zwischenwerthen ist es labil. 3) Das Stabilitätsmoment ist $\frac{a^3 l (1-s)}{6} [8\sqrt{1-s} - 3\sqrt{2}] \varphi \gamma$. Das Gleichgewicht ist stabil, wenn $s < \frac{23}{32}$ ist.

260. Es soll die Stabilität der in Aufgabe 256 berechneten Schwimmlagen untersucht werden. Es sei l die Länge des Körpers. Auflösung. 1) Das Stabilitätsmoment der ersten Lage ist $\frac{a^3 l (9 - 32s)}{96} \sqrt{9 - 16s} \cdot \varphi \gamma$. Das Gleichgewicht ist in allen möglichen Fällen stabil. 2) Das Stabilitätsmoment ist jetzt $\frac{a^3 l (6s - 6s^2 - 1)}{6} \cdot \sqrt{12s - 12s^2 - 1}$. Das Gleichgewicht ist in allen möglichen Fällen stabil. 3) Das Stabilitätsmoment ist $\frac{a^3 l (32s - 23)}{96} \times \sqrt{16s - 7} \cdot \varphi \gamma$. Das Gleichgewicht ist in allen möglichen Fällen stabil.

261. Man soll die Art des stabilen Schwimmens des in den Aufgaben 255, 256, 259, 260 behandelten Körpers angeben, wenn der bestimmte Zahlenwerth seines specifischen Gewichtes bekannt ist.

Folgende Uebersicht giebt die Art des jedesmaligen Schwimmens an:

Specifisches Gewicht s .	Art des Schwimmens.	Anzahl der untergetauchten Seitenkanten.
0 — 0,2113	aufrecht	2
0,2113 — $\frac{1}{4}$	schief	2
$\frac{1}{4}$ — $\frac{9}{32}$	schief	1
$\frac{9}{32}$ — $\frac{1}{2}$	aufrecht	1
$\frac{1}{2}$ — $\frac{23}{32}$	aufrecht	3
$\frac{23}{32}$ — $\frac{3}{4}$	schief	3
$\frac{3}{4}$ — 0,7886	schief	2
0,7886 — 1	aufrecht	2

Ist $s = 0,2113$, oder $= \frac{9}{32}$, oder $= \frac{23}{32}$, oder $= 0,7886$, so ist das Gleichgewicht indifferent, denn das Stabilitätsmoment verschwindet; ist $s = \frac{1}{4}$, oder $= \frac{3}{4}$, so liegt eine; ist $s = \frac{1}{2}$, so liegen zwei Kanten in der Oberfläche des Wassers.

262. Man soll die Stabilität der verschiedenen Schwimmlagen des in Aufg. 257 und 258 angegebenen Körpers bestimmen und danach die stabile Schwimmlage angeben, die einem bestimmten specifischen Gewichte entspricht. Auflösung. 1) Bei der ersten Gleichgewichtslage des aufrechten Schwimmens ist das Stabilitätsmoment $\frac{a^3 l s}{12} (4 \sqrt{s} - 3) \varphi \gamma$. Das Gleichgewicht ist also stabil, wenn $s > \frac{9}{16}$. 2) Bei der zweiten Gleichgewichtslage des aufrechten Schwimmens folgt als Moment $\frac{a^3 l (1-s)}{12} [4 \sqrt{1-s} - 3] \varphi \gamma$. Das Gleichgewicht ist stabil, wenn $s < \frac{7}{16}$. 3) Bei der ersten Gleichgewichtslage des schiefen Schwimmens ist das Moment $\frac{a^3 l}{96} (9 - 16s) \sqrt{9 - 12s} \cdot \varphi \gamma$. Dieses Moment ist positiv, wenn $s < \frac{9}{16}$ ist. Das Schwimmen in diesem Fall ist daher immer stabil. 4) Für die zweite Lage des schiefen Schwimmens folgt das Moment $\frac{a^3 l}{96} (16s - 7) \sqrt{12s - 3} \cdot \varphi \gamma$ und die Bedingung $s > \frac{7}{16}$. Dieses Schwimmen ist also auch stets, wenn es eintritt, stabil. — Für s zwischen 0 und $\frac{7}{16}$ schwimmt das Prisma aufrecht mit 2 untergetauchten Seitenkanten, für s zwischen $\frac{7}{16}$ und $\frac{1}{2}$ wird dieses Schwimmen ein schiefes, für $s = \frac{1}{2}$ tritt eine Seitenkante in die Oberfläche des Wassers. Für s zwischen $\frac{1}{2}$ und $\frac{9}{16}$ schwimmt das Prisma schief mit einer untergetauchten Seitenkante und für $s > \frac{9}{16}$ schwimmt es in dieser Weise aufrecht.

263. Unter welcher Bedingung wird ein gerader Cylinder zum Radius r und der Höhe h mit aufrechter Axe schwimmen? Auflösung. Es muss $\frac{r^2}{2h^2} > s(1-s)$ sein. Also es muss $r > h \sqrt{2s(1-s)}$, $h < \frac{r}{\sqrt{2s(1-s)}}$ sein; s darf nicht zwischen $\frac{1}{2} - \frac{1}{2h} \sqrt{h^2 - 2r^2}$ und $\frac{1}{2} + \frac{1}{2h} \sqrt{h^2 - 2r^2}$ liegen, sondern es muss entweder $> \frac{1}{2} + \frac{1}{2h} \sqrt{h^2 - 2r^2}$ oder $< \frac{1}{2} - \frac{1}{2h} \sqrt{h^2 - 2r^2}$ sein. Ist $h < r \sqrt{2}$, so schwimmt der Cylinder in der angegebenen Lage für jeden Werth von s stabil.

264. Unter welchen Bedingungen wird ein gerader Kegel zum Basisradius r und zur Höhe h stabil mit vertikaler Axe und abwärts gerichteter Spitze schwimmen? Auflösung. Das Stabilitätsmoment ist $\frac{r^3 \pi s}{4} [r^2 \sqrt{s} - h^2 (1 - \sqrt{s})] \varphi \gamma$. Es muss $r^2 \sqrt{s} > h^2 (1 - \sqrt{s})$ sein. Hieraus folgen

die Bedingungen: $r > h \sqrt[3]{\frac{1 - \sqrt{s}}{\sqrt{s}}}$; $h < r \sqrt[3]{\frac{\sqrt{s}}{1 - \sqrt{s}}}$; $s >$

$$\frac{h^6}{(h^2 + r^2)^2}$$

265. Unter welchen Bedingungen schwimmt der in voriger Aufgabe angegebene Körper stabil in aufrechter Lage und aufwärtsgerichteter Spitze? Auflösung. Das Stabilitätsmoment ist $\frac{r^2 \pi (1 - s)}{4} [r^2 \sqrt[3]{1 - s} - h^2$

$(1 - \sqrt[3]{1 - s})] \varphi \gamma$. Es muss also $r^2 \sqrt[3]{1 - s} > h^2 (1 - \sqrt[3]{1 - s})$ sein. Es muss also eine der folgenden Bedingungen sich erfüllen: $r > h \times$

$$\sqrt[3]{\frac{1 - \sqrt[3]{1 - s}}{\sqrt[3]{1 - s}}}; h < r \sqrt[3]{\frac{\sqrt[3]{1 - s}}{1 - \sqrt[3]{1 - s}}}; s < 1 - \frac{h^6}{(h^2 + r^2)^3}$$

(Die Vergleichung der in den beiden letzten Aufgaben angegebenen Resultate ergibt: Ist der Kegel hinreichend niedrig, so kann er in beiden Lagen stabil schwimmen; ist er hinreichend hoch, so wird er es in keiner von diesen beiden Lagen thun, und bei mittlerer Höhe wird er es nur in einer thun, und es wird dann von dem Werthe, den s hat, abhängen, welche Lage dies ist. Ist ein Kegel von bestimmten Dimensionen von hinreichend geringem specifischen Gewichte, so wird er aufrecht schwimmen, mit der Spitze nach oben; ist sein specifisches Gewicht hinreichend gross, so wird er aufrecht mit abwärtsgerichteter Spitze schwimmen. Bei einem mittleren specifischen Gewichte wird er entweder keine dieser Lagen oder beide annehmen können, je nach-

dem $\frac{h^6}{(h^2 + r^2)^3}$ grösser oder kleiner als $\frac{1}{2}$ ist.

266. Ein Cylinder aus Eisenblech hat einen Wasserdruck von 100' auszuhalten; er hat einen Durchmesser von 3'. Wie gross muss die Wandstärke genommen werden bei sechsfacher Sicherheit? Auflösung. 0,09" nach § 188,2; 0,21" nach § 188,3.

Sechszehntes Kapitel.

Hydrostatische Apparate und Maschinen.

§. 315. Ventile.

1) Ventile im engeren Sinne sind bewegliche Theile, welche die Bewegung einer Flüssigkeit durch eine Oeffnung in der einen Richtung gestatten, in der entgegengesetzten aber verhindern. Die Bewegung dieser Ventile ist selbstthätig, indem der überwiegende Druck der Flüssigkeit nach der einen oder der anderen Richtung das Oeffnen oder Schliessen des Ventils bewirkt. Zu dem eigentlichen beweglichen Ventilkörper gehört noch der unbewegliche Ventilsitz, mit welchem der Ventilkörper zusammen den Verschluss bildet. Befindet sich das Ventil in einem besonderen Raume, der durch eine verschliessbare Thür zugänglich ist, so heisst derselbe Ventilkammer. Nach der Gestalt des Ventilkörpers unterscheidet man als Hauptarten: Klappen-, Kegel-, Kugel-, Doppelsitzventile. Ein Ventil muss dicht schliessen, hinreichende Festig-

keit haben, der Flüssigkeit ungehinderten Durchgang gestatten und sich schnell wieder schliessen können, damit nur wenig Flüssigkeit wieder zurückgehe.

Die Klappen der Klappenventile (Fig. 284) werden entweder aus Leder, das dann mit Holz- oder Metallplatten ausgesteift wird, oder aus Metall gefertigt. Die ersteren drehen sich um die befestigten Endlappen des Leders, die anderen im Scharniere. Die Kegelventile (Fig. 285)

Fig. 284.

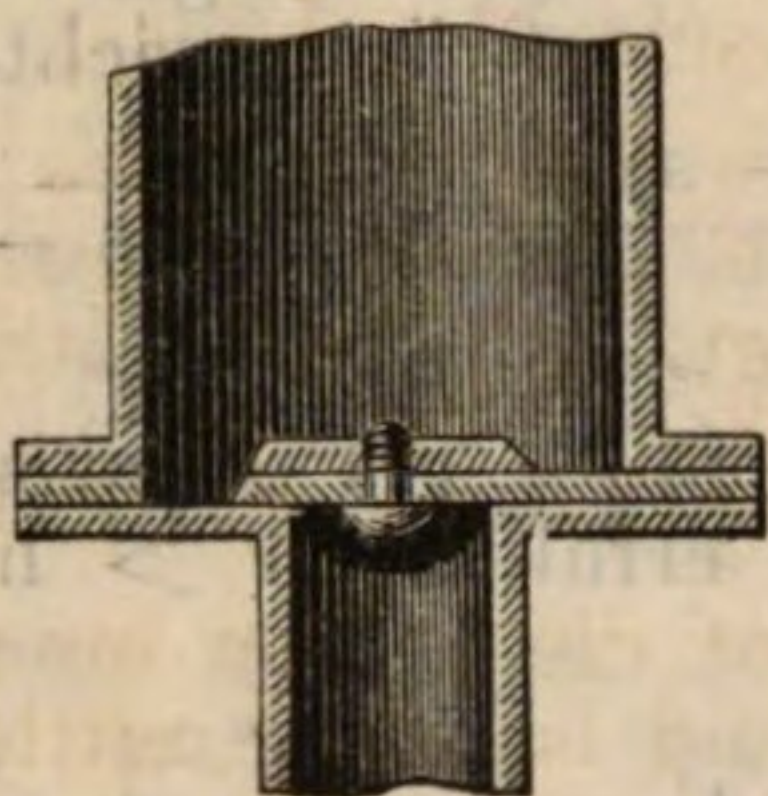


Fig. 285.

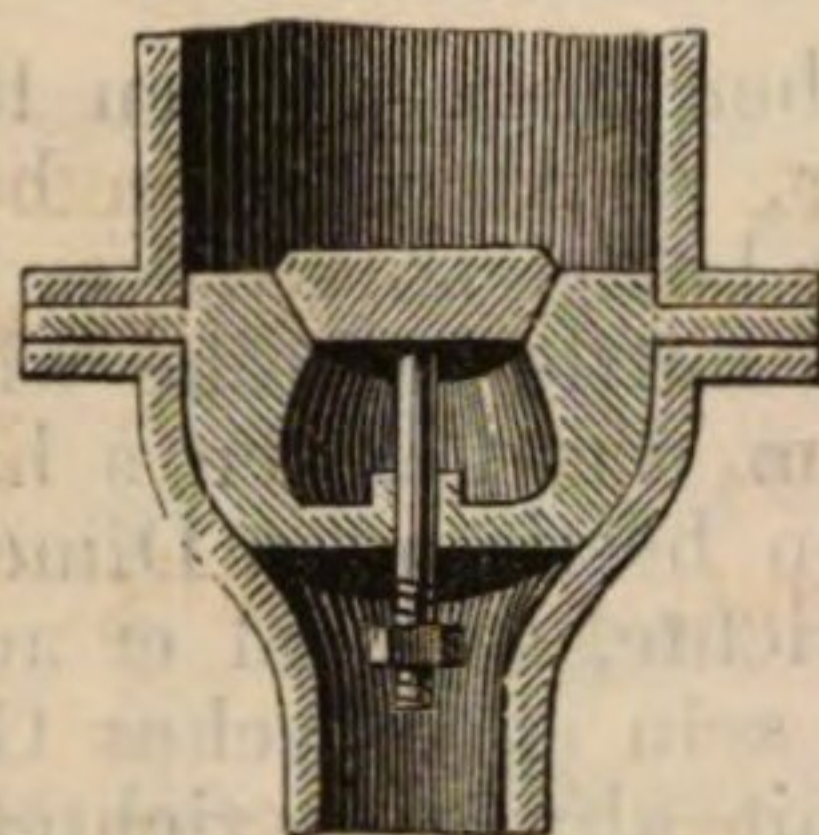


Fig. 286.

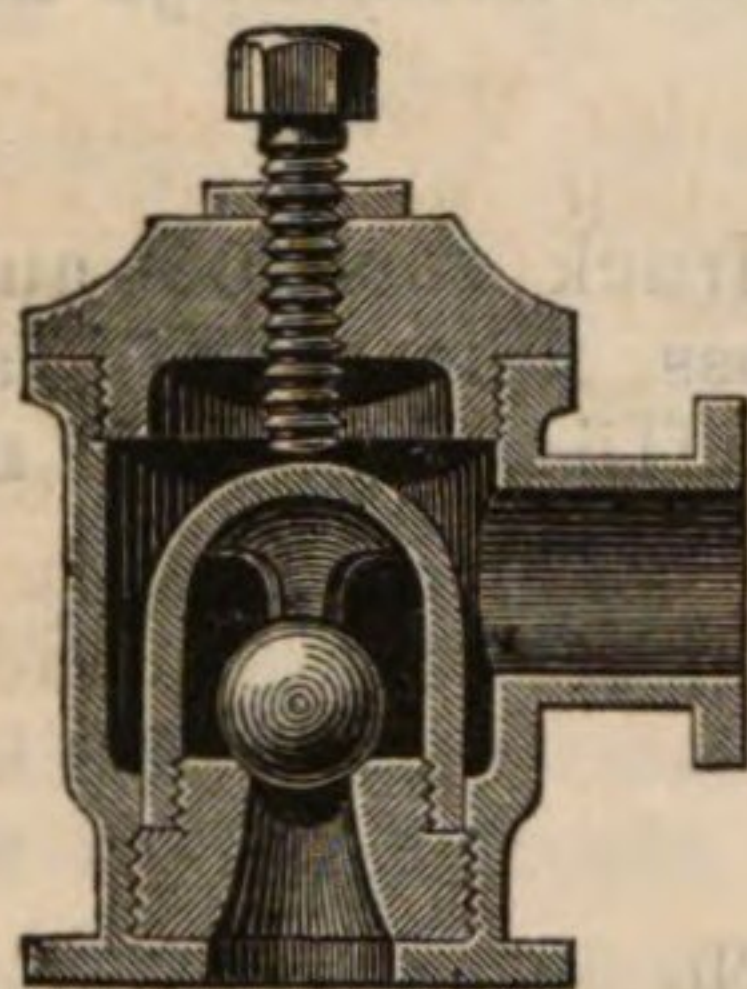
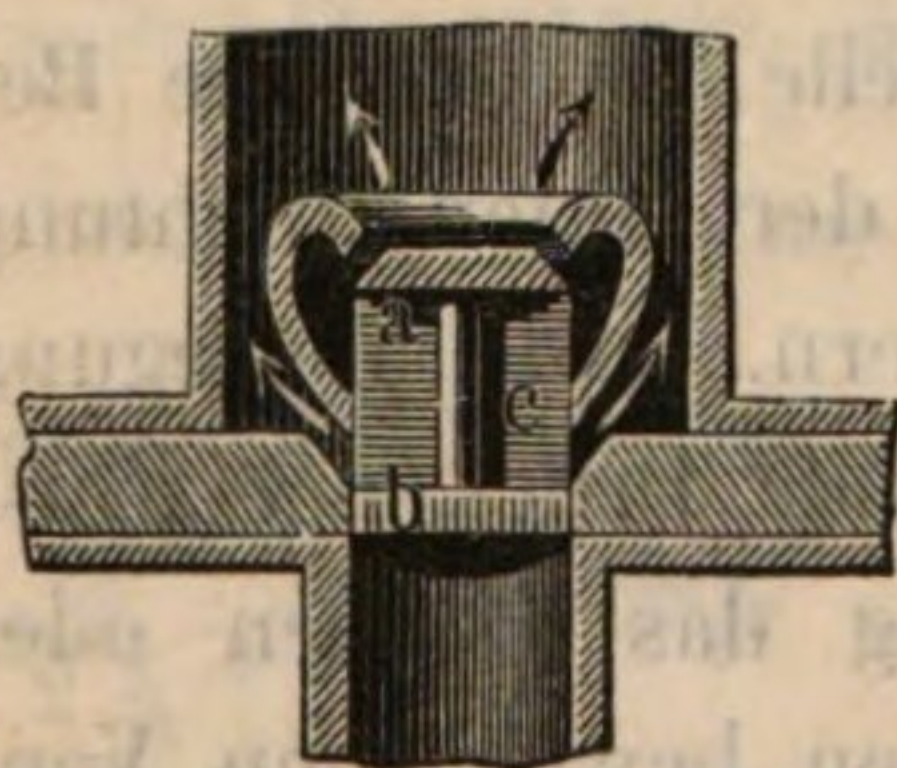


Fig. 287.



haben entweder oben oder unten einen Stiel, der durch einen Steg oder Bügel des Ventilsitzes geht und hier seine Führung erhält. Zuweilen fällt der Steg fort und der Stiel hat Flügelansätze, die bis zur Rohrwand reichen und die Führung bewirken. Geht die Kegelmantelfläche des Ventils und des Ventilsitzes in ein Stück einer Kugeloberfläche über, so heisst das Ventil Muschelventil. Ist der Ventilkörper plattenförmig und legt sich mit ebener Fläche auf die ebene Oberfläche des Ventilsitzes, so ist das Ventil ein Scheiben- oder Tellerventil. — Ist der Ventilkörper eine Kugel (Fig. 286), so ist diese frei ohne besondere Führung, ist aber von einem durchbrochenen Gehäuse umgeben, damit der Ventilhub nicht zu hoch ausfalle. Beim Doppelsitzventil (Fig. 287) ist der obere tellerförmige Sitz a mit dem unteren b durch einen vertikalen Stiel c verbunden. Der Ventilkörper ist hohl und kronenförmig und lässt, wenn er sich hebt, die Flüssigkeit an zwei Stellen zugleich durchströmen.

2) Ist f die obere, f' die untere vom Wasser gedrückte Ventilfläche, h die obere, h' die untere Druckhöhe und G das Gewicht des Ventilkörpers, so ist für das Gleichgewicht des Ventils unmittelbar vor seiner Hebung: $f h \gamma + G = f' h' \gamma$. Bezeichnen p und p' die Flüssigkeitsdrucke gegen die Flächeneinheit der oberen und unteren Fläche, so ist $f p + G = f' p'$.

In allen Fällen ist $f > f'$, deshalb muss schon für den Gleichgewichtszustand $h' > h$, $p' > p$ sein. Beim Kugelventil bezieht sich f auf den äusseren, f' auf den inneren Rand der Ventilöffnung. Beim Doppelsitzventil ist f die ringförmige Fläche zwischen den beiden äusseren Rändern des Doppelsitzes und f' die ringförmige Fläche zwischen den beiden inneren; Da diese aber der Grösse nach zwischen jenen liegen müssen, so ist hier f' gegen f sehr klein, und dieses Ventil verlangt daher, um selbstthätig gehoben

zu werden, einen grossen relativen Ueberdruck der hebenden Flüssigkeit. Ist der Halbmesser des oberen inneren Randes nicht kleiner als der untere, so kann das Ventil gar nicht selbstthätig geöffnet werden. Der einseitige Druck, der von oben auf diesem Ventile lastet, ist aber immer verhältnissmässig gering. Beim Kugel- und Doppelsitzventil geht aus dem oberen Wasserdruck noch ein Auftrieb hervor, der in den beiden angeführten Gleichungen von dem Werthe G abzuziehen ist.

3) Hubhöhe. Das Ventil muss sich in der Regel so hoch heben,

dass der rings am Umfange des Ventils freiwerdende Weg mit der verschlossen gewesenen Oeffnung einen gleichen Querschnitt hat. Bezeichnet f' wieder die Fläche der Ventilöffnung, u ihren Umfang, h die nöthige Hubhöhe des Ventils, so ist, $h u = f'$. Je geringer die Hubhöhe ist, desto weniger Flüssigkeit kann beim Schliessen des Ventils wieder zurücktreten und desto weniger schlägt das Ventil, wenn es sich schnell schliesst.

Beim Klappenventil bezeichnet h die Erhebung des Schwerpunktes der deckenden Fläche; man trifft hier die Einrichtung so, dass der Neigungswinkel der gehobenen Klappe 45° nicht übersteigt. Ist die Ventilöffnung kreisförmig zum Durchmesser d , so ist $f' = \frac{d^2 \pi}{4}$, $u = d \pi$, also

$h = \frac{1}{2} d$. Beim Doppelsitzventil bezieht sich u auf die beiden inneren Ränder des Doppelsitzes; sind beide kreisförmig und ist d ihr mittlerer Durchmesser, so folgt $h = \frac{1}{8} d$. Diese Ventile verlangen also die kleinste Hubhöhe, schliessen sich also am schnellsten, ohne zu sehr zu schlagen.

4) Der Raum, in welchem sich das Ventil befindet, muss mindestens so weit sein, dass zwischen dem Ventil und der umgebenden Wand ein Raum bleibt, der dieselbe Weite als die Ventilöffnung hat. Ist F der Querschnitt des Ventilraums, F' der grösste Querschnitt des Ventils, so ist mindestens $F = F' + f'$ zu setzen.

Ist d der kleinere, d_1 der grössere Durchmesser eines Kegelventils, D der des cylindrischen Ventilraumes, so ist mindestens $D = \sqrt{d^2 + d_1^2}$ zu nehmen.

Anmerkung. In einem weiteren Sinne versteht man unter Ventil eine Vorrichtung, durch welche die Bewegung einer Flüssigkeit durch eine Oeffnung gestattet oder verhindert werden kann. Ausser den oben behandelten selbstwirkenden Ventilen giebt es dann noch solche, welche von aussen (durch Menschenhand oder Maschinen) geöffnet oder geschlossen werden. Ausserdem, dass die selbstwirkenden Ventile auch zu diesem Zwecke eingerichtet werden können, gehören hierher die Cylinder-, Laternen- und Schieberventile.

§ 316. Kolben.

1) Kolben sind bewegliche Körper, welche sich mit dichtem Anschluss gegen die Wände eines Gefässes in demselben so bewegen können, dass sie entweder einen Druck auf eine Flüssigkeit übertragen oder einen Druck von ihr empfangen können. In den meisten Fällen ist das Gefäss ein hohler Cylinder, der Kolben ist dann ebenfalls cylindrisch und bewegt sich einfach fortschreitend in der Richtung der Cylinderaxe.

Die Kolben gehören zu den Maschinentheilen, welche die Bewegungsübertragung zwischen starren und flüssigen Körpern vermitteln; dabei kann die Bewegung entweder von den starren Körpern ausgehen, wie bei den gewöhnlichen Wasserpumpen und den Feuerspritzen, oder sie geht von den Flüssigkeiten aus, wie bei den Wassersäulen- und Dampfmaschinen. — Statt der cylindrischen Gestalt können Kolben und Gefäss auch die prismatische haben, obwohl sich dieselbe nicht in gleichem Masse wie jene empfiehlt; dann kommen auch rotirende Kolben vor.

2) Das Hauptforderniss eines Kolbens ist sein dichter Anschluss gegen die Gefässwand; die Vorrichtung, durch welche sie erreicht wird,

heisst Dichtung oder Liederung. Dieselbe ist (b in der Fig. 288 bis 291) entweder an der Gefässwand angebracht (Fig. 288, 289), und der Kolben ist dann lang-cylindrisch mit glatter Oberfläche (Brahma-Kolben); oder sie befindet sich an

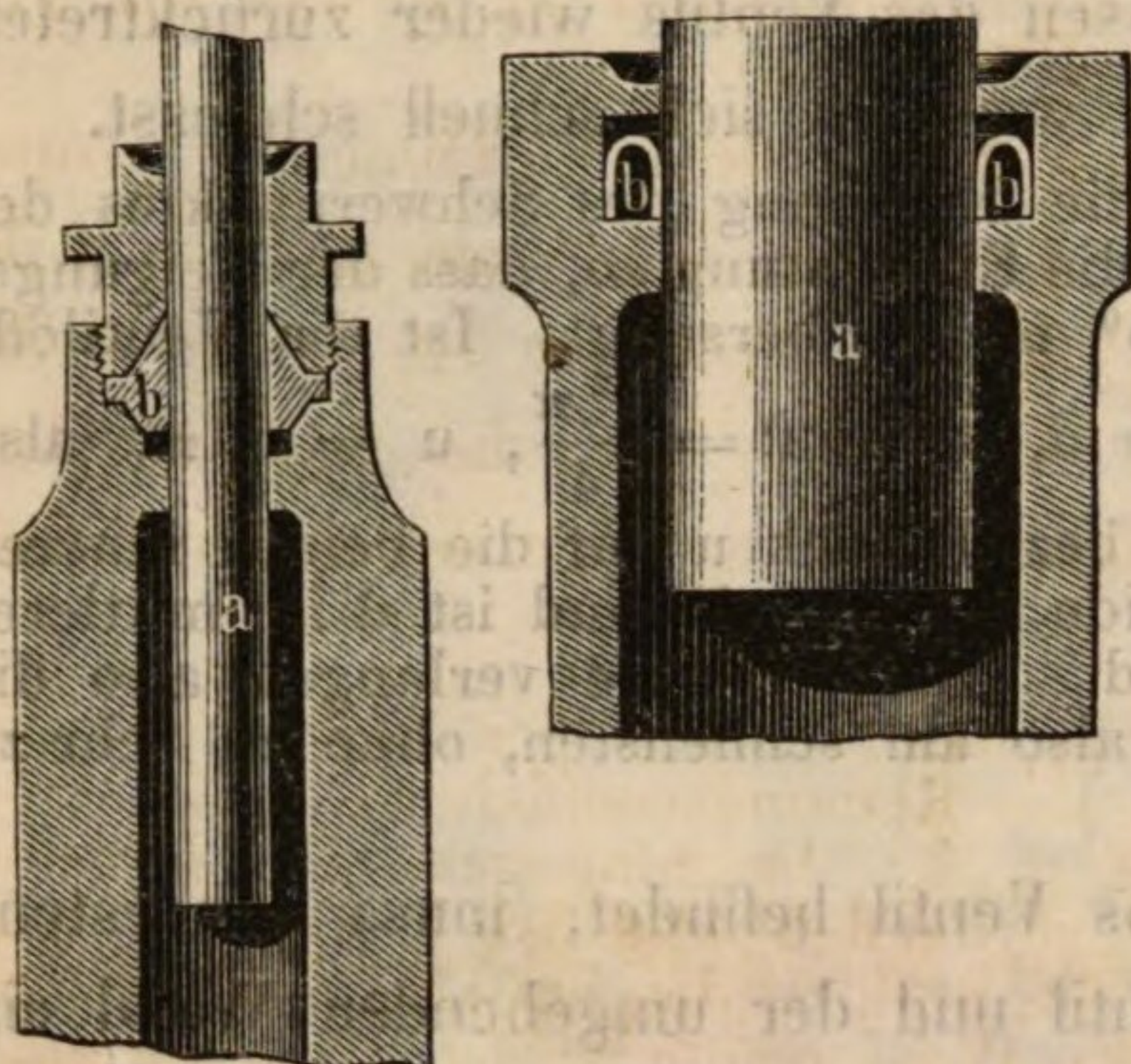
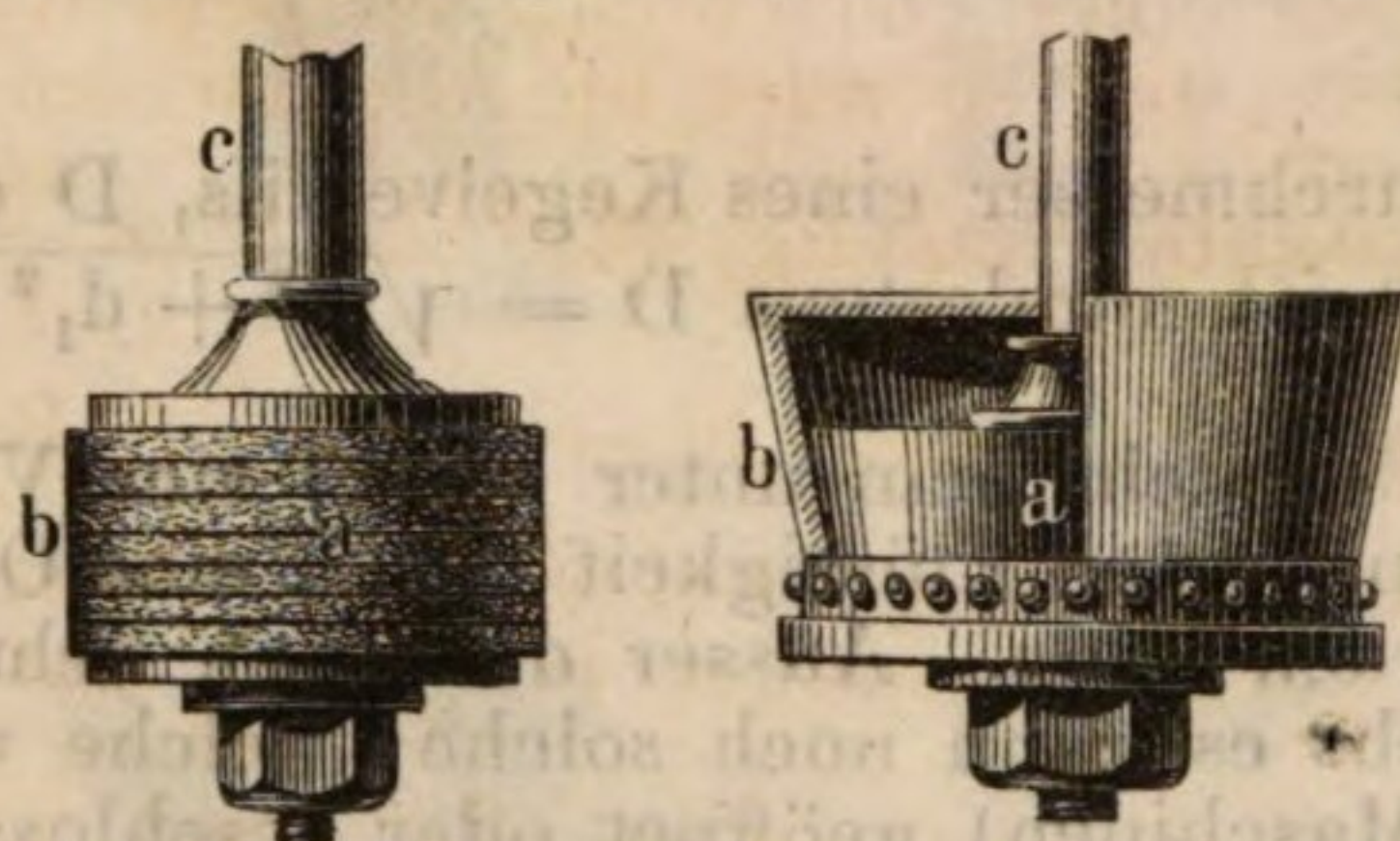


Fig. 288, 289.



der Kolbenoberfläche (Fig. 290, 291), und der Kolben ist dann kurz-cylindrisch, seine weitere Bewegung wird durch die Kolbenstange c vermittelt und die innere Gefässwand ist glatt. Die Dichtung wird immer dadurch bewirkt, dass ein weicher oder elastischer Stoff von dem Kolben gegen die Gefässwand oder von dieser gegen die Kolbenfläche gepresst wird. Die Pressung ist entweder eine constante und geht von der Elasticität der zur Dichtung verwendeten Stoffe aus (Fig. 288, 290), oder sie ist eine hydrostatische und geht von dem Druck der Flüssigkeit aus (Fig. 289, 291). In allen Fällen aber entsteht durch die Pressung bei der Bewegung des Kolbens ein Bewegungshinderniss.

Es kann hier natürlich nicht darauf ankommen, die vielen Formen, in denen Kolben construirt sind, auch nur annähernd vollständig zu erörtern. Bei der Einrichtung, welche Fig. 288 angiebt, wird eine in Fett getränkte Hanfliederung b durch einen einzuschraubenden Deckel mit kegelförmigem Rande gegen einen vorspringenden Rand des Cylinders und gegen den Kolben gepresst. Ein unter dem Hanf liegende, Messingring soll verhüten, dass der Kolben einzelne Hanffasern mitnimmt. Der Kolben Fig. 290 besteht aus in Fett getränkten Leder-Filz oder Pappscheiben, die aufeinander gelegt, zwischen zwei festen (Metall-) Platten zusammen gepresst und sorgfältig abgedreht sind. Verwandt hiermit ist die Hanfliederung, bei welcher eine breite, auf der Kolbenfläche ausgesparte Rinne mit gefetteten Hanfzöpfen durch Umwicklung ausgefüllt ist. Bei der Einrichtung der Fig. 289 befindet sich in der Cylinderwand eine Rinne und in derselben ein Doppelring aus Leder; die gepresste Flüssigkeit kann in den inneren Raum dieses Ringes eintreten und presst ihn dann gegen den Kolben. In Fig. 291 ist der Kolben mit einem schwach konisch gestalteten Lederstulp umgeben, der unten mittelst eines umgelegten Ringes und mittelst Nägel oder Schrauben befestigt ist, über dem Kolben aber mit einem mehr oder minder breiten Rande hervorragt. Sollte dieser Kolben eine über ihm stehende Flüssigkeitssäule heben, so würde der Druck derselben den Lederkappenrand gegen die Cylinderwand drücken und dadurch die Dichtung bewirken. Soll ein solcher Stulpkolben nach beiden Richtungen dicht gehen, so muss er einen Doppelstulp haben. Sehr gebräuchlich ist auch die Kolbendichtung durch Metallringe, welche

in Nuthen der Kolbenfläche um denselben gelegt werden; diese Ringe sind an einer Stelle schräg aufgeschnitten, so dass sie sich verengern und erweitern können. Bei Hochdruckdampfmaschinen werden diese Ringe durch Federn, deren Kraft durch Stellschrauben regulirt wird, nach aussen gedrängt; bei der Reichenbach'schen Wassersäulenmaschine wird dieser Druck von der pressenden Flüssigkeit selbst ausgeübt, indem der Kolben angemessen durchbohrt ist, so dass die Flüssigkeit die Ringe von innen her treffen kann.

3) Die Kolbenreibung ist in allen Fällen dem Durchmesser proportional. Bei constanter Pressung der Liederung hängt sie noch von dem Grade dieser Pressung ab; bei hydrostatischer Pressung ist sie der hydrostatischen Druckhöhe proportional. Ausserdem ist die Kolbenreibung noch wesentlich durch die Sorgfalt bedingt, mit welcher die sich reibenden Theile gearbeitet sind.

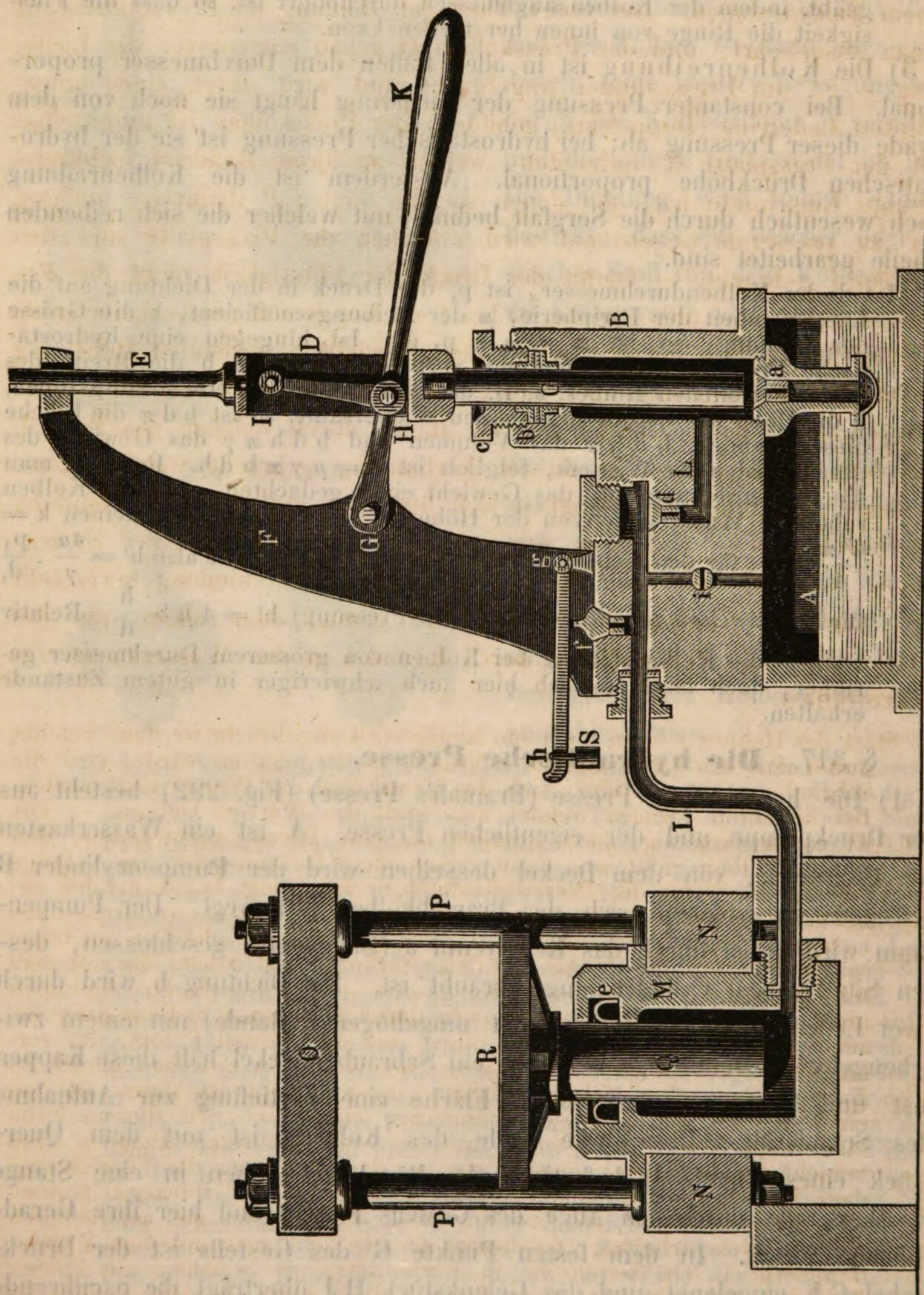
Ist d der Kolbendurchmesser, ist p_1 der Druck in der Dichtung auf die Längeneinheit der Peripherie, μ der Reibungscoefficient, k die Grösse der Reibung, so ist $k = \mu \pi p_1 d$. Ist hingegen eine hydrostatische Pressung der Liederung vorhanden und ist b die Breite des davon betroffenen Ringes, z. B. des Stulprandes bei einem Stulpkolben, h die Höhe der darauf drückenden Wassersäule, so ist $b d \pi$ die Fläche dieses Randes, $b d h \pi$ das Volumen und $b d h \pi \gamma$ das Gewicht des darauf lastenden Wassers, folglich ist $k = \mu \gamma \pi b d h$. Reducirt man die Kolbenreibung auf das Gewicht einer gedachten, auf dem Kolben ruhenden Wassersäule von der Höhe h' , so wäre im Allgemeinen $k = \frac{d^2 \pi}{4} \cdot h' \gamma$; für den ersten Fall (constante Pressung) wäre also $h' = \frac{4\mu}{\gamma} \cdot \frac{p_1}{d}$, für den zweiten aber (hydrostatische Pressung) $h' = 4 \mu b \cdot \frac{h}{d}$. Relativ ist also die Kolbenreibung bei Kolben von grösserem Durchmesser geringer, doch lässt sie sich hier auch schwieriger in gutem Zustande erhalten.

§ 317. Die hydraulische Presse.

1) Die hydraulische Presse (Bramah's Presse) (Fig. 292) besteht aus der Druckpumpe und der eigentlichen Presse. A ist ein Wasserkasten aus Gusseisen, von dem Deckel desselben wird der Pumpencylinder B getragen, in welchem sich der Bramahkolben C bewegt. Der Pumpenraum wird unten durch das Kegelventil a (Saugventil) geschlossen, dessen Sitz in den Cylinder eingeschraubt ist. Die Dichtung b wird durch zwei Lederkappen (Lederringe mit umgebogenen Rande) mit einem zwischengelegten Metallringe bewirkt; ein Schraubendeckel hält diese Kappen fest und trägt an seiner oberen Fläche eine Vertiefung zur Aufnahme des Schmieröls. Das obere Ende des Kolbens ist mit dem Querstück eines Bügels D befestigt, der Bügel geht oben in eine Stange E über, die durch ein Auge des Gestells F geht und hier ihre Geradföhrung erhält. In dem festen Punkte G des Gestells ist der Druckhebel G K eingelenkt, und das Gelenkstück H J überträgt die oscillirende Bewegung des Hebels auf die geradlinige des Druckkolbens. Beim Aufgange dieses Kolbens tritt das Wasser aus dem Kasten durch das Saug-

ventil a nach Art der Saugpumpen (vergl. § 378) in den Pumpen-
cylinder; beim Niedergange dieses Kolbens schliesst sich das Ventil, und
das Wasser geht durch das Rohr L in den hohlen Raum des Press-

Fig. 292.



cylinders M. Auf diesem Wege hebt es das Ventil d (Druckventil),
welches ihm, wenn der Pumpenkolben wieder aufwärtsgeht, den Rückweg

versperrt. Der Presscylinder M ist in den Pressboden N eingelassen und ruht mit flantschenartigen Vorsprüngen auf demselben. Der Pressboden N ist mit dem Presskopf O durch 4 Säulen P in bekannter Weise (vergl. § 218) verbunden. Das Ganze ruht auf Mauerwerk oder auf einem Balkenrahmen. Der obere Theil der Höhlung im Presscylinder ist genau ausgebohrt, und der Presskolben Q genau eingepasst; die Liederung e ist am Presscylinder angebracht und wird durch einen umgestülpten Lederring (Doppelring) gebildet. Der Presskolben ist unmittelbar mit der Pressplatte R verbunden, welche an ihrem Rande 4 halbkreisförmige Einschnitte hat, mit denen sie die Säulen P theilweise umfasst. Der zu pressende Gegenstand wird zwischen die Pressplatte und den Presskopf gebracht. — Damit der Druck der Flüssigkeit nicht die Festigkeitsverhältnisse überschreite, ist bei f ein Kegelventil (Sicherheitsventil) angebracht, welches durch den mit dem Gewicht S belasteten Hebel h g niedergehalten wird, sich aber öffnet, wenn der Wasserdruck die Grenze überschreitet. Bei i befindet sich ein Hahn, durch welchen das Rohr L mit dem Wasserkasten in directe Verbindung gebracht werden kann. So lange die Pumpe in Thätigkeit sich befindet, muss diese Verbindung unterbrochen sein; soll aber der gehobene Presskolben wieder zurückgehen, so dreht man den Hahn i so, dass die Verbindung hergestellt wird, und das Gewicht des Presskolbens genügt dann allein, um das Wasser aus dem Presscylinder durch L und i in den Wasserkasten zurückzutreiben.

Statt des Hahnes i kann auch ein Kegelventil angebracht werden, welches durch eine leicht zugängliche Schraube niedergehalten wird; wird die Schraube gelöst, so öffnet sich das Ventil und das Wasser läuft zurück. Bei kleineren Pressen wendet man statt des Wassers Oel an. — Oft ist es zweckmässig, zwei Pumpen für eine Presse anzuwenden; den Pumpenkolben giebt man dann verschiedene Durchmesser. Im Anfange der Arbeit, wenn der Presswiderstand noch gering ist, kann der Arbeiter gleichzeitig beide Pumpen in Bewegung setzen, wodurch, ohne Ueberanstrengung zu veranlassen, der Presskolben schneller aufsteigt; später wird nur die Pumpe mit dem stärkeren und zuletzt die mit dem schwächeren Kolben in Bewegung gesetzt. — Werden die Druckpumpen nicht durch Menschenhand, sondern durch Maschinen in Bewegung gesetzt, so fällt der Hebel, der Bügel und das Gestell F fort, der verlängerte Druckkolben bekommt vorn einen Kopf, der zwischen parallelen Bahnen seine Geradföhrung erhält, in den Kopf ist dann die von einer Kurbel aus bewegte Treibstange eingelenkt. In diesem Falle lässt man den Presscylinder anfangs von mehreren Pumpen von verschiedenem Kaliber gespeist werden und trifft aber die Vorrichtung, dass bei vorgeschrittenem Pressen die Pumpen mit stärkeren Kolben sich selbst auslösen, so dass nur noch die Pumpen mit schwächeren Kolben allein arbeiten. Zu diesem Zwecke setzt man mit dem Verbindungsrohr L ein Seitenrohr in Verbindung, in welchem ein kleiner Kolben angebracht ist; gegen diesen Kolben wirkt aber eine Feder oder ein beschwerter Hebel so, dass er sich nur dann bewegt, wenn der Pressdruck eine gewisse Grenze überschreitet. Der Kolben setzt aber einen Hebel in Bewegung, welcher durch eine Stange das Saugventil

der auszulösenden Pumpe hebt, so dass von nun an diese Pumpe leer geht, indem das aufgesogene Wasser beim Niedergehen des Kolbens in den Wasserkasten zurückströmt.

2) Verhältniss der Kräfte ohne Rücksicht auf die Reibung. Es sei P die am Hebel wirkende Kraft, n die Uebersetzungszahl des Hebels, d der Durchmesser des Druckkolbens, D der des Presskolbens, G das Gewicht des letzteren und Q der Pressdruck. Der Hebel überträgt auf den Druckkolben den Druck $n P$, jede Flächeneinheit der Kolbenfläche übt also einen Druck aus $= n P : \frac{1}{4} d^2 \pi = \frac{4 n P}{d^2 \pi}$; dieser Druck pflanzt sich durch das Verbindungsrohr bis auf die Grundfläche des Presskolbens fort, diese empfängt also den Druck $\frac{4 n P}{d^2 \pi} \cdot \frac{D^2 \pi}{4} = n P \cdot \frac{D^2}{d^2}$. Da dieser Druck zunächst das Gewicht des Kolbens zu heben hat, so folgt: $Q = n P \cdot \frac{D^2}{d^2} - G$.

Es findet hier auch das Princip der virtuellen Geschwindigkeit statt. Es mache P den Weg v , während die Pressplatte den Weg w zurücklegt. Legt das freie Hebelende den Weg v zurück, so macht der Druckkolben den Weg $\frac{v}{n}$ und verdrängt ein Wasservolum $\frac{v}{n} \cdot \frac{d^2 \pi}{4}$. Soll der Presskolben um w steigen, so muss ein Wasservolum $w \cdot \frac{D^2 \pi}{4}$ in den Presscylinder eindringen. Da nun stets so viel Wasser in den Presscylinder eindringt, als der Druckkolben verdrängt, so sind die beiden letzten Ausdrücke einander gleich, und es ist $v = n \cdot \frac{D^2}{d^2} w$. Da nun $Q + G = n P \cdot \frac{D^2}{d^2}$, so folgt $(Q + G) w = P v$.

3) Berücksichtigung der Kolbenreibung. Es seien b und B die Breiten der Lederringe, welche durch den Wasserdruck selbst gegen den Druck- und den Presskolben gedrückt werden und die Dichtung bewirken; ferner sei p der Wasserdruck gegen die Flächeneinheit. Für das Gleichgewicht des Druckkolbens folgt nun: $n P = p \cdot \frac{d^2 \pi}{4} + \mu p b d \pi$, und für das Gleichgewicht des Presskolbens: $Q + G = p \cdot \frac{D^2 \pi}{4} - \mu p B D \pi$.

Hieraus folgt nun:

$$Q = n P \cdot \frac{D^2 - 4 \mu B D}{d^2 + 4 \mu b d} - G, \text{ oder } Q = n P \cdot \frac{D^2 \cdot \frac{1 - 4 \mu \frac{B}{D}}{1 + 4 \mu \frac{b}{d}}}{d^2} - G.$$

Setzt man $\mu = \frac{1}{5}$, $\frac{b}{d} = \frac{B}{D} = 0,1$, so ist $Q = 0,85 n P \cdot \frac{D^2}{d^2} - G$. Die Kol-

benreibung nimmt dann nur 15% der wirksamen Kraft in Anspruch.

Aus der zweiten Gleichung folgt $p = \frac{4(Q + G)}{D\pi(D - 4\mu B)}$; nach diesem Werth müssen die Festigkeitsverhältnisse und die Belastung des Sicherheitsventils bestimmt werden. Ist diese Belastung q , ist der Hebel m mal übersetzt, und ist d' der kleinere Durchmesser des Ventils, so folgt $mq = p \cdot \frac{d'^2}{4} \pi$, also $q = \frac{(Q + G) d'^2}{m D (D - 4\mu B)}$.

§ 318. Aräometer.

1) Aräometer oder Senkwagen sind Instrumente, die in einer Flüssigkeit zum Schwimmen gebracht werden und dazu dienen, das specifische Gewicht dieser Flüssigkeit zu bestimmen. Sie sind entweder von constantem Gewicht (Skalen-Aräometer) oder von constantem Volumen (Gewichts-Aräometer).

Hat ein schwimmender Körper das Gewicht P und verdrängt er in einer Flüssigkeit vom specifischen Gewicht s das Volumen v , so ist (nach

§ 312) $P = v \gamma s$, also ist $s = \frac{P}{v \gamma}$. Ist nun für verschiedene Ver-

suche P constant, so kann man aus v , ist aber v constant, aus P einen Schluss auf s machen. Die Skalenaräometer haben oben einen cylindrischen Theil, um die Veränderungen im untergetauchten Volumen bei verschiedenen Flüssigkeiten bestimmen zu können (Fig. 293); und die Gewichtsaräometer (Fig. 294) haben einen engen Hals mit einer Marke, um die Gleichheit des untergetauchten Volumens stets mit Sicherheit herstellen zu können, und eine Schale zum Auflegen der Gewichte. Uebrigens müssen diese Apparate so gestaltet sein, dass sie aufrecht schwimmen.

2) Skalen-Aräometer. Fig. 293. Das Gewicht des Instruments sei P , es tauche im reinen Wasser bis A ein und das unter-

Fig. 293.

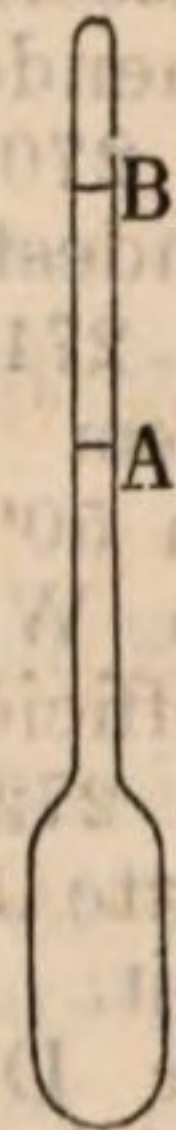
getauchte Volumen sei v . Es ist also $P = v \gamma$. In einer specifisch leichteren Flüssigkeit vom specifischen Gewicht s tauche es bis B ein; es sei $AB = x$ und der Querschnitt des cylindrischen Theils sei f ; das untergetauchte Volum ist jetzt $v + fx$, folglich ist jetzt $P = (v + fx) \gamma s = (P + fx \gamma) s$, oder $x = \frac{P(1 - s)}{f \gamma s}$. Schwimmt das Instrument im reinen Wasser, und

beschwert man es mit einem kleinen Auflegegewicht p und beobachtet die Tiefe a , um welche es jetzt weiter einsinkt, so kann man aus a und p den Werth f finden. Da nämlich $P +$

$p = (v + a f) \gamma$ ist, so folgt $f = \frac{p}{a \gamma}$, folglich ist jetzt $x = \frac{a P}{p}$

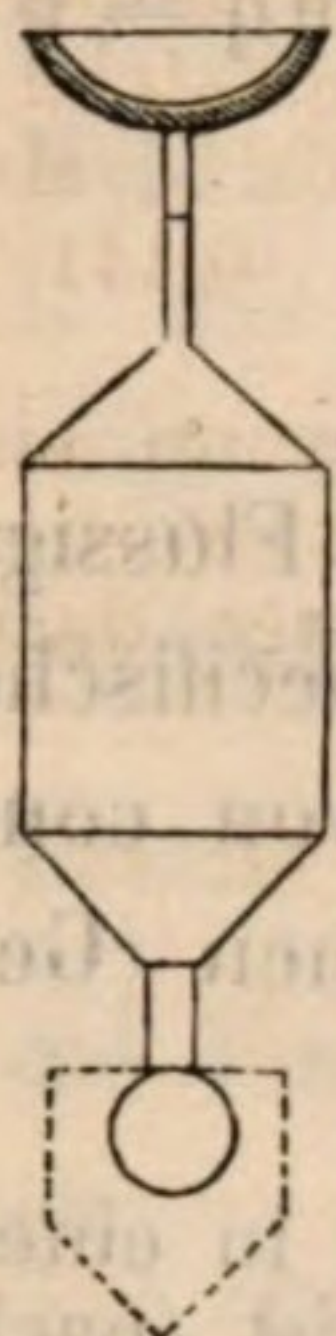
$\left(\frac{1 - s}{s}\right)$. Nach dieser Formel kann die Skala construiert werden.

Das Skalen-Aräometer könnte einfach cylindrisch sein, würde aber dann zu lang werden; damit es kürzer ausfällt, giebt man ihm die Verstärkung am untern Theile. — Die Abtheilungen der Skala sind nicht den Differenzen der specifischen Gewichte proportional. Für Flüssigkeiten,



die specifisch schwerer als Wasser sind, muss man die Skala unterhalb A fortsetzen.

3) Gewichts - Aräometer. Das Gewicht des Instrumentes sei P ,
Fig. 294. p sei das zuzufügende Gewicht, wenn das Instrument im



reinen Wasser bis zur Marke eintauchen soll; ist dann v das untergetauchte Volum, so ist $P + p = v \gamma$. Ist p' aber das zuzufügende Gewicht, wenn das Instrument in einer Flüssigkeit vom specifischen Gewichte s bis zur Marke einsinken soll, so ist $P + p' = v \gamma s$, folglich ist $s = \frac{P + p'}{P + p}$.

Das Gewichts-Aräometer ist zuerst von Fahrenheit construirt und wurde ausserdem zum Wägen kleiner Körper benutzt; diese legt man zu diesem Zwecke in die Wageschale und nimmt dann vom Auflegegewichte so viel weg, bis die Marke wieder in der Wasseroberfläche liegt. Charles fügte dem Instrumente eine untere Schale hinzu, um auch das Gewicht untergetauchter Körper mit dem Instrumente und daraus nach § 312 ihr specifisches Gewicht bestimmen zu können. Nach Nicholson, der dieses Instrument in dieser Einrichtung zuerst aus Blech anfertigen liess, wird es gewöhnlich genannt.

§ 319. Vermischte Aufgaben.

267. Ein Klappenventil, von $\frac{1}{2}$ $\mathcal{W}$ Gewicht, deckt eine kreisrunde Oeffnung von 2" Weite und überdeckt die Ränder derselben um $\frac{1}{4}$ ". Ueber demselben steht eine Wassermasse von 10' Höhe; welche Druckhöhe muss der Wasserdruck haben, durch welchen das Ventil selbstthätig geöffnet wird? Auflösung. 15,996'.

268. Welchen Erhebungswinkel muss das Ventil der vorigen Aufgabe mindestens haben, wenn der Durchgang der Flüssigkeit ungehindert erfolgen soll. Die Drehaxe liege um $\frac{1}{4}$ " vom Rande der Oeffnung ab. Auflösung. $21^{\circ} 48'$ ($= \arctan \frac{2}{3}$).

269. Ein Kegelveil habe einen inneren Durchmesser von 1", eine Dicke von $\frac{1}{3}$ ", und die Neigung des Umfanges betrage 45° . Es wird durch eine Wassersäule von 24' Höhe niedergedrückt; welche Druckhöhe muss der öffnende Wasserdruck haben? Auflösung. $66\frac{2}{3}'$.

270. Welche Weite muss im Fall der vorigen Aufgabe der Ventilraum mindestens haben? Auflösung. 1,94".

271. Ein Kolben hat 4" Durchmesser und eine Kappenliederung mit einem $\frac{1}{4}$ " breiten Lederrande; gegen den Kolben wirkt ein Wasserdruck von 50' Druckhöhe. Mit welcher Kraft muss der Kolben bewegt werden, um den Wasserdruck und die Kolbenreibung zu überwinden? Der Reibungscoefficient sei $\frac{1}{5}$. Auflösung. 282,97 $\mathcal{W}$.

272. In einer hydraulischen Presse wiegt der Presskolben mit der Pressplatte 500 $\mathcal{W}$ und hat einen Durchmesser von 18"; seine Liederung ist $1\frac{1}{2}$ " breit. Der Druckkolben ist 1" dick, und der Liederungsrand ist $\frac{1}{4}$ " breit. Der Druckhebel ist 6mal übersetzt, und der Reibungscoefficient sei $\frac{1}{5}$. Welchen Pressdruck kann man mit einer Kraft von 45 $\mathcal{W}$ am Hebel hervorbringen? Auflösung. 67540 $\mathcal{W}$.

273. Der wirkliche Pressdruck in der vorigen Aufgabe soll 60000 Pfd. nicht überschreiten. Welches Gewicht muss an den Hebel des Sicherheitsventils angehängt werden, wenn die innere Fläche des Ventils einen Durchmesser von $\frac{1}{2}$ " hat und der Ventilhebel 8mal übersetzt ist? Aufl. 6,25 $\mathcal{W}$.

274. Mit einer hydraulischen Presse will man einen Pressdruck von 10000 $\mathcal{W}$ hervorbringen. Die quadratische gusseiserne Pressplatte hat 15" Seite und $\frac{3}{4}$ " Dicke. Der Presskolben sei ein hohler gusseiserner Cylinder von $\frac{1}{2}$ " Wandstärke, 2' Höhe und 1' Durchmesser; die Liederung sei $1\frac{1}{4}$ " breit. Wie schwer wird der Presscylinder mit der Pressplatte, und welchen Durchmesser muss man dem Druckkolben geben, wenn an dem 5mal über-

setzten Druckhebel eine Kraft von 30 $\mathfrak{H}$ wirkt und der Reibungscoefficient $= \frac{1}{6}$ genommen wird? Der Liederungsrand habe $\frac{1}{6}$ der Kolbendicke zur Breite. Auflösung. Der Presskolben wiegt 167,19 $\mathfrak{H}$. Die Dicke des Druckkolbens muss 1,334", also etwa $1\frac{1}{3}$ " betragen.

275. Ein Skalen-Aräometer wiegt 2 Loth; wenn es im Wasser schwimmt so bringt eine Belastung von 1 Quentchen (0,1 Loth) ein tieferes Einsinken um 0,7 Zoll hervor. Welche Entfernungen müssen die ersten zehn Theilstriche der Skala, welche ein specifisches Gewicht von 0,99; 0,98; 0,97; 0,96 ... angeben sollen, vom Anfangspunkt der Theilung haben? Auflösung. 0,141"; 0,286"; 0,433"; 0,583"; 0,726"; 0,894"; 1,054"; 1,217"; 1,385"; 1,556".

276. Wie gross ist das specifische Gewicht einer Flüssigkeit, wenn ein 50 Gramme schweres Gewichts-Aräometer mit 11 Gramm beschwert werden muss, um bis zur Marke einzusinken, während es im reinen Wasser dazu 15 Grm. nöthig hat? Auflösung. 0,938.

Vierter Abschnitt.

HYDRODYNAMIK.

Siebenzehntes Kapitel.

Vom Ausfluss des Wassers aus Gefässen.

§ 320. Voraussetzung.

1) Um die theoretische Betrachtung über die Bewegung der Flüssigkeiten zu erleichtern, wird angenommen:

1. dass die Flüssigkeitstheile, welche sich in einem beliebigen, zur Gefässaxe senkrechten Querschnitte befinden, gleiche Geschwindigkeiten annehmen; (Hypothese vom Parallelismus der Schichten.)

2. dass die Flüssigkeitstheile unter sich ihren ununterbrochenen Zusammenhang bewahren. (Hypothese von der Continuität der Flüssigkeit.)

Von diesen beiden Voraussetzungen wird die erste bei den meisten Erscheinungen durch die Erfahrung nur im geringen Masse bestätigt, weshalb auch die theoretischen Resultate der Hydrodynamik nur annähernd mit der Wirklichkeit übereinstimmen.

2) Folgerung. Bewegt sich Wasser in einem Gefässe, einer Röhre, einem Flusse oder Canale, so fliessen in gleichen Zeiten durch verschiedene Querschnitte gleiche Wasservolumina; oder: In verschiedenen Querschnitten verhalten sich die Geschwindigkeiten umgekehrt wie die Querschnittsflächen.

Sind F und f zwei Querschnittsflächen, V und v die Geschwindigkeiten in denselben, und bezeichnet t irgend eine Zeitdauer, so ist $F V t = f v t$, d. i. $F V = f v$, $V : v = f : F$.

a. Ausfluss aus horizontalen Oeffnungen und bei constanter Druckhöhe.

§ 321. **Theoretische Ausflussgeschwindigkeit.**

1) Strömt das Wasser aus einem hinreichend grossen Behälter, so ist die Ausflussgeschwindigkeit v gleich der zur Druckhöhe (h) gehörigen Fallgeschwindigkeit $v = \sqrt{2 g h}$.

Erste Ableitung. Fliesst eine Wassermenge vom Gewicht q mit der Geschwindigkeit v aus, so ist ihre lebendige Kraft $q \frac{v^2}{2 g}$; gleichzeitig ist eine gleiche Wassermenge q um die Höhe h herabgesunken, hat also die Arbeit $q h$ verrichtet. Nach § 270 ist nun $q h = q \frac{v^2}{2 g}$; also $v = \sqrt{2 g h}$.

Zweite Ableitung. Ist Q die im Gefäss enthaltene Wassermenge und fliesst die kleine Menge q aus, so sinkt dabei der Schwerpunkt der im Gefäss enthaltenen Wassermasse um $\frac{q h}{Q}$; es wird also wiederum die

Arbeit $Q \cdot \frac{q h}{Q} = q h$ verrichtet, welche der erzeugten lebendigen Kraft $q \frac{v^2}{2 g}$ gleichgesetzt werden kann.

Dritte Ableitung. Es sei f die Grösse der Ausflussöffnung; hinter derselben denke man sich ein kleines Wasserprisma von der Grundfläche f und der kleinen Höhe s , also vom Volum $f s$ und dem Gewicht $f s \gamma$; dasselbe erleidet von dem über ihm stehenden Wasser in der Richtung der Bewegung einen Druck $f h \gamma$, erfährt also eine Beschleunigung $\frac{f h \gamma}{f s \gamma} \cdot g = \frac{h g}{s}$. Das Wasserprisma ist vollständig aus seiner Stelle verdrängt, wenn es den Weg s zurückgelegt hat; erlangt es dabei die Geschwindigkeit v , so folgt nach § 227,4 $v^2 = 2 \frac{h g}{s} \cdot s = 2 g h$, $v = \sqrt{2 g h}$.

Vierte Ableitung. Ist die horizontale Ausflussöffnung nach oben gerichtet, so erhält man einen springenden Strahl, der fast bis zur Höhe des Wasserspiegels der drückenden Wassermasse aufsteigt. Es liegt nahe anzunehmen, dass er diese Höhe wirklich erreichen würde, wenn nicht die Reibung in der Ausflussöffnung, der Luftwiderstand und die Schwere der zurückfallenden Wassertropfen ihn hinderten. Um aber die Steighöhe h zu erlangen, muss jeder Wassertropfen beim Ausfliessen nach § 228,2 die Geschwindigkeit $\sqrt{2 g h}$ haben.

(2) Ist die Weite des Gefässes gegen die Grösse der Ausflussöffnung nicht sehr gross, so ändert sich für den Beharrungszustand die Formel für die Ausflussgeschwindigkeit. Ist f die Ausflussöffnung und v die Ausflussgeschwindigkeit, ist F die Wasseroberfläche im Gefäss, so sinkt diese mit der Geschwindigkeit $V = \frac{f v}{F}$. Soll der Beharrungszustand

stattfinden, so muss die ausfliessende Wassermenge q durch eine gleiche Menge q am Wasserspiegel mit der Geschwindigkeit $V = \frac{f v}{F}$ ersetzt wer-

den; die lebendige Kraft derselben ist aber $q \frac{v^2}{2 g} = q \cdot \frac{f^2}{F^2} \cdot \frac{v^2}{2 g}$. Diese

Grösse ist der Arbeit $q h$ der sinkenden Wassermenge hinzuzufügen, und nach dem Princip der lebendigen Kräfte erhält man jetzt:

$$q \frac{v^2}{2g} + q h = q \frac{v^2}{2g}, \text{ oder } q \frac{f^2}{F^2} \frac{v^2}{2g} + q h = q \frac{v^2}{2g}.$$

$$\text{Hiernach ist } v = \sqrt{\frac{2gh}{1 - \left(\frac{f}{F}\right)^2}}.$$

Aus dieser Gleichung folgt auch $f = F \sqrt{1 - \frac{2gh}{v^2}}$, also muss $f < F$ sein.

3) Wirkt auf die Oberfläche des Wassers im Gefäss ein Druck von $P \mathcal{H}$ für die Flächeneinheit, so nimmt die ganze Oberfläche den Druck $P F \mathcal{H}$ auf; dieser verrichtet in der Zeiteinheit die Arbeit $P F V = P F \cdot \frac{f v}{F} = P f v$. Wirkt auch von aussen gegen die Ausflussöffnung ein Druck von $p \mathcal{H}$ auf die Flächeneinheit, so beträgt derselbe $p f$ für die ganze Oeffnung und schafft eine Widerstandsarbeit von $p f \cdot v = p f v$. Fügt man diese beiden Arbeitsgrössen unserer Gleichung zu, so folgt:

$$q \cdot \frac{f^2}{F^2} \cdot \frac{v^2}{2g} + q h + P f v = q \frac{v^2}{2g} + p f v;$$

in dieser Gleichung ist aber q die in der Zeiteinheit ausfliessende Wassermenge; es ist demnach $q = f v \gamma$ zu setzen. Die Gleichung ist nun:

$$\frac{f^2}{F^2} \frac{v^2}{2g} + h + \frac{P}{\gamma} = \frac{v^2}{2g} + \frac{p}{\gamma}.$$

$$\text{Hieraus ergibt sich } v = \sqrt{\frac{2g \left(h + \frac{P - p}{\gamma} \right)}{1 - \left(\frac{f}{F} \right)^2}}.$$

Die Quotienten $\frac{P}{\gamma}$ und $\frac{p}{\gamma}$ geben die auf Wassersäulenhöhen reducirten Drucke P und p an; sind diese Drucke gleich in solchen Höhen gegeben und ist h' der in einer solchen Wassersäulenhöhe gegebene

$$\text{Ueberdruck, so folgt: } v = \sqrt{\frac{2g(h + h')}{1 - \left(\frac{f}{F} \right)^2}}.$$

Aufgabe 110. Aus einem cylindrischen aufrechtstehenden Gefässe von der Weite von 6'', in welchem das Wasser 2' hoch erhalten wird, führt eine 1'' weite Bodenöffnung in einen Raum, in welchem die Luft bis auf $\frac{1}{4}$ Atmosphäre verdünnt ist. Mit welcher Geschwindigkeit strömt das Wasser in diesen Raum, wenn der Atmosphärendruck einem Wasserdruck von 32,8' gleich ist?

Auflösung. Der Ueberdruck ist $(1 - \frac{1}{4}) \cdot 32,8 = 24,6 = h'$, da auf

das Wasser im Cylinder der volle Atmosphärendruck wirkt; ferner ist $f = \frac{1}{36} F$, also folgt:

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 31\frac{1}{4} \cdot (2 + 24,6)}{1 - \frac{1}{36^2}}} = 40,789'.$$

§ 322. Ausflussmenge. Contraction des Strahls.

1) Die in einer bestimmten Zeit ausfliessende Wassermenge hängt nicht allein von der theoretischen Ausflussgeschwindigkeit und der Grösse der Ausflussöffnung ab, sondern von der wirklichen Ausflussgeschwindigkeit und dem kleinsten Querschnitt des ausgeflossenen Strahls; diese beiden Werthe sind immer kleiner als jene. Der echte Bruch φ , mit welchem man die theoretische Ausflussgeschwindigkeit multipliciren muss, um die wirkliche zu finden, heisst Geschwindigkeitscoefficient. Der Bruch ψ , mit dem man die Ausflussöffnung multipliciren muss, um den kleinsten Querschnitt des ausgeflossenen Strahls zu finden, heisst Contractionscoefficient. Das Product $\mu = \varphi \psi$ beider heisst Ausflusscoefficient.

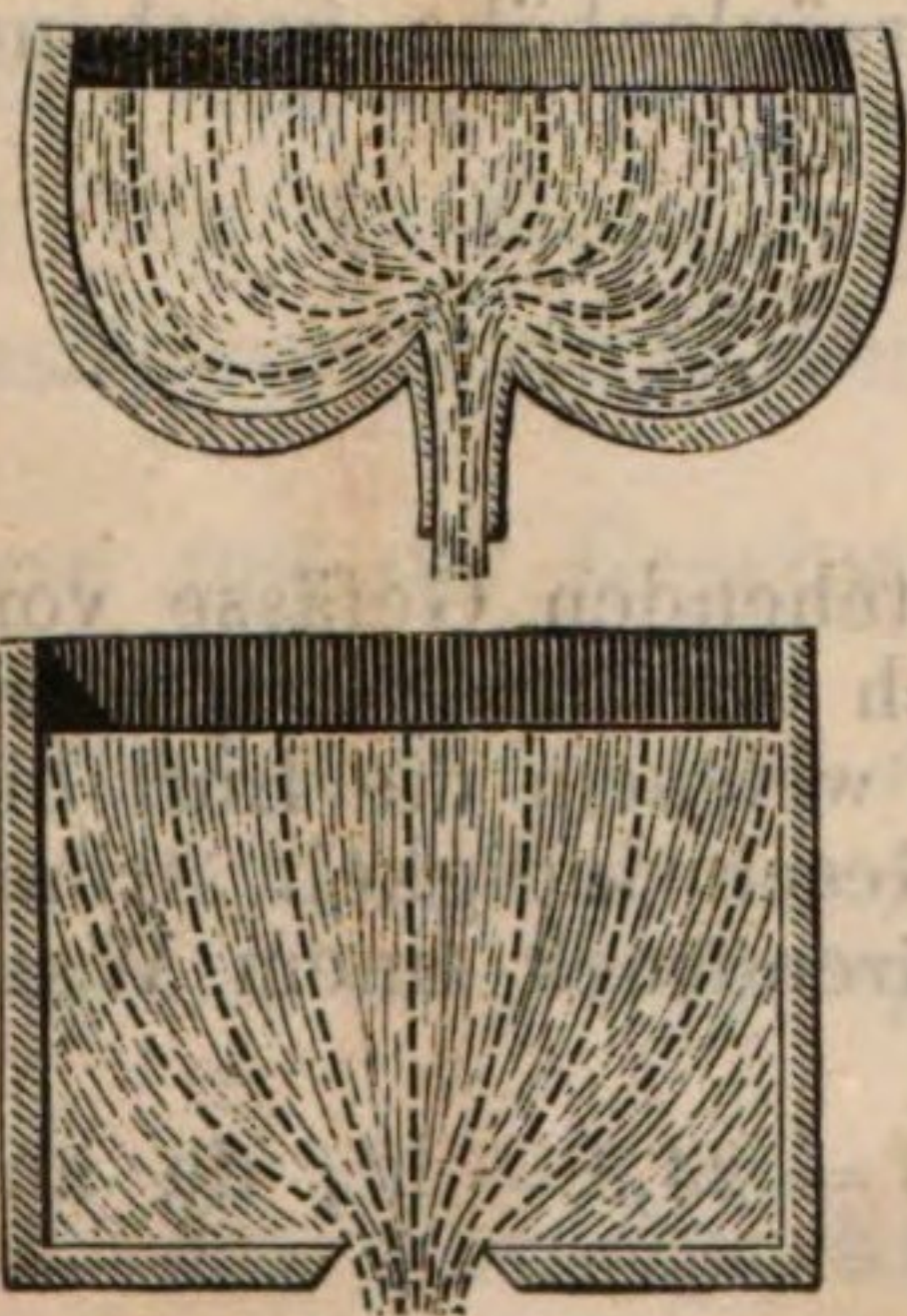
Der kleinste Querschnitt des ausgeflossenen Strahls ist ψf , die Geschwindigkeit in demselben φv , also ist das Volumen der in der Zeit t ausgeflossenen Wassermenge $Q = \psi f \cdot \varphi v \cdot t = \mu f v t$.

2) Die Verminderung der theoretischen Ausflussgeschwindigkeit ist eine Folge der Adhäsion des ausfliessenden Wassers an den Rändern der Ausflussöffnung; sie ist um so geringer, je grösser die Glätte der Ränder und je grösser die Druckhöhe ist.

Weisbach fand bei glatten Rändern und einer Druckhöhe von 1, 10, 390' die Werthe $\varphi = 0,96, 0,97, 0,98$.

3) Die Contraction (Zusammenziehung) des ausgeflossenen Strahls ist eine Folge davon, dass die gleichzeitig ausfliessenden Wassertheilchen nicht in parallelen, sondern in convergenten Richtungen an die Oeffnung gelangen und diese Richtung auch noch eine Strecke weit ausserhalb der Oeffnung beibehalten. (Fig. 295). Die Contraction ist

Fig. 295 u. 296.



um so stärker, je convergenter die Richtungen sind, in denen die Wasserfäden die Oeffnung erreichen, und je weniger die Ränder der Oeffnung diese Richtung abändern. Sie ist daher grösser 1) bei grössern Druckhöhen; 2) wenn die Oeffnung im Vergleich mit der Wand, in der sie sich befindet, klein ist; 3) wenn sie nicht in der Nähe einer Seitenwand liegt, (vollständige Contraction); 4) wenn die Oeffnung sich in convexer Wand befindet (Fig. 296); 5) wenn die Oeffnung sich in dünner Wand be-

findet, oder nach innen vorspringende Ränder hat; 6) wenn das Wasser vor der Ausflussöffnung fast in Ruhe sich befindet, (vollkommene Contraction); 7) wenn im Gefäss keine anderen Bewegungen vorkommen als solche, die nach der Ausflussöffnung gerichtet sind.

Hieraus folgt, dass der Contractionscoefficient nicht unter allen Umständen derselbe ist; es ist aber bisher noch nicht gelungen, seine Abhängigkeit von den angegebenen Factors gesetzmässig festzustellen, so dass man eigentlich für jeden besonderen Fall an die Angaben der darüber angestellten Versuche gewiesen ist. Als Mittelwerth kann man (nach Weisbach) den Durchmesser des contrahirten Strahls zu 0,8 des Oeffnungsdurchmessers, den Contractionscoefficienten ψ also zu $0,8^2 = 0,64$ annehmen; die stärkste Contraction ist dann um 0,5 des Oeffnungsdurchmessers von der Oeffnung entfernt. Der Ausflusscoefficient ist jetzt $\mu = 0,64 \cdot 0,964 = 0,617$.

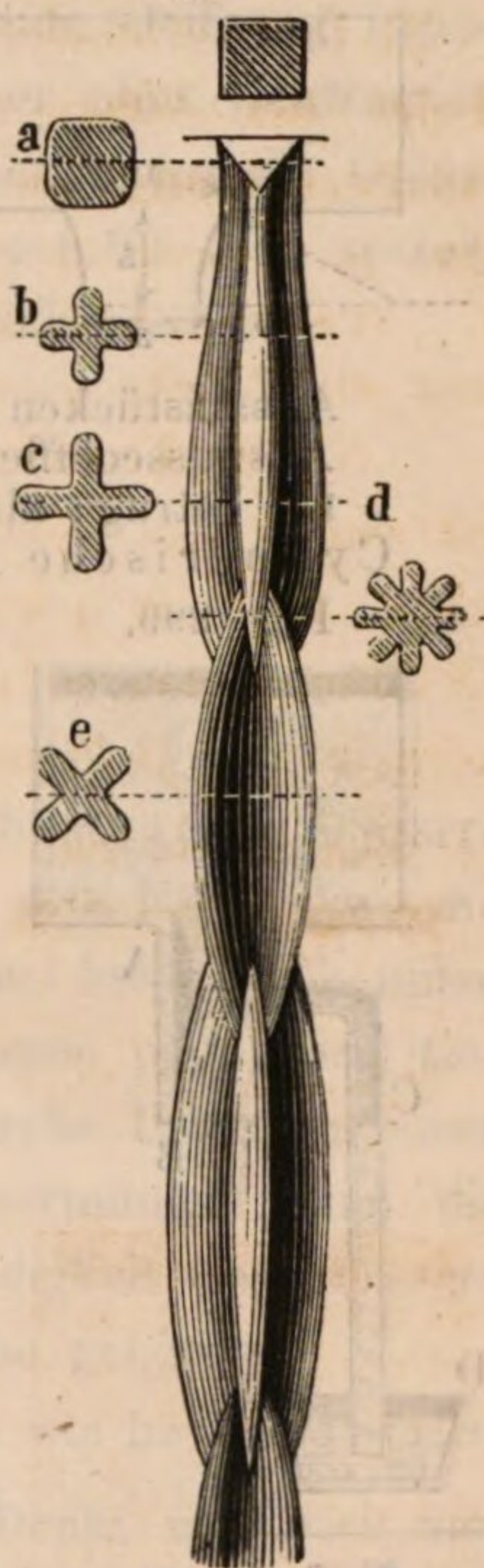
Unvollständig (partiell) ist die Contraction, wenn die Oeffnung mit einem Theile (n) ihres ganzen Umfanges (p) an eine Seitenwand stösst, so dass von dieser Seite her die Wasserfäden in paralleler Richtung die Oeffnung treffen. Ist ψ' der Coefficient der unvollständigen, ψ der der vollständigen Contraction, so ist durch Versuche gefunden: 1) für kreisrunde Oeffnungen $\psi' = \left(1 + 0,1280 \frac{n}{p}\right) \psi$, (Bidone); 2) für rectanguläre Oeffnungen $\psi' = \left(1 + 0,1343 \frac{n}{p}\right) \psi$, (Weisbach). Zugleich wird der Strahl bei einseitiger Contraction nach der Seite um $7 - 9^\circ$ hin abgelenkt, an welcher die Contraction aufgehoben ist.

Unvollkommen ist die Contraction, wenn das Wasser bereits mit einer merklichen Geschwindigkeit zur Oeffnung kommt, was von dem Verhältniss der Oeffnungsfläche f zur Grösse a der Bodenfläche abhängt. Ist $\frac{f}{a} = x$, und ist ψ'' der hiernach corrigirte Contractionscoefficient, so ist nach Weisbach: 1) für kreisrunde Oeffnungen $\psi'' = [1 + 0,04564 (14,821x - 1)] \psi$; 2) für rectanguläre Oeffnungen $\psi'' = [1 + 0,076 (9x - 1)] \psi$.

Die Gestalt des contrahirten Strahls. Tritt das Wasser von allen Seiten durchaus gleichmässig an den Rand einer Kreisöffnung, so hat der contrahierte Strahl die Gestalt eines conoidischen Umdrehungskörpers, jeder Querschnitt bleibt kreisförmig. Ist die Oeffnung eckig, z. B. quadratisch, so ändert sich die Gestalt des Querschnitts fortwährend. Zuerst bewirkt der Druck der zur Oeffnung strömenden Wassertheilchen, welche an den Ecken stärker als an den Seitenlinien der Oeffnung ist, in Gemeinschaft mit der Anziehung der Wassertheilchen untereinander eine Abplattung der Ecken in der Querschnittsfigur. Siehe Querschnitt a in Fig. 297, welche die Gestalt eines aus quadrischer Oeffnung ausgeflossenen Strahls angiebt. Die hierdurch entstandene Bewegung der Wassertheile setzt sich fort; es entstehen Vertiefungen, wo vorher Ecken waren, der Querschnitt wird sternförmig (b, c) mit verstärkten Enden. Von hier ab wirkt nur noch die innere Attraction des Wassers gestaltend, wodurch der Strahl sich zu einem kreisförmigen Querschnitt zusammenziehen

II.

Fig. 297.

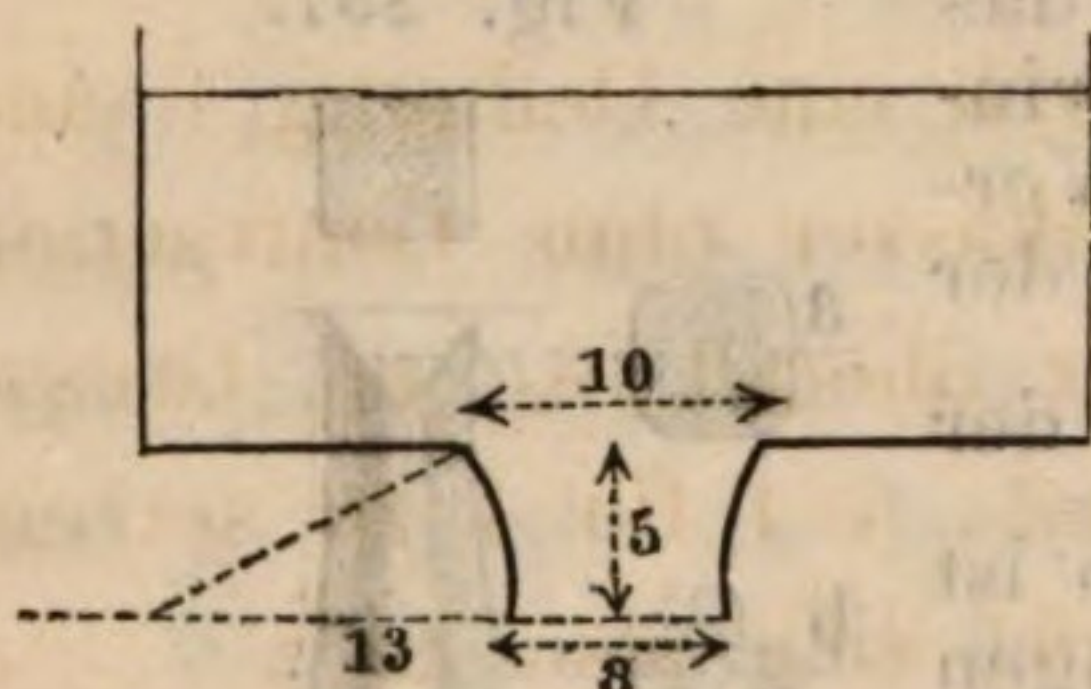


möchte. Während aber bei diesem Bestreben die wulstförmigen Ränder des Strahls gegen einander stossen, treiben sie zwischen sich neue Wasservorsprünge heraus (d), und der Querschnitt breitet sich wieder zu einem Stern aus (e), dessen Lage die entgegengesetzte des vorigen ist. Dieser Vorgang wiederholt sich, indem die Querschnittsgestalt dabei an Bestimmtheit verliert. — Strömt aber das Wasser nicht von allen Seiten gegen die Ränder der Oeffnung ganz gleichmässig, was aus sehr viel Ursachen eintreten kann, so tritt wegen der Ungleichmässigkeit der Drucke, welche die einzelnen Wassertheilchen ausüben, eine spiralförmige Bewegung derselben im ausgeflossenen Strahl ein, die sich dann rückwärts in das Innere des Gefässes fortsetzt, hier eine wirbelnde Bewegung hervorbringt und die Menge des ausfliessenden Wassers wesentlich beeinflusst.*)

4) Man kann die Contraction des Strahls fast ganz vermeiden, wenn man die Ausflussöffnung mit einem Ansatzstück versieht, welches im Innern nach der Gestalt des contrahirten Strahls gebildet ist, Fig. 298. Aehnlich wirken kurze conische oder cylindrische Ansatzstücke, oft schon der Umstand, dass die Oeffnung sich in einer starken Wand befindet. Andererseits wird aber durch diese Mittel der Geschwindigkeitscoefficient vermindert, so dass immer noch ein grösserer oder geringerer Ausflusscoefficient zu beachten bleibt.

Conoidische Ansatzstücke. Wird der Axenschnitt des conoidischen

Fig. 298.

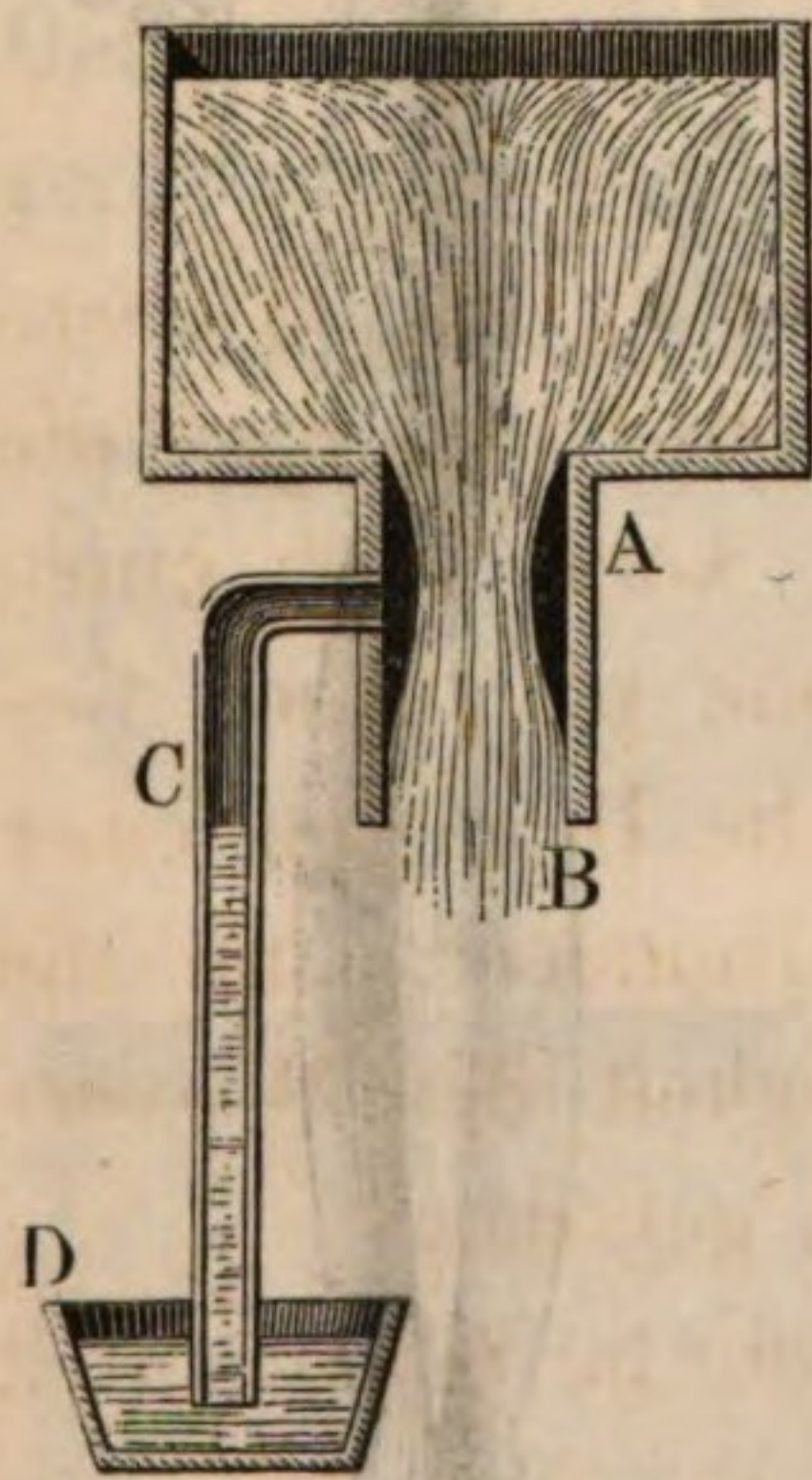


Ansatzstücks nach Kreisbogen begrenzt (Fig. 298), so erhält man unter der Voraussetzung, dass der Durchmesser der Oeffnung zum Durchmesser des contrahirten Strahls und zur Entfernung der stärksten Contraction sich wie 10 : 8 : 5 verhält, für den Krümmungsradius leicht die Verhältnisszahl 13. Für diesen Fall fällt die Contraction fort, und es ist $\mu = \varphi = 0,96$.

Conische Ansatzstücke. Versuche von d'Aubuisson und Castel ergaben, dass bei conischen Ansatzstücken, deren Länge etwa das $2\frac{1}{2}$ fache der Weite war, der Ausflusscoefficient am grössten war, wenn der Convergenzwinkel 13 bis 14° betrug; alsdann war $\mu = 0,94$ bis $0,95$.

Cylindrische Ansatzstücke. Bei cylindrischen Ansatzstücken, deren

Fig. 299.



Länge 2 — 3mal so gross war als ihre Weite, haben die Versuche ergeben $\mu = \varphi = 0,815$ bis $0,82$. Bei unvollkommener Contraction (siehe oben) ist jetzt nach Weisbach:

$$\mu'' = \mu (1 + 0,1017 \cdot x + 0,0669 \cdot x^2 + 0,0462 x^3).$$

Weicht das Rohr von der Vertikalen zur Wandebene um den Winkel δ ab, so ist nach Weisbach:

$$\mu' = \frac{1}{\sqrt{1+s}}, \text{ wenn } s = 0,505 + 0,303 \sin \delta + 0,226 \cdot \sin^2 \delta.$$

Ist die Ansatzröhre nach innen gerichtet, so kommt es darauf an, ob der Strahl die Röhre ausfüllt oder nicht; im ersten Falle ist je nach der Wanddicke $\mu = 0,707$ bis $0,812$; im zweiten ist $\mu = 0,5$ bis $0,61$. — Beim Eintritt des Wasserstrahls in das cylindrische Ansatzstück bildet sich eine Contraction, und es entsteht hier (bei A, Fig. 299) ein luftverdünnter Raum; denn fügt man dieser Stelle eine gebogene Glasröhre ein, deren vertikaler Schenkel in ein Wassergefäss D

*) S. Magnus, hydraulische Untersuchungen. Leipzig, 1855.

reicht, so steigt aus diesem, während ein Ausfluss durch A B stattfindet, das Wasser in der Glasröhre auf (oft um 24''); ist der vertikale Theil dieser Röhre nicht lang genug, so tritt das Wasser aus D durch C sogar in das Ansatzstück und kommt bei B mit zum Ausfluss. — Wird bei A eine kleine Oeffnung angebracht, so hört die Wirksamkeit des Ansatzstücks sogleich auf, und stellt sich erst beim Verschluss der Oeffnung wieder ein. — Unter dem Recipienten der Luftpumpe zeigen sich die cylindrischen Ansatzstücke wirkungslos. (Venturi's Versuche.) Aus diesen Versuchen ergibt sich, dass ausser der Attraction der Röhrenwand gegen die Flüssigkeit der Luftdruck wirksam ist. — So lange der Strahl contrahirt ist, erscheint er krystallhell, wird aber durch die angegebenen Mittel die Contraction aufgehoben, so verliert er seine Durchsichtigkeit.

Man kann die Geschwindigkeitsverminderung bei cylindrischen Ansatzstücken auch so ansehen, dass durch den Einfluss der letzteren ein Theil der wirksamen Druckhöhe h in Anspruch genommen wird, welcher Theil dann Widerstandshöhe genannt werden kann und propor-

tional der Geschwindigkeitshöhe $\frac{v^2}{2g}$ zu setzen ist. Ist s der Widerstandscoefficient für den Ausfluss aus kurzen Röhren, so ist $h = \frac{v^2}{2g}$

+ $s \frac{v^2}{2g}$, also $v = \sqrt{\frac{2g h}{1+s}}$; da nun auch $h = \mu \sqrt{2g h}$ ist, so ist

$\mu = \sqrt{\frac{1}{1+s}}$, oder $s = \frac{1}{\mu^2} - 1$; für $\mu = 0,815$ ist dann $s = 0,505$.

5) Findet beim Durchgange des Wassers durch eine Oeffnung f eine Contraction statt, so ist es ebenso, als ob das Wasser ohne Contraction durch eine Oeffnung ψf ginge, und es ist daher überall, wo die Grösse der Oeffnung einen Einfluss auf die Bewegung hat, ψf für f zu setzen. Die Hauptformel des vorigen Paragraphen corrigirt sich also zu:

$$v = \sqrt{\frac{2g \left(h + \frac{P-p}{\gamma} \right)}{1 - \left(\frac{\psi f}{F} \right)^2}}.$$

§ 323. Hydraulischer Druck.

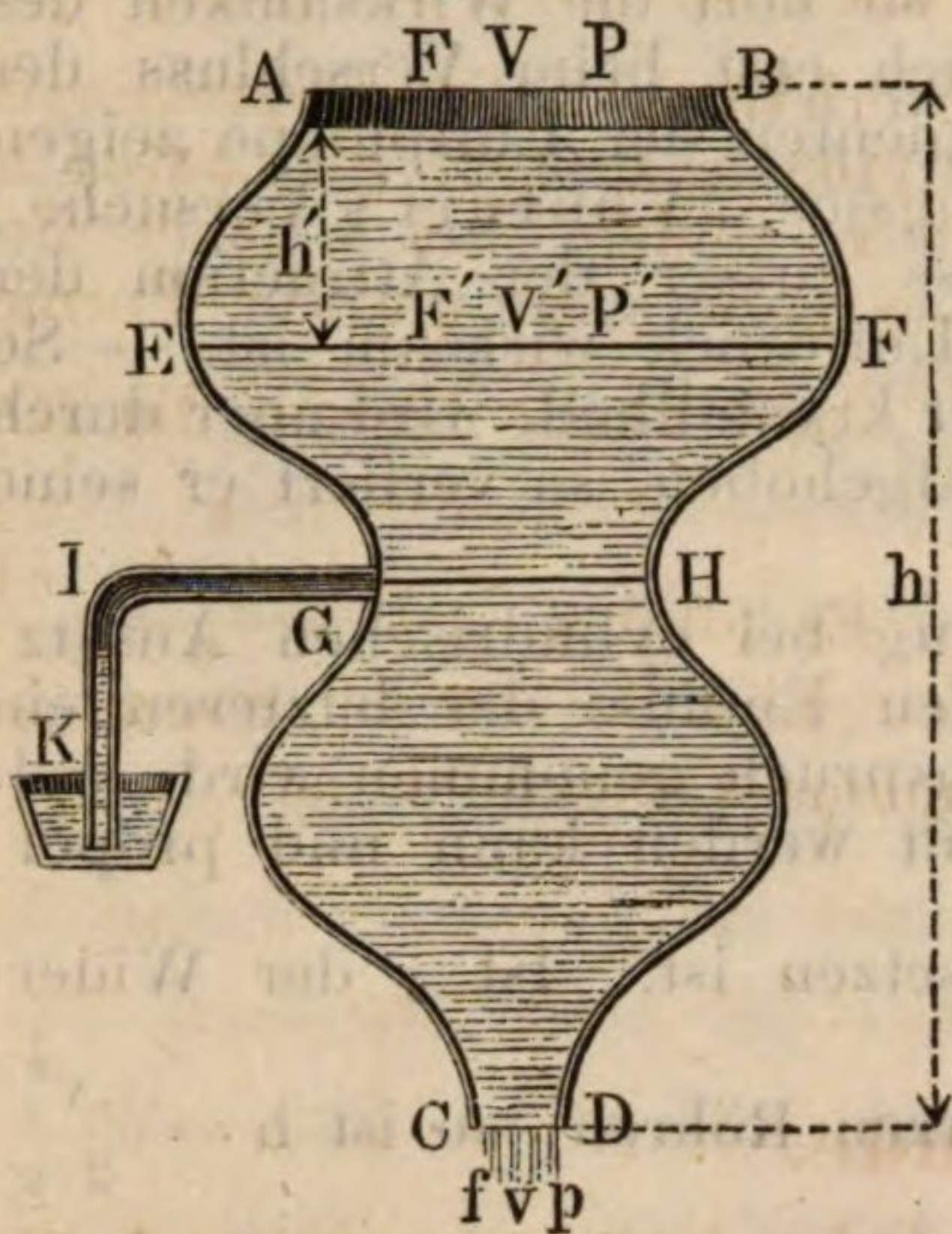
1) Der hydraulische Druck ist der Druck des bewegten Wassers gegen die Wände des einschliessenden Gefässes. In dem Falle, dass die Wände des Gefässes nur allmälige Uebergänge zeigen, keine nach innen vorspringende Ecken und Kanten haben, so dass keine plötzlichen Geschwindigkeitsänderungen eintreten: ist der hydraulische Druck an einer beliebigen Wandstelle gleich dem hydrostatischen vermindert, um die Differenz der Druckhöhen, welche zu der Geschwindigkeit des Wassers an der betrachteten Wandstelle und an der Oberfläche gehören.

Haben F , V , P , f , v , p , h dieselben Bedeutungen wie im § 321, so ist

dort bewiesen, dass: $\frac{V^2}{2g} + h + \frac{P}{\gamma} = \frac{v^2}{2g} + \frac{p}{\gamma}$. Denkt man sich nun um die Höhe h' unter der Oberfläche eine horizontale Schnittfläche

E F (Fig. 300) von der Grösse F' , ist V' die Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser durch diese Fläche geht, und ist P' der hier herrschende Druck; so müssen offenbar unterhalb dieser Fläche alle Bewegungsverhältnisse unverändert bleiben, wenn man diese Fläche mit ihren Verhältnissen als Oberfläche nimmt. Alsdann geht obige Gleichung über in: $\frac{V'^2}{2g} + h - h' + \frac{P'}{\gamma} = \frac{v^2}{2g} + \frac{P}{\gamma}$.

Fig. 300.



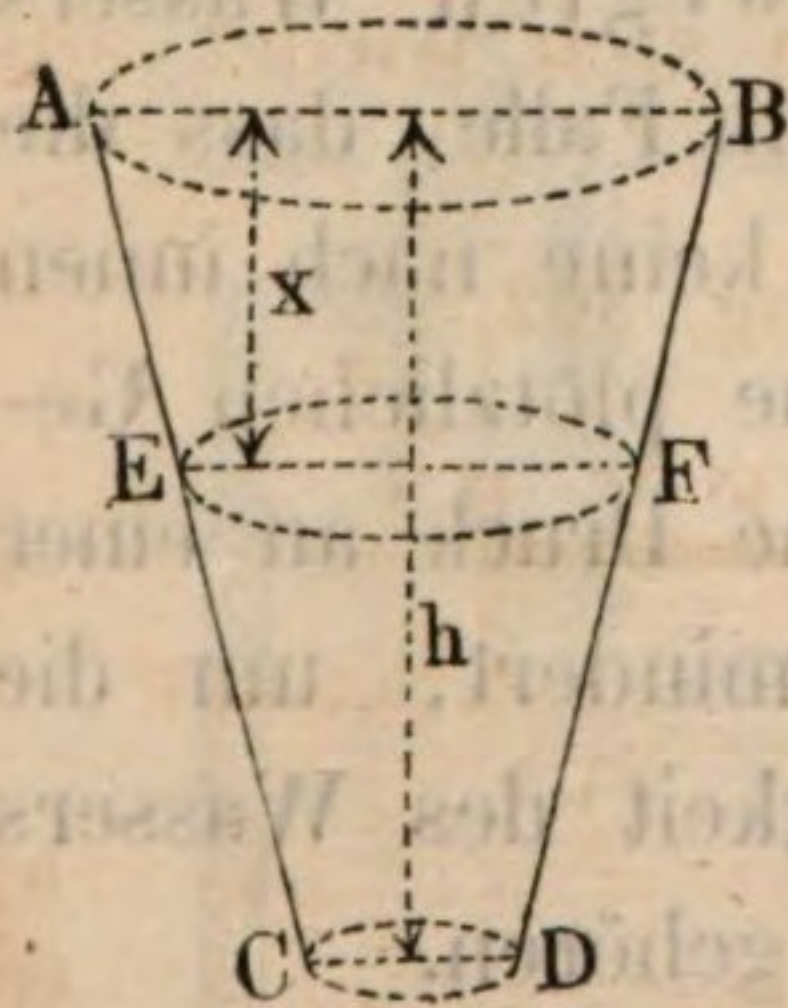
Aus der Subtraction beider Gleichungen folgt nun: $\frac{P'}{\gamma} = \frac{P}{\gamma} + h' - \frac{V'^2 - V^2}{2g}$.

Nun ist $\frac{P}{\gamma} + h'$ die Druckhöhe des in E F herrschenden hydrostatischen Drucks, und $\frac{V'^2}{2g}$ und $\frac{V^2}{2g}$ sind die Druckhöhen, welche zu den in E F und A B vorkommenden Geschwindigkeiten gehören. Je grösser nun V' d. h. die an der betrachteten Wandstelle vorkommende Geschwindigkeit ist, desto kleiner ist dann hier der hydraulische Druck. Ist V' sehr gross, was dann eintritt, wenn F' klein ist, das Gefäss also an der betrachteten Stelle eine Einschnürung besitzt, wie etwa in G H, so kann $\frac{V'^2 - V^2}{2g} > \frac{P}{\gamma} + h'$ sein; der hydraulische Druck ist dann negativ, das Wasser drückt dann nicht gegen die Gefässwand, sondern hat das Bestreben, sich auf einen noch kleineren Querschnitt zusammenzuziehen. Bringt man an einer solchen Stelle eine Oeffnung in der Gefässwand an, so fliesst kein Wasser aus, sondern Luft strömt ein; bringt man aber ein wie G J H gestaltetes Glasrohr hier an, dessen vertikaler Schenkel in ein Gefäss mit Wasser reicht, so wird in diesem das Wasser bis zu einer dem negativen hydraulischen Druck entsprechenden Höhe aufsteigen. — Da $V = \frac{fv}{F}$ und $V' = \frac{f'v}{F'}$, so nimmt unsere Gleichung auch folgende Gestalt an: $\frac{P'}{\gamma} = \frac{P}{\gamma} + h' - \frac{v^2 f^2}{2g} \frac{(F^2 - F'^2)}{F^2 F'^2}$.

Wirkt gegen die Oberfläche kein besonderer Druck, so ist natürlich $P = 0$ zu setzen.

Aufgabe 111. Ein abgestumpfter Kegel A B C D (Fig. 301) habe die Höhe h , der Durchmesser der oberen Fläche sei 3 mal so gross als der der unteren. Er ist ganz mit Wasser gefüllt, welches fortwährend durch die ganze untere Fläche C D abfliesst und oben wieder ersetzt wird. Ohne Rücksicht auf die beim Ausfluss stattfindende geringe Contraction zu nehmen, soll der hydraulische Druck gegen die Seitenwände an Punkten, die um $\frac{1}{6}, \frac{2}{6}, \frac{3}{6}, \frac{4}{6}, \frac{5}{6}$ der Höhe vom oberen Wasserspiegel entfernt sind, bestimmt werden.

Fig. 301.



Auflösung. Nach der Aufgabe ist $F = 3^2 f = 9 f$, $P = p = 0$; folglich ist nach § 321 $v = \sqrt{\frac{2gh}{1 - \frac{1}{81}}} = \frac{9}{2} \sqrt{\frac{gh}{10}}$, $\frac{v^2}{2g} = \frac{81}{80} h$. Denkt man sich in der Tiefe x unter A B eine Schnittfläche $F F' = F'$ durch den Kegelraum gelegt, so erhält man durch geometrische Rechnung $F' = \frac{(3h - 2x)^2}{h^2} f$. Setzt

man nun diese Werthe in die obige Formel, in der $h' = x$ zu nehmen ist, so folgt: $\frac{P'}{\gamma} = x - \frac{81}{80} h \cdot \frac{81 h^4 - (3 h - 2 x)^4}{81 \cdot (3 h - 2 x)^4} = x \left(1 - \frac{h (3 h - x) (9 h^2 - 6 h x + 2 x^2)}{10 (3 h - 2 x)^4} \right)$. Setzt man nun für x der Reihe nach

die Werthe $\frac{1}{6} h, \frac{2}{6} h, \frac{3}{6} h, \frac{4}{6} h, \frac{5}{6} h$, so erhält man die entsprechende hydraulische Druckhöhe n : 0,15914 h ; 0,31168 h ; 0,44922 h ; 0,54761 h ; 0,52547 h . — (Will man diejenige Tiefe x_1 finden, bei welcher der grösste hydraulische Druck stattfindet, so gebe man unserer Formel die Form: $\frac{P'}{\gamma} = x - \frac{81 h^5}{80 (3 h - 2 x)^4} + \frac{h}{80}$, und wende hierauf die Me-

thode zur Bestimmung des Maximums an. Es folgt $x_1 = \frac{3 h (\sqrt[5]{30} - 1)}{2 \sqrt[5]{30}} = 0,740257 h$; die entsprechende Maximums-Druckhöhe ist $\frac{121 \sqrt[5]{30} - 150}{80 \sqrt[5]{30}} h = 0,5628205 h$.

§ 324. Einige besondere Umstände.

1) Kommen im Innern des Gefässes plötzliche Verengerungen und Erweiterungen vor, so muss das Wasser innerhalb des Gefässes bei der Bewegung zur Ausflussöffnung seine Geschwindigkeit plötzlich abändern. Bei jedem plötzlichen Uebergange einer schnelleren Bewegung in eine langsamere geht lebendige Kraft verloren; für eine Gewichtsmenge q Wasser, welche aus der grösseren Geschwindigkeit V' in die kleinere V''

plötzlich übergeht, beträgt dieser Verlust $q \cdot \frac{(V' - V'')^2}{2 g}$ (§ 291). Die oben

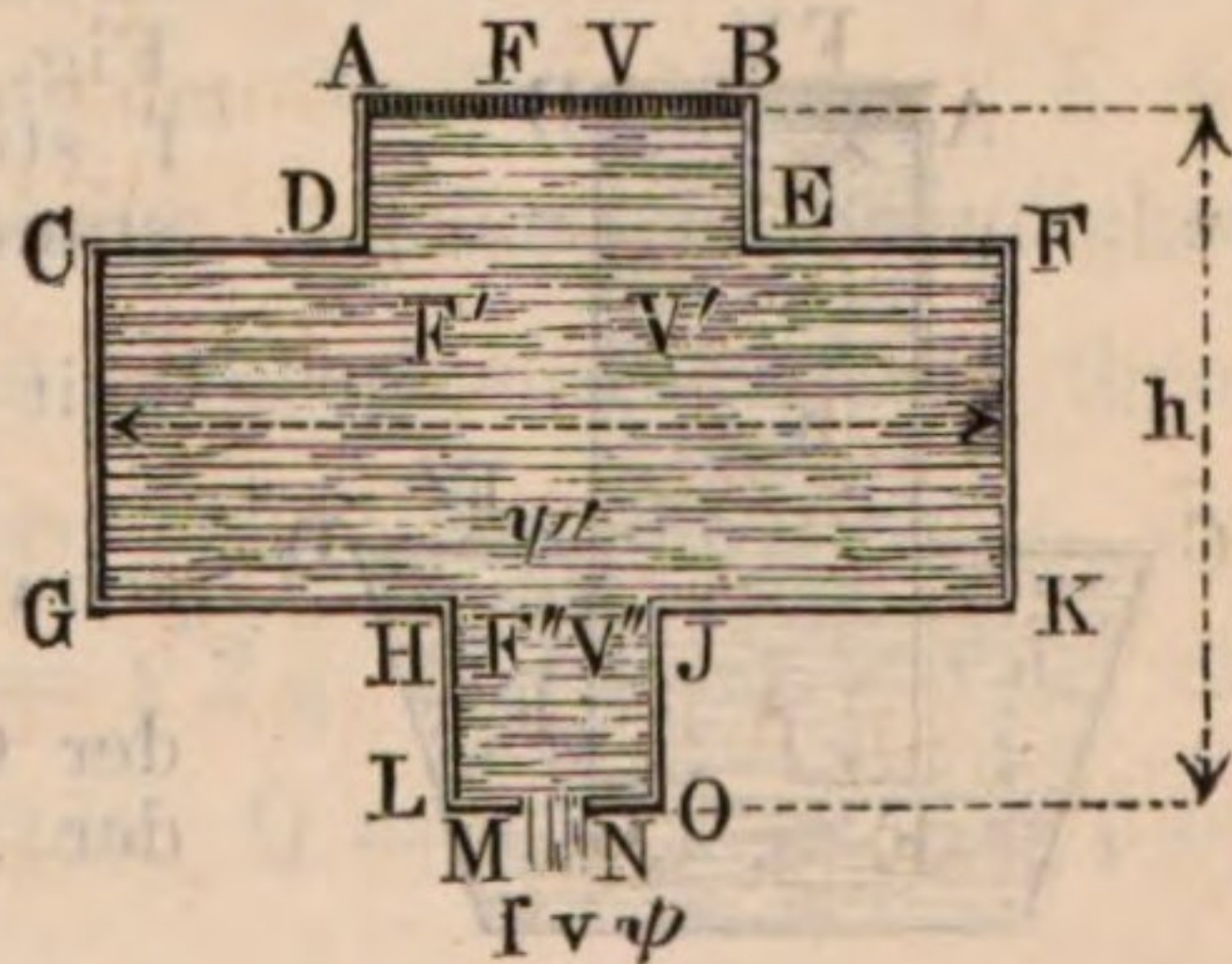
(§ 321) aufgestellte Bewegungsgleichung heisst jetzt: $q \frac{V^2}{2 g} - q \frac{(V' - V'')^2}{2 g} +$

$q h = q \frac{v^2}{2 g}$. Eine plötzliche Verminderung der Geschwindigkeit tritt ein, 1. bei einer plötzlichen Erweiterung des Gefässes, 2. bei einer plötzlichen Verengung desselben, weil in Folge der Contraction des Wassers, die Wassermenge einen Querschnitt annimmt, der noch kleiner als die Verengung ist, das Wasser also nach der Contraction sich wieder ausbreiten kann.

Aufgabe 112. Aus einem Gefässe von der Gestalt und den Abmessungen der Fig. 302 fliesst das Wasser durch eine Bodenöffnung; welches ist die Ausflussgeschwindigkeit v ?

Auflösung. Wegen der Contraction ist das in der Zeiteinheit ausfliessende Wasservolum $\psi f v$, deshalb ist die Geschwindigkeit des Wassers in dem Raume A B E D $V = \frac{\psi f v}{F}$, die im Raume C F K G ist $V' = \frac{\psi f v}{F'}$, die

Fig. 302.



im Raume H J O L ist $V'' = \frac{\psi f v}{F''}$. Bei D E geht die Geschwindigkeit des Wassers plötzlich von V auf V' herab, der Verlust an lebendiger Kraft ist also $q \left(\frac{V^2 - V'^2}{2g} \right) = q \cdot (\psi f)^2 \frac{v^2}{2g} \left(\frac{1}{F} - \frac{1}{F'} \right)^2$. In H J findet eine Contraction des Wassers auf den Querschnitt $\psi' F''$ statt, die Geschwindigkeit des Wassers ist also $\frac{\psi f v}{\psi' F''}$, diese vermindert sich aber gleich darauf auf $\frac{\psi f v}{F''}$, weshalb hier ein Verlust an lebendiger Kraft eintritt von der Grösse: $q \left(\frac{\psi f}{F''} \right)^2 \cdot \frac{v^2}{2g} \left(\frac{1}{\psi'} - 1 \right)^2$. Die Bewegungsgleichung heisst nun: $q \cdot \left(\frac{\psi f}{F} \right)^2 \cdot \frac{v^2}{2g} - q (\psi f)^2 \cdot \frac{v^2}{2g} \left(\frac{1}{F} - \frac{1}{F'} \right)^2 - q \left(\frac{\psi f}{F''} \right)^2 \cdot \frac{v^2}{2g} \left(\frac{1}{\psi'} - 1 \right)^2 + q h = q \frac{v^2}{2g}$. Hieraus folgt

$$v = \sqrt{\frac{2gh}{1 - \left(\frac{\psi f}{F} \right)^2 + (\psi f)^2 \left(\frac{1}{F} - \frac{1}{F'} \right)^2 + \left(\frac{\psi f}{F''} \right)^2 \left(\frac{1}{\psi'} - 1 \right)^2}}$$

Zusatz. 1) Ist $f = F''$, so fällt die durch ψ angegebene Contraction

fort, und ist F und F' sehr gross, so folgt $v = \sqrt{\frac{2gh}{1 + \left(\frac{1}{\psi'} - 1 \right)^2}}$;

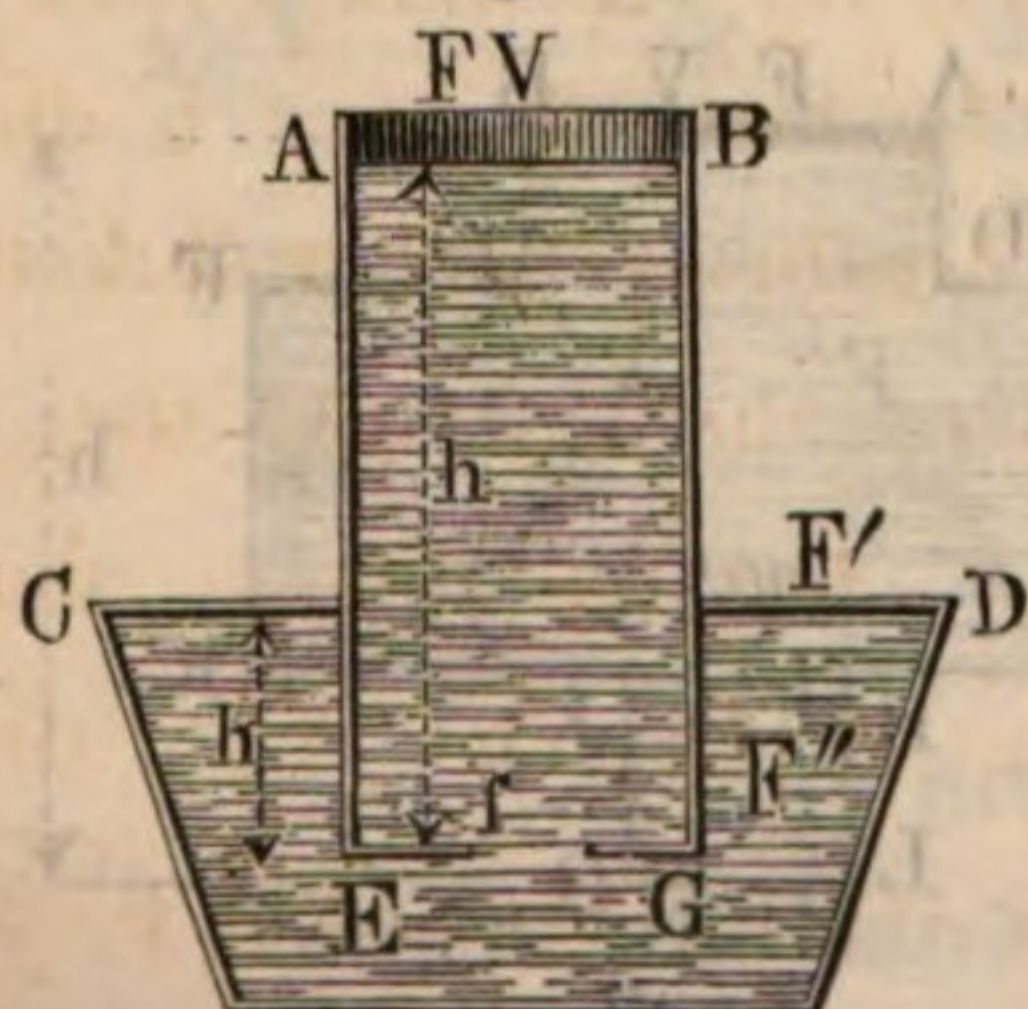
für $\psi' = 0,64$ ist $v = 0,87 \sqrt{2gh}$.

2) Wird auf den vorliegenden Fall das Verfahren des vorigen Paragraphen angewendet, so kann man auch für jede Stelle an der Wand eines Gefässes mit plötzlichen Verengerungen und Erweiterungen den hydraulischen Druck berechnen. Für eine Wandstelle in F K, die um h' unter dem Wasserspiegel liegt, ist die zweite Gleichung, nachdem durch q dividirt ist: $\frac{V'^2}{2g} + \frac{P'}{\gamma} - \frac{V''^2}{2g} \left(\frac{1}{\psi'} - 1 \right)^2 + h - h' = \frac{v^2}{2g}$, und es folgt nun $\frac{P'}{\gamma} = h' + \frac{V^2 - V'^2}{2g} - \frac{(V - V')^2}{2g} = h' + \frac{V'(V - V')}{g}$.

2) Bei untergetauchten Ausflussöffnungen kann man im Allgemeinen den Vertikalabstand der beiden Wasserspiegel als die wirksame Druckhöhe annehmen. Ist h die Höhe des Wasserabstandes im Gefässe über der Ausflussöffnung, und ist diese um die Tiefe h' in einer anderen Wassermasse untergetaucht, so ist $v = \sqrt{2g(h - h')}$.

Wird die Grösse des ausgiessenden und des aufnehmenden Gefässes in Betracht gezogen, so modificirt sich obige Formel.

Fig. 303.



Gelten für beide Gefässe die Bezeichnungen der Fig. 303, und ist v die Geschwindigkeit des durch f strömenden Wassers, so wird im Beharrungszustande das Wasser bei A B mit der Geschwindigkeit $V = \frac{\psi f v}{F}$ ersetzt und bei C D mit der Geschwindigkeit $V' = \frac{\psi f v}{F'}$ entfernt; ist ferner F''

der Querschnitt des zweiten Gefässes in der Höhe der Ausgussöffnung, also die Wassergeschwindigkeit

keit in diesem Querschnitt $V'' = \frac{\psi f v}{F''}$; und beachtet man, dass bei E G die Geschwindigkeit des Wassers plötzlich von v auf V'' sinkt, so folgt nach dem Princip der lebendigen Kräfte: $q \cdot \frac{V^2}{2g} + q(h - h') -$

$$q \frac{(v - V'')^2}{2g} = q \frac{V'^2}{2g}. \text{ Hieraus folgt } v = \sqrt{\frac{2g(h - h')}{\left(1 - \frac{\psi f}{F''}\right)^2 - (\psi f^2)\left(\frac{1}{F^2} - \frac{1}{F'^2}\right)}}.$$

Wenn F, F', F'' sehr gross sind, so erhalten wir den obigen einfachen Werth.

3) Befindet sich das Gefäss mit dem Wasser oder das Wasser im Gefäss in einer besonderen Bewegung, und man will die Geschwindigkeit bestimmen, mit welcher das Wasser aus einer gegebenen Bodenöffnung fliessen würde, so bestimme man die Druckhöhe des gegen die Bodenöffnung gerichteten Wasserdrucks und setze sie anstatt h in die Formel $\sqrt{2gh}$, oder man bestimme die Gesamtbeschleunigung des Wassers in der Ausflussöffnung und setze ihren Werth anstatt g in die Formel $\sqrt{2gh}$.

Beispiele. 1. In einem schwach geneigten Gerinne bewege sich Wasser mit einer Tiefe h und einer Geschwindigkeit c ; der hydraulische Druck des Wassers gegen den Boden des Gerinnes hat die Höhe $h - \frac{c^2}{2g}$, folglich wird das Wasser durch eine Oeffnung in diesem Boden mit der Geschwindigkeit $\sqrt{2g\left(h - \frac{c^2}{2g}\right)} = \sqrt{2gh - c^2}$ fliessen.

2. Wird ein Wassergefäss mit der Beschleunigung G vertikal aufwärts bewegt, so hat jedes Wassertheilchen die abwärtsgerichtete Gesamtbeschleunigung $g + G$, es fliesst also mit der Geschwindigkeit $\sqrt{2(g+G)h}$ aus einer Bodenöffnung; diese Geschwindigkeit ist $\sqrt{2(g - G)h}$, wenn das Gefäss mit der Beschleunigung G abwärts bewegt wird. Bei gleichförmiger geradliniger Bewegung des Gefässes bleibt die Ausflussgeschwindigkeit $\sqrt{2gh}$.

b. Ausfluss aus Seitenöffnungen bei constanter Druckhöhe.

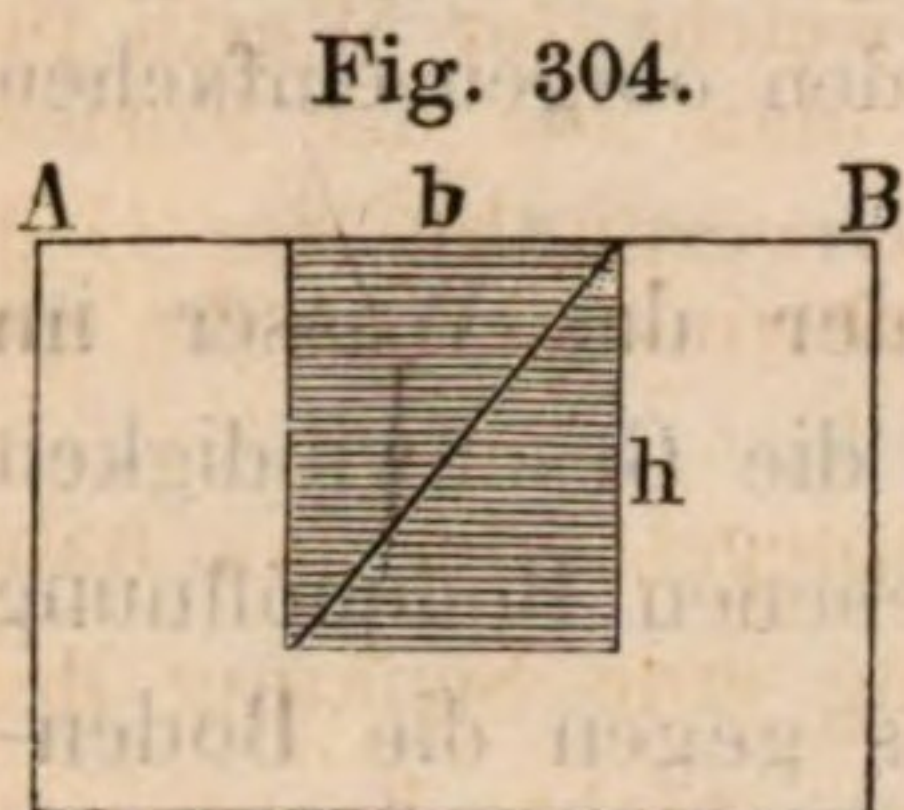
§ 325. Ausflussmenge.

1) Durch die einzelnen Theile einer Seitenöffnung fliesst das Wasser nicht mit gleicher Geschwindigkeit, weil diesen Theilen verschiedene Druckhöhen zugehören. Ist f ein Flächenelement der Ausflussöffnung, h die zugehörige Druckhöhe, so ist die zugehörige Ausflussgeschwindigkeit $\sqrt{2gh}$, das in der Zeiteinheit durch dieses Element ausfliessende theoretische Wasservolum $f\sqrt{2gh}$; die theoretische Ausflussmenge der ganzen Oeffnung F ist also $\Sigma(f\sqrt{2gh}) = \sqrt{2g} \Sigma(f\sqrt{h})$. Für die wirkliche Ausflussmenge kann man also setzen: $Q = \mu \sqrt{2g} \cdot \Sigma(f\sqrt{h})$.

Ist H die mittlere Geschwindigkeitshöhe, so dass $Q = \mu F \sqrt{2 g H}$ ist, so folgt $H = \left[\frac{\Sigma (f \sqrt{h})}{F} \right]^2$.

Ist die Oeffnung niedrig und liegt sie tief unter dem Wasserspiegel, so kann man anstatt der verschiedenen Werthe von h den mittleren Werth setzen und es folgt dann annähernd $Q = \mu F \sqrt{2 g h}$.

2) Ist die Oeffnung in vertikaler Seitenwand ein Rechteck zur Breite



b und zur Höhe h , dessen obere Seite im Wasserspiegel A B (Fig. 304) liegt, so ist $Q = \frac{2}{3} \mu b h$

$\sqrt{2 g h}$, $H = \frac{4}{9} h$. Ist die Oeffnung ein Dreieck mit horizontaler Basis b und Höhe h , dessen Spitze im Wasserspiegel liegt, so ist $Q = \frac{2}{5} \mu b h$ $\sqrt{2 g h}$ und $H = \frac{16}{25} h$.

Zerlegt man das Rechteck in n gleiche hohe Streifen und betrachtet diese als die Flächenelemente, so hat in der Summe $\Sigma (f \sqrt{h})$ der Factor f den constanten Werth $\frac{b h}{n}$, für h ist aber dort bezüglich zu setzen

$$\frac{1}{n} h, \frac{2}{n} h, \frac{3}{n} h, \dots, \frac{n}{n} h. \text{ Hiernach ist nun } \Sigma (f \sqrt{h}) = \frac{b h}{n} \left(\sqrt{\frac{1}{n} h} + \sqrt{\frac{2}{n} h} + \sqrt{\frac{3}{n} h} + \dots + \sqrt{\frac{n}{n} h} \right) = \frac{b h}{n} \sqrt{\frac{h}{n}} (1 + \sqrt{2} + \sqrt{3} + \dots + \sqrt{n}) = \frac{b h}{n} \sqrt{\frac{h}{n}} \cdot \frac{n^{3/2}}{3/2} = \frac{2}{3} b h \sqrt{h}.$$

Wird das Dreieck ebenso zerlegt, so haben die Streifen der Reihe nach die Werthe: $\frac{b h}{n^2}, \frac{2 b h}{n^2},$

$$\frac{3 b h}{n^2} \dots; \text{ es folgt also } \Sigma (f \sqrt{h}) = \frac{b h}{n^2} \sqrt{\frac{h}{n}} (1 + 2 \sqrt{2} + 3 \sqrt{3} + \dots + n \sqrt{n}) = \frac{b h}{n^2} \sqrt{\frac{h}{n}} \cdot \frac{n^{5/2}}{5/2} = \frac{2}{5} b h \sqrt{h}.$$

3) Ist die Oeffnung ein Dreieck von der Höhe h , dessen horizontale Basis b im Wasserspiegel liegt, so ist $Q = \frac{4}{15} \mu b h \sqrt{2 g h}$ und $H = \frac{64}{225} h$. Ist die Oeffnung ein Rechteck zur Breite b , dessen zwei horizontale Seiten um h und h' unter dem Wasserspiegel liegen, so ist

$$Q = \frac{2}{3} \mu b \sqrt{2 g} (h \sqrt{h} - h' \sqrt{h'}), \quad H = \frac{4}{9} \left(\frac{h \sqrt{h} - h' \sqrt{h'}}{h - h'} \right)^2.$$

Ist die Oeffnung ein Trapez mit den parallelen Seiten b und c und der Höhe h , wenn die Seite c im Wasserspiegel liegt, so ist $Q = \frac{2}{15} \mu (3b + 2c)$

$$h \sqrt{2 g h}, \quad H = \frac{4}{225} \left(\frac{3b + 2c}{b + c} \right)^2 h;$$

liegen aber die parallelen Seiten bezüglich um die Höhen h und h' unter dem Wasserspiel, so ist

$$Q = \frac{2}{15} \frac{\mu \sqrt{2 g}}{h - h'} \left[(h (3b + 2c) - 5 b h') h \sqrt{h} - (5 c h - (3c + 2b) h') h' \sqrt{h'} \right].$$

Die hier aufgeführten Flächen lassen sich sämmtlich als Differenzen oder Summen einfacherer Flächen behandeln.

4) Ist die Oeffnung ein Kreis zum Radius r , dessen Mittelpunkt um die Tiefe h unter dem Wasserspiegel liegt, so ist $Q = \mu r^2 \pi \sqrt{2 g h} \times \left[1 - \frac{1}{32} \frac{r^2}{h^2} - \frac{5}{1024} \frac{r^4}{h^4} \dots \right]$, $H = h \left(1 - \frac{1}{16} \frac{r^2}{h^2} - \frac{9}{1024} \frac{r^4}{h^4} \dots \right)$.

Die zwar mögliche, aber umständliche elementare Ableitung dieser Formel übergehen wir. Ist $h = 2 r$ oder $> 2 r$, so weicht der Werth für Q nur unbedeutend von dem Werthe ab, den man aus der Formel $Q = \mu r^2 \pi \sqrt{2 g h}$ erhält, wenn die Tiefe des Schwerpunkts der Oeffnung unter dem Wasserspiegel als mittlere Geschwindigkeitshöhe genommen wird.

5) Reicht die Ausflussöffnung bis an den Wasserspiegel oder bis nahe an denselben, so findet in der Gegend der Oeffnung eine Senkung des Wasserspiegels statt, deren Grösse sich theoretisch nicht bestimmen lässt; die wirksame Druckhöhe des Wassers muss dann von einer Stelle aus bestimmt werden, an der sich der Wasserspiegel noch nicht gesenkt hat.

6) Bei untergetauchten Seitenöffnungen hat das Wasser an allen Punkten derselben dieselbe Geschwindigkeit, welche von dem Abstände der beiden Wasserspiegel als Druckhöhe abhängig ist.

Vgl. §. 311, 5.

§ 326. Erfahrungsergebnisse.

Im Allgemeinen gelten auch hier die Angaben des § 322; im Besonderen liegen folgende erfahrungsmässig gefundenen Werthe des Ausflusscoefficienten vor.

a. Rectanguläre Oeffnungen in dünner Wand. Formel: $Q = \frac{2}{3} \mu b \sqrt{2 g} (h \sqrt{h} - h' \sqrt{h'})$.

Wasserstand über dem oberen Mündungsrand h' .

Für Mündungshöhen $(h - h')$ von
8 Zoll, 4 Zoll, 2 Zoll, 1 Zoll, 0,5 Zoll.

0,5 Zoll			0,622	0,656	0,704
1 "	0,593	0,611	0,625	0,653	0,693
2 "	0,597	0,613	0,628	0,650	0,680
6 "	0,600	0,616	0,631	0,642	0,658
1 Fuss	0,602	0,618	0,630	0,638	0,650
5 "	0,603	0,611	0,620	0,620	0,615
10 "	0,601	0,603	0,606	0,609	0,609.

(Poncelet und Lesbros.)

b. Bei Schützenöffnungen mit geneigten Schützen ist $\mu = 0,80$, wenn der Neigungswinkel 45° beträgt; es ist $\mu = 0,75$, wenn der Neigungswinkel $63\frac{1}{3}^\circ$ beträgt. (Poncelet.)

c. Bei untergetauchten Oeffnungen ist μ um $1\frac{1}{3}$ Procent kleiner als beim Ausfluss in die freie Luft. (Weisbach.)

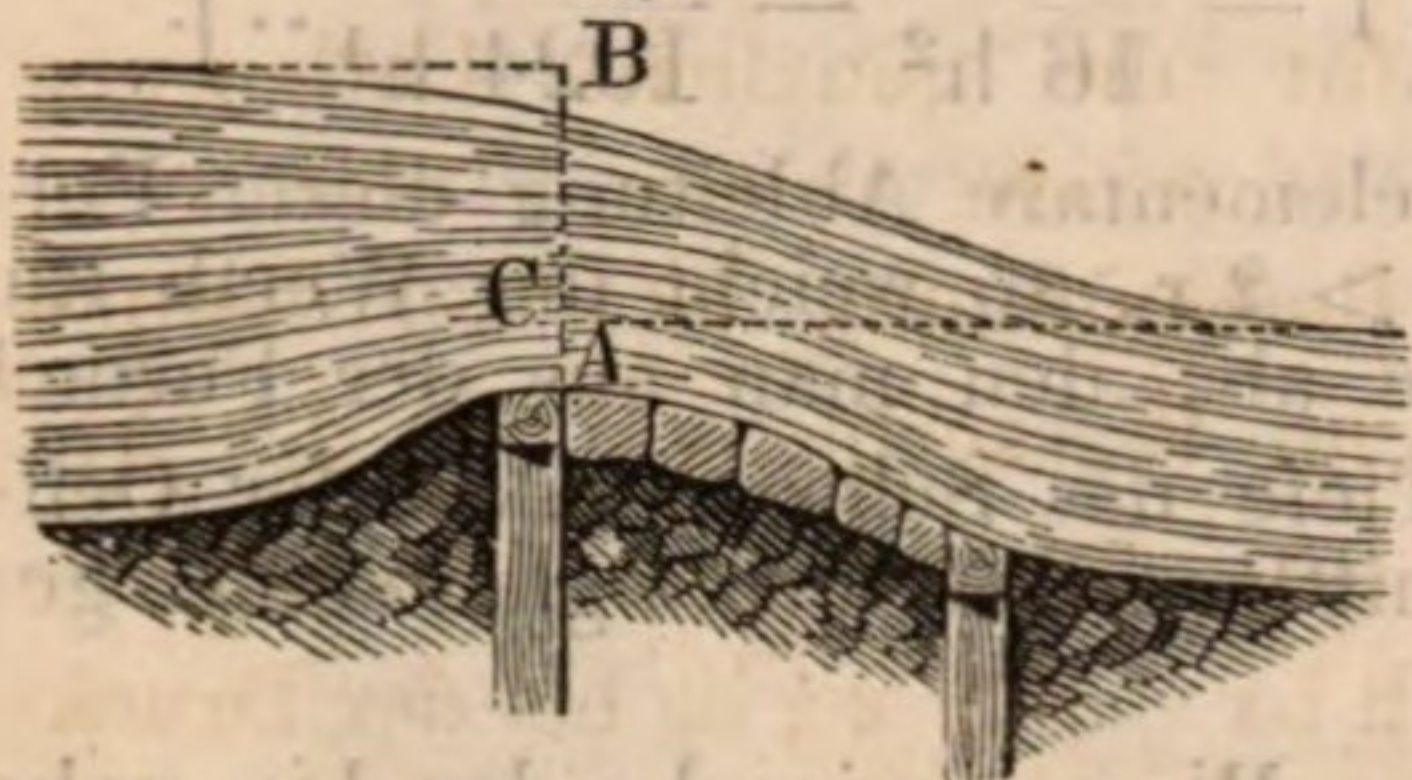
d. Schliesst sich an die Ausflussöffnung ein Gerinne an, so ist der Ausflusscoefficient ebenfalls kleiner, als wenn kein Gerinne da ist.

e. Die Versuche über den Abfluss des Wassers bei Ueberfällen haben für μ sehr mannigfaltige Werthe gegeben. Annähernd kann man bei Ueberfällen, deren Breite nicht mehr als den dritten Theil der Kanalbreite beträgt, $\frac{2}{3} \mu = 0,40$ und bei Ueberfällen, welche mit dem Kanal dieselbe Breite haben, $\frac{2}{3} \mu = 0,444$ setzen. (D'Aubuisson.)

f. Die Senkung des Wasserspiegels über der Ueberfallkante beträgt 0,1 bis 0,25 der Druckhöhe. Weisbach.

Aufgabe 113. Bei einem unvollkommenen Ueberfalle, d. h. bei einem solchen, dessen Unterwasser mit seiner Oberfläche noch höher steht als die Ueberfallkante, betrage die Höhe A B (Fig. 305) des oberen Wasserspiegels über der Ueberfallkante 3', die des unteren A C aber 2', die Breite des Ueberfalls 20'. Wie viel Wasser fließt in jeder Sekunde über, wenn für den Ausflusscoefficienten der Werth 0,62 gelten soll?

Fig. 305.



Auflösung. Es sei $AB = h$, $AC = h'$, die Breite des Ueberfalls sei mit b bezeichnet. Der Ausfluss durch das Rechteck von der Breite b und der Höhe AC wird behandelt wie ein Ausfluss durch eine untergetauchte Oeffnung; die für jeden Theil dieser Ausflussöffnung constante Druckhöhe ist $h - h'$, folglich ist die durch AC fließende Wassermenge in der Sekunde $\mu_1 b h' \sqrt{2g(h - h')}$. Der Abfluss durch das Rechteck von der Höhe BC wird wie ein Ueberfall behandelt und es folgt nun nach § 325, 2 die entsprechende Ausflussmenge $\frac{2}{3} \mu_2 b (h - h') \sqrt{2g(h - h')}$. Daher ist die gesammte Ausflussmenge $Q = \mu_1 b h' \sqrt{2g(h - h')} + \frac{2}{3} \mu_2 b (h - h') \sqrt{2g(h - h')}$, oder wenn $\mu_1 = \mu_2$ ist: $Q = \frac{1}{3} \mu b (2h + h') \sqrt{2g(h - h')}$. Setzen wir die bestimmten Werthe ein, so folgt $Q = 261,415$ K. F.

c. Ausfluss bei veränderlicher Druckhöhe.

§ 327. Sinkender Wasserspiegel.

1) Wird das aus einem Gefässe ausfließende Wasser nicht wieder ersetzt, so nimmt mit dem sinkenden Wasserspiegel die Ausflussgeschwindigkeit ab. Diese Abnahme der Geschwindigkeit (v) ist stets proportional mit dem Quotienten aus der Ausflussöffnung (f) und der Grösse der Wasserspiegelfläche (F); sie ist also bei prismatischen Gefässen mit tiefliegender Ausflussöffnung constant und beträgt dann für die Zeiteinheit $\frac{\mu f}{F} \cdot g$; auch ist in diesem Falle die sinkende

Bewegung des Wasserspiegels eine gleichförmig verzögerte.

Es sei für einen beliebigen Augenblick die wirksame Druckhöhe x , dann ist die Ausflussgeschwindigkeit $v = \sqrt{2gx}$; in der sehr kleinen Zeit τ fließt dann das Wasservolum $\mu f v \tau$ aus, da wir für ein sehr kleines τ den Werth v als constant nehmen können. Hierdurch sinkt der Wasserspiegel um $\frac{\mu f v \tau}{F}$, und die wirksame Druckhöhe ist jetzt $x - \frac{\mu f v \tau}{F}$.

Am Ende der Zeit τ ist also die Ausflussgeschwindigkeit $\sqrt{2g(x - \frac{\mu f v \tau}{F})} = \sqrt{v^2 - \frac{2\mu f g v \tau}{F}} = v - \frac{\mu f}{F} g \tau$; die Geschwindigkeit v hat also in der kleinen Zeit τ um $\frac{\mu f}{F} g \tau$ abgenommen. In

dem oben gedachten Falle ist $\frac{f}{F}$ constant, dann gilt der Ausdruck $\frac{\mu f}{F} g \tau$ auch für jeden beliebigen Werth von τ .

2) Bezeichnet t die Zeit, in welcher bei einem prismatischen Gefässe vom Querschnitt F und der Ausflussöffnung f die Höhe des Wasserspiegels über der Ausflussöffnung von h auf h' sinkt, so ist $t = \frac{2 F}{\mu f} \cdot$

$\frac{\sqrt{h} - \sqrt{h'}}{\sqrt{2g}}$. Die Zeit $T = \frac{F \sqrt{2gh}}{\mu f g}$ für die gänzliche Entleerung eines solchen Wassergefässes durch eine Bodenöffnung ist also doppelt so gross als die Zeit, in welcher eine gleiche Wassermenge mit der Anfangsgeschwindigkeit ausfliessen würde.

Erste Ableitung. Bei der Druckhöhe h ist $v = \sqrt{2gh}$, bei der Druckhöhe h' ist $v' = \sqrt{2gh'}$. Vermindert sich h auf h' , so ist die Geschwindigkeitsabnahme $v - v' = \sqrt{2gh} - \sqrt{2gh'}$, davon kommt auf jede Zeiteinheit $\frac{\mu f}{F} g$, also ist $t = (v - v') : \frac{\mu f}{F} g = \frac{2 F}{\mu f} \cdot \frac{\sqrt{h} - \sqrt{h'}}{\sqrt{2g}}$.

Die gänzliche Entleerung tritt ein, wenn $h' = 0$ ist, dann ist $T = \frac{2 F \sqrt{h}}{\mu f \sqrt{2g}} = \frac{F \sqrt{2gh}}{\mu f g} = \frac{2 F h}{\mu f \sqrt{2gh}}$. Nun ist aber Fh das ursprünglich im Gefäss enthaltene Wasservolum und $\mu f \sqrt{2gh}$ die mit der constant gedachten anfänglichen Geschwindigkeit $\sqrt{2gh}$ in der Zeiteinheit ausfliessende Wassermenge. Daraus ergibt sich die zweite Behauptung.

Zweite Ableitung. Nimmt die Geschwindigkeit v in der Zeit t gleichmässig bis auf v' ab, so ist nach § 228, 1 der zurückgelegte Weg $\frac{v + v'}{2} t$; diese Länge hat also auch in unserem Falle das ausgeflos-

sene Wasserprisma, sein Volumen ist also $\mu f \left(\frac{v + v'}{2} \right) t = \mu f$

$\frac{\sqrt{2gh} + \sqrt{2gh'}}{2} \cdot t$. Setzt man diesen Werth dem Volumen $F(h - h')$

des aus dem Gefäss verschwundenen Wassers gleich, so folgt $t = \frac{2 F}{\mu f} \cdot \frac{h - h'}{\sqrt{2g} (\sqrt{h} + \sqrt{h'})} = \frac{2 F (\sqrt{h} - \sqrt{h'})}{\mu f \sqrt{2g}}$.

Dritte Ableitung. Man denke sich die ganze im Gefäss enthaltene Wassermenge in eine grosse Zahl n gleich hoher Scheiben getheilt, und nehme an, jede derselben fliesse mit der ihrer Höhe entsprechenden, aber constant gedachten Geschwindigkeit aus, und addire die einzelnen Ausflusszeiten. Das Volumen jeder Scheibe ist $\frac{Fh}{n}$, die einzel-

nen Ausflussgeschwindigkeiten sind $\sqrt{2gh}$, $\frac{\sqrt{2gh(n-1)}}{n}$, $\frac{\sqrt{2gh(n-2)}}{n}$...

$\frac{\sqrt{2gh}}{n}$; die einzelnen Ausflusszeiten sind also $\frac{Fh}{n} : \mu f \sqrt{2gh} =$

$\frac{Fh}{\mu f n \sqrt{2gh}} = \frac{Fh}{\mu f \sqrt{2ghn}} \cdot \frac{1}{\sqrt{n}}$ für die obere Scheibe, $\frac{Fh}{n} : \mu f$

$\frac{\sqrt{2gh(n-1)}}{n} = \frac{Fh}{\mu f \sqrt{2ghn}} \cdot \frac{1}{\sqrt{n-1}}$ für die zweite, ebenso für die

folgenden $\frac{Fh}{\mu f \sqrt{2ghn}} \cdot \frac{1}{\sqrt{n-2}}$, $\frac{Fh}{\mu f \sqrt{2ghn}} \cdot \frac{1}{\sqrt{n-3}}$ u. s. f. Durch

Summirung folgt: $T = \frac{F h}{\mu f \sqrt{2 g h n}} \left(\frac{1}{\sqrt{n}} + \frac{1}{\sqrt{n-1}} + \frac{1}{\sqrt{n-2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2}} + 1 \right)$. Die Summe an der Klammer hat nach § 160, Anm. den

Werth $\sqrt{n} : \frac{1}{2} = 2 \sqrt{n}$, folglich ist $T = \frac{2 F h}{\mu f \sqrt{2 g h}}$. Eine Wasser-

menge von der Höhe h' würde die Ausflusszeit $T' = \frac{2 F h'}{\mu f \sqrt{2 g h'}}$ haben;

dann aber ist $t = T - T' = \frac{2 F}{\mu f \sqrt{2 g}} \left(\frac{h}{\sqrt{h}} - \frac{\sqrt{h'}}{h'} \right) = \frac{2 F}{\mu f} \cdot \frac{\sqrt{h} - \sqrt{h'}}{\sqrt{2 g}}$.

Anmerkung. 1. Die Formel für t stimmt im Allgemeinen besser mit der Erfahrung als die für T , weil in der Regel kurz vor Beendigung des ganzen Ausflusses wirbelnde Bewegungen in der noch im Gefässe befindlichen Flüssigkeit entstehen, welche die Regelmässigkeit des Ausflusses stören.

2. Die vorstehenden Entwicklungen setzen Bodenöffnungen voraus, sie gelten aber auch annähernd für Seitenöffnungen, wenn dieselben tief unter dem Wasserspiegel bleiben; h bedeutet dann den Abstand des Wasserspiegels vom Schwerpunkt der Oeffnungsfläche.

3) Ist ein Gefäss, das durch eine im Boden befindliche Oeffnung f in der Zeit T entleert wird, nicht prismatisch, aber so gestaltet, dass ein in der Höhe x über der Ausflussöffnung genommener Querschnitt die Grösse $A + A_1 x + A_2 x^2$ hat und ist h die ursprüngliche Druckhöhe des Wassers, so ist $T = \frac{2 A + \frac{2}{3} A_1 h + \frac{2}{5} A_2 h^2}{\mu f} \sqrt{\frac{h}{2 g}}$. Der Was-

serspiegel sinkt von der Höhe h auf die Höhe h' herab in der Zeit $t = \frac{2 A}{\mu f} \frac{\sqrt{h} - \sqrt{h'}}{\sqrt{2 g}} + \frac{2 A_1}{3 \mu f} \frac{h \sqrt{h} - h' \sqrt{h'}}{\sqrt{2 g}} + \frac{2 A_2}{5 \mu f} \frac{h^2 \sqrt{h} - h'^2 \sqrt{h'}}{\sqrt{2 g}}$.

Denken wir uns die Wassermasse von der Höhe h in eine grosse Zahl n gleichhoher Scheiben getheilt, so hat die Scheibe, welche in der Höhe x über der Ausflussöffnung liegt, das Volumen $\frac{h}{n} (A + A_1 x + A_2 x^2)$.

Wenn diese Scheibe am Wasserspiegel liegt, ist die Ausflussgeschwindigkeit $v = \sqrt{2 g x}$; folglich ist die Zeitdauer, während welcher der

Inhalt dieser Scheibe ausfliesst, $\frac{h (A + A_1 x + A_2 x^2)}{\mu f \cdot n \sqrt{2 g x}}$. Setzt man hierin

für x nach einander die Werthe $\frac{1}{n} h, \frac{2}{n} h, \frac{3}{n} h \dots \frac{n}{n} h$ und summirt dann die Resultate, so erhält man die Dauer des gänzlichen Ent-

leerens. Es folgt: $T = \frac{A h}{\mu f n \sqrt{2 g}} \Sigma \left(\frac{1}{\sqrt{x}} \right) + \frac{A_1 h}{\mu f \cdot n \sqrt{2 g}} \Sigma (\sqrt{x}) +$

$\frac{A_2 h}{\mu f \cdot n \sqrt{2 g}} \Sigma (x \sqrt{x})$. Nun ist $\Sigma \left(\frac{1}{\sqrt{x}} \right) = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{n} h}} + \frac{1}{\sqrt{\frac{2}{n} h}} + \frac{1}{\sqrt{\frac{3}{n} h}}$

$+ \dots + \frac{1}{\sqrt{\frac{n}{n} h}} = \sqrt{\frac{n}{h}} \left(1 + 2^{-1/2} + 3^{-1/2} + \dots + n^{-1/2} \right) = 2 n^{1/2}$

$\sqrt{\frac{n}{h}} = 2 n \sqrt{\frac{1}{h}}$; $\Sigma (\sqrt{x}) = \sqrt{\frac{1}{n} h} + \sqrt{\frac{2}{n} h} + \sqrt{\frac{3}{n} h} + \dots + \sqrt{\frac{n}{n} h}$

$$= \sqrt{\frac{h}{n}} \left(1 + 2^{1/2} + 3^{1/2} + \dots + n^{1/2} \right) = \frac{2}{3} n^{3/2} \sqrt{\frac{h}{n}} = \frac{2}{3} n \sqrt{h}; \quad \Sigma$$

$$(x \sqrt{x}) = \sqrt{\frac{h^3}{n^3}} \left(1 + 2^{3/2} + 3^{3/2} + \dots + n^{3/2} \right) = \frac{2}{5} n^{5/2} \sqrt{\frac{h^3}{n^3}} = \frac{2}{5} n h \sqrt{h}.$$

Durch Substitution dieser Werthe findet man den obigen Ausdruck.

Aufgabe 114. Der innere Raum eines aufrechtstehenden fassartigen Körpers hat die Höhe h , oben und unten den Durchmesser a und in der Mitte den Durchmesser b . Die Grösse des Zapfenlochs sei f ; in welcher Zeit T wird das volle Fass leerlaufen?

Auflösung. Wir wollen annehmen, ein in der Höhe x durch das Fass gelegter Querschnitt lasse sich durch den Ausdruck $A + A_1 x + A_2 x^2$ ausdrücken, was der Fall ist, wenn die Fassdauben elliptisch gekrümmt sind. Setzt man in diesen Ausdruck nach einander $x = 0, \frac{h}{2}, h$, so muss er die Werthe

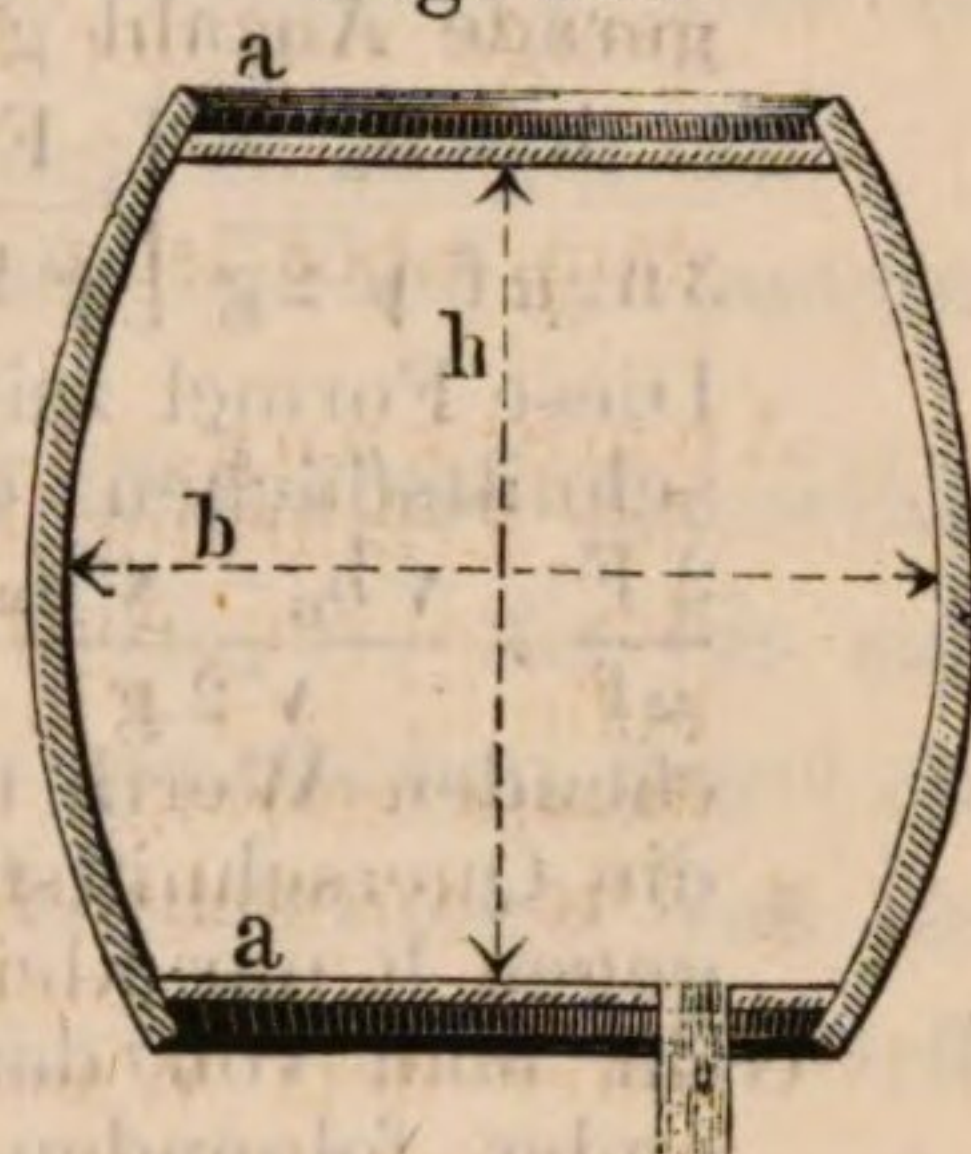
$$\frac{a^2 \pi}{4}, \frac{b^2 \pi}{4}, \frac{a^2 \pi}{4} \text{ annehmen; man erhält dadurch drei Gleichungen,}$$

$$\text{aus denen sich ergibt: } A = \frac{a^2 \pi}{4}, A_1 = \frac{(b^2 - a^2) \pi}{h}, A_2 = \frac{-(b^2 - a^2) \pi}{h^2}.$$

Setzt man diese Werthe in die oben für T aufgestellte Formel, so erhält man: $T = \frac{(7 a^2 + 8 b^2) \pi}{30 \mu f} \sqrt{\frac{h}{2g}}$. War das Fass nur zur Hälfte

$$\text{gefüllt, so entleert es sich in der Zeit } T' = \frac{(8 a^2 + 7 b^2) \pi}{60 \mu f} \sqrt{\frac{h}{g}}.$$

Fig. 306.



4) Hat das Gefäss eine unregelmässige Gestalt, so kann man mittelst eines Annäherungsverfahrens die Ausflusszeit finden. Soll der Wasserspiegel in der Zeit t von der Höhe h_0 bis zur Höhe h_n gesunken sein, so denke man sich die Höhe $h_0 - h_n$ in n beliebige Theile getheilt und bezeichne die Höhen der Theilpunkte der Reihe nach mit $h_1, h_2, h_3 \dots$; bezeichnen nun $F_0, F_1, F_2, F_4 \dots F_n$ die den Höhen $h_0, h_1, h_2, h_3 \dots h_n$ entsprechenden Querschnitte, so ist angenähert:

$$t = \frac{1}{\mu f \sqrt{2g}} \left[(F_0 + F_1) \sqrt{h_0} - (F_0 - F_2) \sqrt{h_1} - (F_1 - F_3) \sqrt{h_2} - (F_2 - F_4) \sqrt{h_3} \dots - (F_{n-2} - F_n) \sqrt{h_{n-1}} - (F_{n-1} + F_n) \sqrt{h_n} \right]$$

Diese Formel ist unter der Annahme berechnet, dass die zwischen zwei benachbarten Schnittflächen F_m und F_{m+1} liegende Wasserschicht nahezu in derselben Zeit ausfliesst, als eine zwischen denselben Ebenen liegende prismatische Wasserschicht, welche das arithmetische Mittel dieser Schnittflächen zur Grundfläche hat.

Aufgabe 115. In welcher Zeit sinkt der Wasserspiegel eines Teiches um 6 Fuss, wenn der Abführungskanal 20 Fuss unter dem Wasserspiegel liegt, einen Querschnitt von 0,8836 QF. hat und der Ausflusscoefficient 0,537 ist. Die Querschnittflächen betragen bei 20' Druckhöhe 600000 QF., bei 18,5' DH. 495000 QF., bei 17' DH. 410000 QF., bei 15,5' DH. 325000 QF. und bei 14' DH. 265000 QF.

Auflösung. Unsere Formel giebt $t = \frac{1}{3,7518} [4896990 - 817221 - 700928 - 570865 - 2208580] = 159762'' = 44 \text{ Stunden } 22 \text{ Minuten } 42 \text{ Sekunden}$. (Weisbach, aus dessen Lehrbuch der Ingenieur- und Maschinenmechanik diese Aufgabe entlehnt ist, findet mittelst der Simpson'schen Regel: 44 Stunden 13 Minuten.)

Anmerkung. Die Uebertragung der Simpson'schen Regel auf unseren Fall giebt unter der Bedingung, dass der Abstand $h_0 - h_n$ in eine gerade Anzahl gleicher Theile getheilt ist, die Formel: $t =$

$$\frac{h - h_n}{3n \cdot \mu f \sqrt{2g}} \left[\frac{F_0}{\sqrt{h_0}} + \frac{4 F_1}{\sqrt{h_1}} + \frac{2 F_2}{\sqrt{h_2}} + \frac{4 F_3}{\sqrt{h_3}} + \dots + \frac{4 F_{n-1}}{\sqrt{h_{n-1}}} + \frac{F_n}{\sqrt{h_n}} \right]$$

Diese Formel zeigt den doppelten Uebelstand, dass sie, wenn alle Querschnittsflächen einander gleichgesetzt werden, nicht in die Formel $\frac{2 F}{\mu f} \cdot \frac{\sqrt{h_0} - \sqrt{h_n}}{\sqrt{2g}}$ übergeht, und dass sie für $h_n = 0$ den sehr abweichenden Werth $t = \infty$ giebt; sie ist daher allenfalls brauchbar, wenn die Querschnittsflächen einander sehr ungleich sind und wenn $h - h_n$ gegen h nur klein ist.

Geht man von der Voraussetzung aus, dass alle zwischen zwei aufeinander folgenden Schnittflächen liegenden Zwischenschnitte nach der Formel $A + A_1 x$ sich ändern, wenn x der Abstand vom Boden ist, so erhält man folgende Annäherungsformel, wenn $h - h_n$ in n gleiche Theile getheilt ist und $\frac{h - h_n}{n} = k$ gesetzt wird:

$$t = \frac{2}{3 \mu f k \sqrt{2g}} \left\{ [2 (F_1 - F_0) h_0 + 3 F_0 k] \sqrt{h_0} + 2 (F_0 - 2 F_1 + F_2) h_1 \sqrt{h_1} + 2 (F_1 - 2 F_2 + F_3) h_2 \sqrt{h_2} \dots + 2 (F_{n-2} - 2 F_{n-1} + F_n) h_{n-1} \sqrt{h_{n-1}} - [3 F_n k + 2 (F_n - F_{n-1}) h_n] \sqrt{h_n} \right\}.$$

Hier braucht n nicht eine gerade Zahl zu sein. Die Glieder dieses Ausdrucks vom zweiten bis vorletzten sind nach einem leicht erkennbaren Gesetz gebildet. Wendet man diese Formel auf die vorstehende Aufgabe an, so erhält man:

$$t = \frac{4}{9 \cdot 3,7518} [-6708205 + 3182860 + 0 + 3051179 + 1824058] = 159910'' = 44 \text{ Stunden } 25 \text{ Minuten } 10 \text{ Sekunden}.$$

5) Befindet sich in einem prismatischen Gefässe zum Querschnitt F eine rectanguläre Seitenöffnung von der Breite b , welche bis zum Wasserspiegel hinauf reicht, und wird die Höhe des Wasserspiegels an der untersten Kante dieser Oeffnung gemessen, so sinkt der Wasserspiegel von der Höhe h auf die Höhe h' in der Zeit $t = \frac{3 F}{\mu b \sqrt{2g}} \left(\frac{1}{\sqrt{h'}} - \frac{1}{\sqrt{h}} \right)$.

In einem gewissen Augenblick sei x die Höhe des Wasserspiegels, nach der sehr kleinen Zeit τ sei sie noch x' ; nehmen wir nun die Ausflussverhältnisse während der Zeit τ als constant an, so ist die Menge des ausgeflossenen Wassers $\frac{2}{3} \mu b x \tau \sqrt{2gx}$ und das Sinken des Wasserspiegels beträgt $\frac{2 \mu b x \tau \sqrt{2gx}}{3 F}$. Folglich ist $x - \frac{2 \mu b \tau x \sqrt{2gx}}{3 F} = x'$ also $\sqrt{x'} = \sqrt{x} (1 - \frac{1}{3} \frac{\mu b \tau}{F} \sqrt{2gx})$, oder $\sqrt{x} = \sqrt{x'} : (1 - \frac{1}{3} \frac{\mu b \tau}{F} \sqrt{2gx}) = \sqrt{x'} (1 + \frac{1}{3} \frac{\mu b \tau}{F} \sqrt{2gx}) =$

$\sqrt{x'} + \frac{1}{3} \frac{\mu b \tau}{F} \sqrt{2 g x x'}$. Aus dieser Gleichung folgt nun $\tau = \frac{3 F}{\mu b \sqrt{2 g}} \times \left(\frac{1}{\sqrt{x'}} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right)$. Sinkt nun nach einer zweiten sehr kleinen Zeit τ' der

Wasserspiegel auf x'' , so ist $\tau' = \frac{\mu b \sqrt{2 g}}{3 F} \left(\frac{1}{\sqrt{x''}} - \frac{1}{\sqrt{x'}} \right)$, also $\tau +$

$\tau' = \frac{3 F}{\mu b \sqrt{2 g}} \left(\frac{1}{\sqrt{x''}} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right)$. Man sieht nun leicht, wie man aus diesen Formeln auf den oben gegebenen Ausdruck kommen kann.

Für $h' = 0$ wird $t = \infty$, d. h. das Wasser wird nie bis auf den unteren Rand der Oeffnung abfliessen.

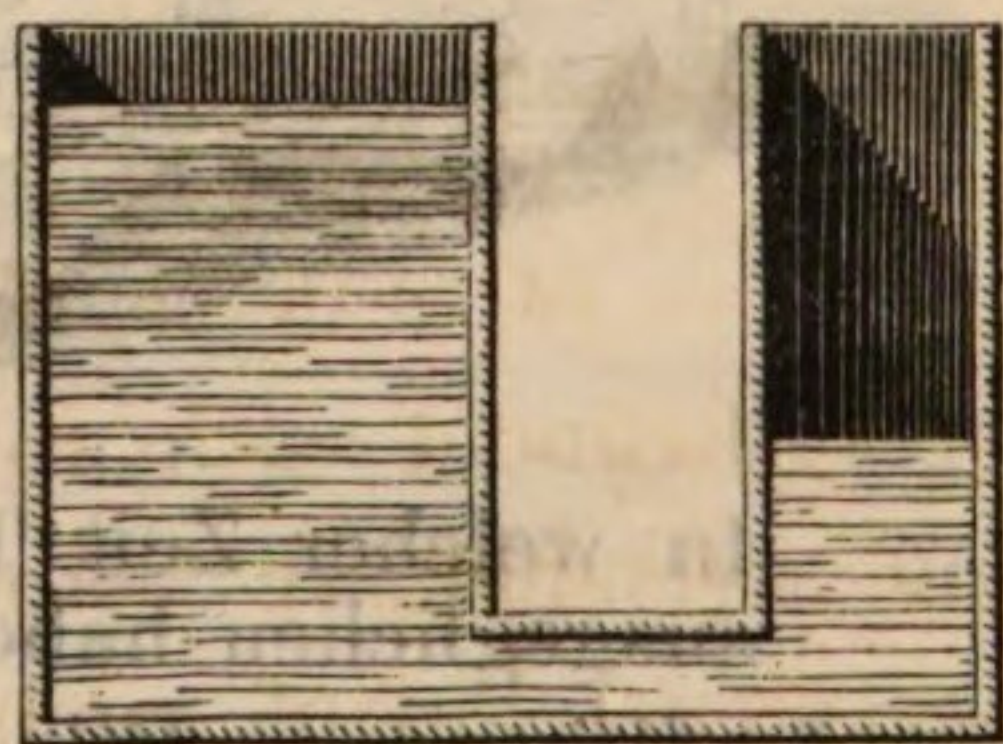
6) Hat man ein beliebig gestaltetes Gefäss und fliesst aus demselben das Wasser aus einer rectangulären Oeffnung zur Breite b , die bis zum Wasserspiegel reicht, so kann man mittelst der Simpson'schen Regel annäherungsweise die Zeit t finden, in welcher der Wasserspiegel von der Höhe h_0 auf h_n fällt, wobei diese Höhen vom unteren Rande der Oeffnung ausgenommen werden. Man theile die Entfernung $h_0 - h_n$ in eine gerade Anzahl gleicher Theile, bezeichne die Höhen der Theilpunkte mit $h_1, h_2, h_3 \dots$ und die zu $h_0, h_1 \dots h_n$ gehörigen Querschnittsflächen mit $F_0, F_1 \dots F_n$, so ist:

$$t = \frac{h_0 - h_n}{2 \mu n b \sqrt{2 g}} \left[\frac{F_0}{\sqrt{h_0}} + \frac{4 F_1}{\sqrt{h_1}} + \frac{2 F_2}{\sqrt{h_2}} + \frac{4 F_3}{\sqrt{h_3}} + \dots + \frac{4 F_{n-1}}{\sqrt{h_{n-1}}} + \frac{F_n}{\sqrt{h_n}} \right].$$

§ 328. Communicirende Gefässe.

Sind zwei Gefässe mit einander so durch eine Oeffnung verbunden, dass das Wasser aus dem einen in das andere fließen kann, so dass der Wasserspiegel in dem ersten fällt, im anderen aber steigt: so wiederholen sich im Allgemeinen die Verhältnisse des vorigen Paragraphen. Sind beide Gefässe prismatisch und ist von Anfang an die Ausflussöffnung unter dem Wasserspiegel des zweiten Gefässes, so ist die Abnahme der Ausflussgeschwindigkeit gleichförmig. Sind F

Fig. 307.



und G die Querschnitte der beiden Gefässe, ist f die Grösse der Ausflussöffnung und vermindert sich die Differenz der beiden Wasserstandshöhen in der Zeit t von h auf h' , so ist $t = \frac{2 F G (\sqrt{h} - \sqrt{h'})}{\mu f (F + G) \sqrt{2 g}}$. Für die

ganze Zeit T bis zur Ausgleichung der Wasserspiegel hat man $T =$

$\frac{2 F G \sqrt{h}}{\mu f (F + G) \sqrt{2 g}}$. Wird das zweite Gefäss aus einem sehr grossen Wasserraume gefällt, dessen Wasserspiegel constant bleibt, so nehme man

F als sehr gross gegen G , und es ist dann $t = \frac{2 G (\sqrt{h} - \sqrt{h'})}{\mu f \sqrt{2 g}}$, $T = \frac{2 G \sqrt{h}}{\mu f \sqrt{2 g}}$.

Ist x in einem beliebigen Augenblicke der Abstand der beiden Wasserspiegel von einander, so ist $\sqrt{2gx}$ die Ausflussgeschwindigkeit, $\mu f \tau \sqrt{2gx}$ die in der kleinen Zeit τ ausgeflossene Wassermenge; in dieser Zeit ist der Wasserspiegel im ersten Gefäss um $\frac{\mu f \tau \sqrt{2gx}}{F}$ ge-

fallen, der im zweiten um $\frac{\mu f \tau \sqrt{2gx}}{G}$ gestiegen, der Abstand beider

ist nun $x - \mu f \tau \left(\frac{1}{F} + \frac{1}{G} \right) \sqrt{2gx}$, die Ausflussgeschwindigkeit aber

$$\sqrt{2g \left(x - \mu f \tau \left(\frac{1}{F} + \frac{1}{G} \right) \sqrt{2gx} \right)} = \sqrt{2gx} - \mu f g \tau \left(\frac{1}{F} + \frac{1}{G} \right).$$

In der kleinen Zeit τ ändert sich also die Geschwindigkeit um die mit τ

proportionale Grösse $\mu f g \tau \left(\frac{1}{F} + \frac{1}{G} \right) = \frac{\mu f g \tau (F + G)}{F G}$. Im Uebri-

gen schliesse man nun wie in § 327, 1.

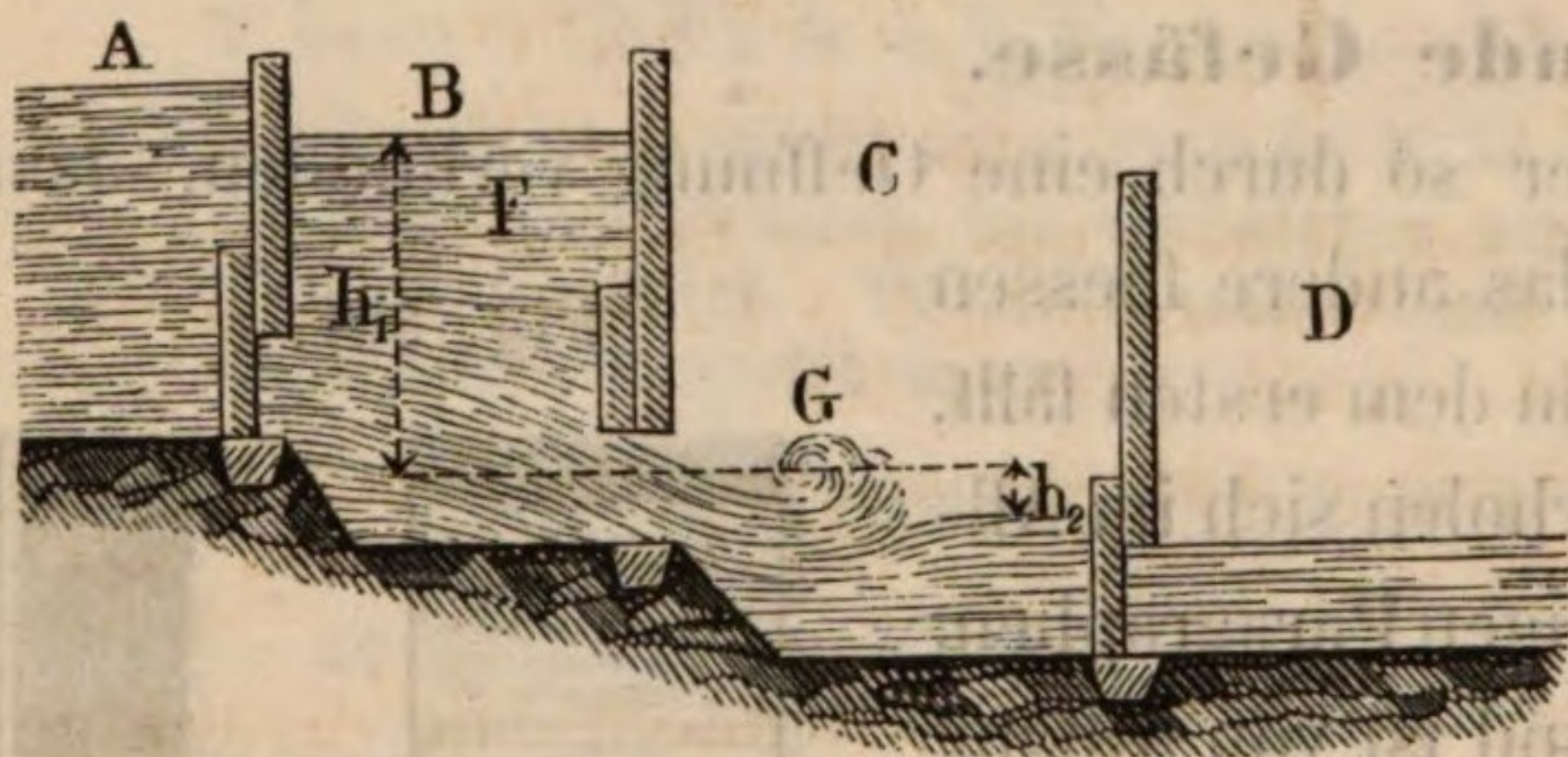
Man kann aber auch folgendes Verfahren anwenden. Ist x' der Abstand der beiden Wasserspiegel nach der Zeit τ , so ist $x' = x - \mu f \tau$

$\left(\frac{1}{F} + \frac{1}{G} \right) \sqrt{2gx}$, also $\sqrt{x'} = \sqrt{x} - \mu f \tau \left(\frac{1}{F} + \frac{1}{G} \right) \sqrt{2g}$; hieraus

$$\text{folgt } \tau = \frac{\sqrt{x} - \sqrt{x'}}{\mu f \left(\frac{1}{F} + \frac{1}{G} \right) \sqrt{2g}}; \text{ u. s. f.}$$

Aufgabe 116. Bei einer doppelten Schleuse (Fig. 308) mögen beide Kammern prismatische Gestalt haben, der Querschnitt der oberen Kam-

Fig. 308.



mer sei $F = 2080$ QF., der der unteren $G = 2180$ QF., die Oeffnung im Schleusenthor zwischen beiden Kammern sei $f = 12,7$ QF. Der Schwerpunkt E dieser Oeffnung liege im Anfange des Ausflusses um $h_1 = 13,2$ F. unter dem Wasserspiegel der oberen Kammer und um $h_2 = 0,8$ F. über dem Wasserspiegel der unteren Kammer. Der Ausflusscoefficient sei $\mu = 0,55$.

In welcher Zeit T werden die Wasserstände in beiden Kammern sich ausgeglichen haben?

Auflösung. Wir nehmen an, der Wasserstand in der unteren Kammer habe so lange keinen Einfluss auf den Wasserausfluss, so lange der untere Wasserspiegel nicht den Schwerpunkt E der Oeffnung erreicht hat. Das sei in der Zeit t_1 geschehen. In dieser Zeit hebt sich der Wasserspiegel in der unteren Kammer um h_2 ; diese Kammer hat also das Wasservolum $G h_2$ aufgenommen, und das Wasser in der oberen Kammer ist um $\frac{G h_2}{F}$, also auf die Höhe $h_1 - \frac{G h_2}{F} = \frac{F h_1 - G h_2}{F}$

über E gefallen. Nun folgt nach § 327, 2: $t_1 = \frac{2F}{\mu f \sqrt{2g}} \left(\sqrt{h_1} - \sqrt{\frac{F h_1 - G h_2}{F}} \right)$. Bezeichnet nun t_2 die Zeit, die jetzt noch zur Aus-

gleichung der Wasserstände erforderlich ist, so folgt nach § 328: $t_2 = \frac{2FG}{\mu f (F + G) \sqrt{2g}} \sqrt{\frac{F h_1 - G h_2}{F}}$. Es ist nun $T = t_1 + t_2 =$

$\frac{2\sqrt{F}}{\mu f \sqrt{2g}} \left(\sqrt{F h_1} - \frac{F}{F+G} \sqrt{F h_1 - G h_2} \right)$. Diese Formel setzt voraus, dass $F h_1 > G h_2$ ist, weil sich sonst der Wasserspiegel der unteren Kammer nicht über den Schwerpunkt der Thoröffnung erheben würde, was der Aufgabe einer Doppelschleuse widersprechen würde. Setzen wir die gegebenen Werthe in unsere Formel ein, so erhält man $T = 144$ Sekunden $= 2$ Minuten 24 Sekunden.

§ 329. **Vermischte Aufgaben.** 277. In einem 2' weiten aufrecht stehenden Cylinder steht das Wasser 10' hoch; auf dasselbe wird noch mittelst eines Kolbens ein Druck von 1000 Pfd. ausgeübt. Mit welcher Geschwindigkeit wird das Wasser aus einer Bodenöffnung ausfliessen? Aufl. 30,78'.

278. Wie gross ist die Ausflussgeschwindigkeit im Fall der vorigen Aufgabe, wenn die Kolbenreibung berücksichtigt wird? Der Lederrand sei $\frac{1}{2}$ Zoll breit und der Reibungscoefficient sei $\frac{1}{5}$. Aufl. 30,69'.

279. Wie gross ist der Ausflusscoefficient für eine quadratische Ausflussöffnung, wenn a) eine, b) zwei, c) drei Seiten der Oeffnung an Gefässwände anstossen und wenn der Coefficient bei vollständiger Contraction 0,62 ist? Aufl. a) 0,64; b) 0,66; c) 0,68.

280. Wie gross muss der Durchmesser einer kreisrunden Ausflussöffnung im Boden eines Gefässes sein, in welchem der Wasserstand stets 10' hoch gehalten wird, wenn in der Minute 3 KF. ausfliessen sollen? $\mu = 0,62$. Aufl. 0,77".

281. Bei einem prismatischen Wassergefäss ist F der Querschnitt, f die Bodenöffnung und h die constant erhaltene Höhe des Wasserspiegels. Im Innern befindet sich aber noch eine dünne horizontale Querwand mit einer Oeffnung f' ; wie gross ist die Ausflussgeschwindigkeit? Aufl. $v =$

$$\sqrt{\frac{2gh}{1 - \left(\frac{\mu f}{F}\right)^2 + \left(\frac{\mu f}{F}\right)^2 \left(\frac{F}{\mu' f'} - 1\right)^2}} = \sqrt{\frac{2gh}{1 + \left(\frac{\mu f}{\mu' f'}\right)^2 - \frac{2\mu^2 f^2}{\mu' f' F}}}$$

282. Wie viel Wasser fliesst in der Minute aus einer Schützenöffnung von 3 F. Breite und 1' Höhe, wenn der Wasserspiegel 5 F. über dem untern Rand der Oeffnung steht? $\mu = 0,64$. Aufl. 1930,97 KF.

283. Wie hoch müsste der in voriger Aufgabe angegebene Schützen aufgezogen werden, wenn in der Minute 2500 KF. Wasser ausfliessen soll? Aufl. Um 1,32'.

284. Welche Wassermenge fliesst in der Zeiteinheit durch eine dreieckige Seitenöffnung eines Gefässes zur Basis b und Höhe a , deren Schwerpunkt um h unter dem Wasserspiegel liegt; a) wenn die Dreiecksspitze abwärts, b) wenn sie aufwärts gerichtet ist? Auflösung.

$$a) \frac{2}{15} \frac{\mu b \sqrt{2g}}{a} \left[2(h + \frac{2}{3}a)^2 \sqrt{h + \frac{2}{3}a} - (2h + \frac{13}{3}a)(h - \frac{1}{3}a) \sqrt{h - \frac{1}{3}a} \right];$$

$$b) \frac{2}{15} \frac{\mu b \sqrt{2g}}{a} \left[2(h - \frac{2}{3}a)^2 \sqrt{h - \frac{2}{3}a} - (2h - \frac{13}{3}a)(h + \frac{1}{3}a) \sqrt{h + \frac{1}{3}a} \right].$$

285. Es soll gezeigt werden, dass beide Resultate der vorigen Aufgabe für den Fall, dass a gegen h sehr klein ist, in den Ausdruck $\frac{1}{2} \mu a b \sqrt{2gh}$ übergehen.

286. Welche Wassermenge fliesst in der Zeiteinheit durch eine quadratische Seitenöffnung zur Seitenlänge a , deren Schwerpunkt um h unter dem Wasserspiegel liegt; a) wenn zwei Quadratseiten horizontal liegen, b) wenn eine Diagonale horizontal liegt? Aufl. a) $\frac{2}{3} \mu a \sqrt{2g} \left[\left(h + \frac{a}{2}\right)^{3/2} - \left(h - \frac{a}{2}\right)^{3/2} \right];$

$$b) \frac{8\mu \sqrt{2g}}{15} \left[\left(h + \frac{a}{2} \sqrt{2}\right)^{5/2} - 2h^{5/2} + \left(h - \frac{a}{2} \sqrt{2}\right)^{5/2} \right].$$

287. Es soll gezeigt werden, dass beide Resultate der vorigen Aufgabe für den Fall, dass a gegen h sehr klein ist, in den Ausdruck $\mu a^2 \sqrt{2gh}$ übergehen.

288. Aus einem Gefässe fliesse das Wasser durch eine beliebig gestaltete Seitenöffnung; der Wasserspiegel liege um h_0 über dem unteren und um h_n über dem oberen Oeffnungsrande. Der Abstand $h_0 - h_n$ ist in eine gerade Anzahl (n) gleicher Theile getheilt und die Breite der Oeffnung ist an den Endpunkten und Theilpunkten der Oeffnungshöhe $h_0 - h_n$ gemessen und bezüglich gleich $b_0, b_1, b_2 \dots b_n$; die entsprechenden Tiefen der Theilpunkte unter dem Wasserspiegel mögen der Kürze wegen mit $h_1, h_2 \dots h_{n-1}$ bezeichnet werden. Man soll aus der Simpson'schen Regel eine Formel ableiten, die für die in der Zeiteinheit ausgeflossene Wassermenge einen Näherungswerth giebt. Aufl. $Q = \frac{\mu (h_0 - h_n) \sqrt{2g}}{3n} [b \cdot \sqrt{h_0} + 4b_1 \sqrt{h_1} + 2b_2 \sqrt{h_2} + 4b_3 \sqrt{h_3} \dots + 4b_{n-1} \sqrt{h_{n-1}} + b_n \sqrt{h_n}]$.

289. Aus einem Gefässe fliesse das Wasser durch eine kreisförmige Seitenöffnung zum Radius r , der Mittelpunkt dieses Kreises liege um h unter dem Wasserspiegel. Man soll mittelst der Simpson'schen Regel die Ausflussmenge in der Zeiteinheit bestimmen, bei einer Zehntheilung der Mündungshöhe, und soll dem Ausdruck die Form der in § 325, 5. angegebenen genaueren Formel geben. Aufl. $Q = \frac{8\mu r^2 \sqrt{2g}}{15} \left[\frac{3}{5}(\sqrt{h + \frac{4}{5}r} + \sqrt{h - \frac{4}{5}r}) + \frac{2}{5}(\sqrt{h + \frac{3}{5}r} + \sqrt{h - \frac{3}{5}r}) + \frac{1}{5}\sqrt{21}(\sqrt{h + \frac{2}{5}r} + \sqrt{h - \frac{2}{5}r}) + \frac{1}{5}\sqrt{6}(\sqrt{h + \frac{1}{5}r} + \sqrt{h - \frac{1}{5}r}) + \sqrt{h} \right] = \frac{8\mu r^2 \sqrt{2g}}{15} \left[(3 + \frac{2}{5}\sqrt{21} + \frac{2}{5}\sqrt{6}) - \frac{66 + 4\sqrt{21} + \sqrt{6}}{500} \cdot \frac{r^2}{h^2} - \frac{930 + 16\sqrt{21} + \sqrt{6}}{40000} \frac{r^4}{h^4} \dots \right] = 3,11084 \cdot \mu r^2 \sqrt{2gh} \left[1 - 0,02977 \frac{r^2}{h^2} - 0,00431 \frac{r^4}{h^4} \dots \right]$. (Ist $h = 3r$, so giebt die Annäherungsformel: $Q = 3,10039 \mu r^2 \sqrt{2gh}$, die genauere Formel aber: $Q = 3,11879 \mu r^2 \sqrt{2gh}$.)

290. Wie viel Wasser fliesst in der Zeiteinheit über einen 18' breiten Ueberfall, wenn der ungesenkte obere Wasserspiegel 2 Fuss über der Ueberfallkante steht? $\mu = 0,62$. Aufl. 166,36 KF.

291. Wie gross ist unter den Voraussetzungen der vorigen Aufgabe das Ausflussquantum, wenn der Wasserspiegel des Unterwassers um 1' höher als die Ueberfallkante liegt? Aufl. 147,05 KF.

292. In welcher Zeit wird ein mit Wasser gefülltes Gefäss, das die Gestalt einer abgestumpften Pyramide hat, sich durch eine Bodenöffnung entleeren? F_1 sei der obere, F_2 die untere Grenzfläche, h die Tiefe desselben und f die Bodenöffnung. Aufl. $T = \frac{2}{15} \cdot \frac{3F_1 + 8F_2 + 4\sqrt{F_1 F_2}}{\mu f} \sqrt{\frac{h}{2g}}$.

293. Welche Zeit wird zum Entleeren des vorigen Gefässes nöthig sein, wenn der Wasserspiegel nur in halber Höhe steht? Aufl.: $\frac{3F_1 + 43F_2 + 14\sqrt{F_1 F_2}}{60\mu f} \sqrt{\frac{h}{2g}}$.

294. In welcher Zeit entleert sich ein Ponton von der Tiefe h durch eine Bodenöffnung f , wenn die anfängliche Oberfläche des Wassers ein Rechteck von den Seiten a_1, b_1 , die Bodenfläche aber ein Rechteck von den Seiten a_2, b_2 ist? Aufl. $\frac{2}{15} \cdot \frac{3a_1 b_1 + 2a_1 b_2 + 2a_2 b_1 + 8a_2 b_2}{\mu f} \times \sqrt{\frac{h}{2g}}$.

295. Ein paraboloidisches Gefäss habe in der Höhe a vom Boden die Weite d , am Boden die Weite d_2 . Wenn nun das Wasser durch eine Boden-

öffnung f ausfliesst, in welcher Zeit wird der Wasserspiegel von der Höhe h bis auf h' sinken? Aufl. $\frac{d_2^2 \pi}{2 \mu f} \cdot \frac{\sqrt{h} - \sqrt{h'}}{\sqrt{2g}} + \frac{(d_1^2 - d_2^2) \pi}{6 \mu a f} \cdot \frac{h \sqrt{h} - h' \sqrt{h'}}{\sqrt{2g}}$.

(Bezeichnet d_1 die Weite des Gefässes in der Höhe des Wasserspiegels, so ist die Zeit für die gänzliche Entleerung $\frac{(d_1^2 + 2 d_2^2) \pi}{6 \mu f} \sqrt{\frac{h}{2g}}.$)

296. Ein Gefäss habe einen kreisrunden Boden zum Radius ρ und in demselben eine Ausflussöffnung f . Die Seitenwände haben die Gestalt einer Kugelfläche zum Radius r . In welcher Zeit wird in diesem Gefäss beim Ausfluss von Wasser der Wasserspiegel von h auf h' sinken? Auflösung.

$$\frac{2 \rho^2 \pi}{\mu f} \frac{\sqrt{h} - \sqrt{h'}}{\sqrt{2g}} + \frac{4 \pi \sqrt{r^2 - \rho^2}}{3 \mu f} \cdot \frac{h \sqrt{h} - h' \sqrt{h'}}{\sqrt{2g}} - \frac{2 \pi}{5 \mu f} \cdot \frac{h^2 \sqrt{h} - h'^2 \sqrt{h'}}{\sqrt{2g}}$$

297. In welcher Zeit wird eine mit Wasser gefüllte ganze Kugel, und in welcher eine halbe Kugel zum Radius r durch eine an der tiefsten Stelle befindliche Oeffnung f entleert werden? Auflösung.

$$1) \frac{16}{15} \cdot \frac{r^2 \pi}{\mu f} \sqrt{\frac{r}{g}} \quad 2) \frac{14}{15} \cdot \frac{r^2 \pi}{\mu f} \sqrt{\frac{r}{2g}}$$

298. Ein hohler elliptischer Rotationskörper hat oben die Weite a , in der Mitte die Weite b und am Boden die Weite c und dabei die Höhe h . In welcher Zeit wird er sich, wenn er mit Wasser gefüllt ist, durch eine Bodenöffnung f entleeren. Auflösung. $\frac{(a^2 + 8 b^2 + b c^2) \pi}{2 \mu f} \sqrt{\frac{h}{2g}}$.

299. Aus der vertikalen Wand eines Gefässes fliesse das Wasser durch eine rectanguläre Seitenöffnung ab , die bis zum Wasserspiegel reiche. Das Gefäss sei so gestaltet, dass ein in der Höhe x vom Oeffnungsrande genommener Querschnitt der Grösse $A + A_1 x + A_2 x^2$ habe. Man soll die Zeit berechnen, in welcher die vom unteren Rande der Oeffnung genommene Höhe des Wasserspiegels von h bis auf h' sinkt, wenn b die Breite der Oeffnung ist. Auflösung. $t = \frac{3 A}{\mu b \sqrt{2g}} \left(\frac{1}{\sqrt{h'}} - \frac{1}{\sqrt{h}} \right) + \frac{3 A_1}{\mu b \sqrt{2g}} (\sqrt{h} - \sqrt{h'}) + \frac{A_2}{\mu b \sqrt{2g}} (h \sqrt{h} - h' \sqrt{h'})$.

(Vrgl. § 327, 3 u. 5. Man denke sich die Höhe h in eine grosse Anzahl n gleicher Theile getheilt und rechne davon n' auf h' , dann ergibt

sich bald $t = \frac{3 h}{2 \mu n b \sqrt{2g}} \left[A \Sigma \left(\frac{1}{x \sqrt{x}} \right) + A_1 \Sigma \left(\frac{1}{\sqrt{x}} \right) + A_2 \Sigma (\sqrt{x}) \right]$. Die

Summirung (Σ) bezieht sich auf alle Werthe, die entstehen, wenn man für x der Reihe nach die Werthe $\frac{n'}{n} h, \frac{n' + 1}{n} h, \frac{n' + 2}{n} h, \dots, \frac{n}{n} h$ setzt.

Nach § 327, 5. findet man leicht $\Sigma \left(\frac{1}{x \sqrt{x}} \right) = \frac{2 n}{h} \left(\frac{1}{\sqrt{h'}} - \frac{1}{\sqrt{h}} \right)$; die

Werthe der beiden andern Summen folgen aus § 327, 3.)

300. Ein Teich ist 6 Fuss tief, hat einen rectangulären Querschnitt und eben abgeöschte Ufer. Er ist oben 200' lang und 120' breit, am Boden aber 180' lang und 100' breit. Das Wasser kann durch einen vertikalen Schützen von 4' Breite abgelassen werden. In welcher Zeit wird der Wasserspiegel bei vollständig aufgezoogenem Schützen um 4' fallen? $\mu = 0,62$. Auflösung. In 977,7 Sek. = 16 Min. 17,7 Sek.

301. Eine einfache Schleusenammer habe prismatische Gestalt und einen Querschnitt F ; sie wird gespeist durch eine Oeffnung f im Schleusenthor, deren Schwerpunkt um h_1 unter dem constanten Wasserspiegel des Oberwassers und um h_2 über dem anfänglichen Wasserspiegel in der Schleuse liegt.

In welcher Zeit wird die Kammer vollständig gefüllt werden. **Auflösung.**

$$\frac{F(2h_1 + h_2)}{\mu f \sqrt{2gh_1}}.$$

302. Es soll das in voriger Aufgabe gefundene Resultat aus dem im § 328, Afig. 116 aufgestellten allgemeineren Resultate abgeleitet werden.

Achtzehntes Kapitel.

Von der Bewegung des Wassers in Röhren und Kanälen.

§ 330. Bewegungswiderstand in Röhren.

1) Bewegt sich das Wasser durch eine Röhre, so ist die Geschwindigkeit in Folge der Adhäsions- und Cohäsionswiderstände beim Ausfluss aus der Röhre immer geringer, als sie nach der totalen Druckhöhe sein müsste. Von dieser totalen Druckhöhe wirkt daher nur ein Theil auf die Erzeugung der Ausflussgeschwindigkeit (Geschwindigkeitshöhe), ein anderer Theil wirkt auf die Ueberwindung der Bewegungswiderstände in der Röhre (Widerstandshöhe). Die Versuche haben ergeben, dass diese Widerstandshöhe (z) proportional ist der Länge (l) der Röhre und dem Umfange (u) des Röhrenquerschnitts, dass sie indirect proportional der Querschnittsfläche (f) und fast proportional dem Quadrate der Geschwindigkeit des Wassers (v) ist. Ist daher β ein noch unbestimmter Coefficient, so kann man $z = \beta \frac{l u}{f} \cdot \frac{v^2}{2g}$ setzen; für cylindrische Röhren zum Durchmesser d wäre $z = 4\beta \frac{l}{d} \cdot \frac{v^2}{2g} = \zeta \frac{l}{d} \cdot \frac{v^2}{2g}$.

Das in der Röhre sich bewegendes Wasser adhärirt mit den Röhrenwänden, reisst sich aber fortwährend davon los; das Wasser in der Mitte des Röhrenquerschnitts fliesst wahrscheinlich schneller als das, welches in der Nähe der Röhrenwandungen sich bewegt; deshalb muss auch fortwährend der Cohäsionszusammenhang dieser Wassertheile aufgehoben werden. Dass der Bewegungswiderstand einfach der Länge proportional ist, leuchtet ein; mit dem Umfange des Querschnitts steht die Menge des adhärirenden Wassers im Verhältniss, je grösser aber bei gleichem Umfange die Querschnittsfläche ist, desto mehr Wasser kann im Innern der Röhre, durch die Adhäsion nicht behindert, sich bewegen, daher nimmt der Bewegungswiderstand ab, wenn der Querschnitt zunimmt, daher sind auch cylindrische Röhren am vortheilhaftesten. Dass aber dieser Widerstand in einem höheren als einfachen Verhältniss mit der Geschwindigkeit zunimmt, erklärt sich zum Theil daraus, dass bei grösserer Geschwindigkeit nicht blos mehr Wasser zum Adhäriren mit der Röhrenwand kommt, sondern dass das adhärirende Wasser sich auch mit grösserer Geschwindigkeit losreissen muss. Da aber der Widerstand nicht genau dem Quadrate der Geschwindigkeit proportional ist, so sind die Coefficienten β und ζ nicht ganz constant, sondern nehmen ab, wenn die Geschwindigkeit zunimmt. Folgende Tafel giebt nach Weisbach die Abhängigkeit von ζ und v an:

v	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
ζ	0,0679	0,0522	0,0453	0,0411	0,0383	0,0362	0,0346	0,0333	0,0322	0,0313

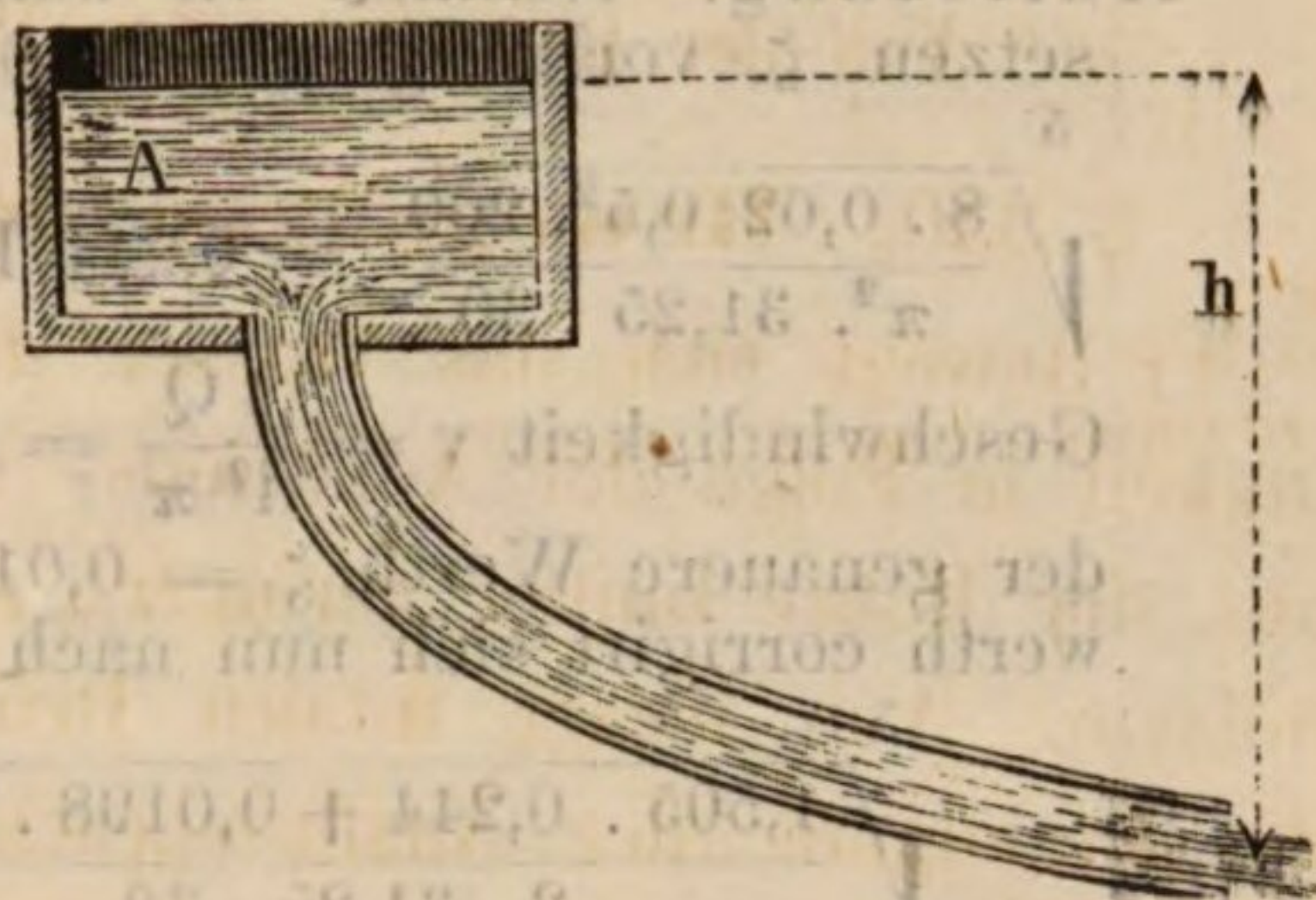
v	1 $\frac{1}{4}$	1 $\frac{1}{2}$	2	3	4	6	8	12	20
ζ	0,0296	0,0282	0,0263	0,0242	0,0229	0,0213	0,0204	0,0192	0,0182

Bei Holnröhren sollen diese Werthe 1,75mal so gross genommen werden.

Für nicht kreisrunde Röhren ist $z = \beta \cdot \frac{1}{b} \cdot \frac{v^2}{2g} = \frac{\zeta}{4} \cdot \frac{1}{f} \cdot \frac{v^2}{2g}$ zu setzen.

Fig. 309.

2) Fliesst das Wasser aus einem Behälter A (Fig. 309) durch eine l Fuss lange und d Fuss weite cylindrische Röhre unter einer totalen Druckhöhe von h Fuss mit der Geschwindigkeit v aus, und beachtet man auch den Widerstand, den das Wasser beim Eintreten in die Röhre zu überwinden hat (§ 322, 4) so ist



$$h = \frac{v^2}{2g} + \zeta_1 \frac{v^2}{2g} + \zeta \frac{1}{d} \frac{v^2}{2g}. \quad \text{Hieraus folgt: } v = \sqrt{\frac{2gh}{1 + \zeta_1 + \zeta \frac{1}{d}}}.$$

Bezeichnet Q das in der Sekunde ausfliessende Wasservolum, so ist $Q =$

$$\frac{d^2 \pi}{4} v, \quad d = \sqrt[5]{\frac{(1 + \zeta_1)d + \zeta l}{2gh} \left(\frac{4Q}{\pi}\right)^2}. \quad \text{Ist die Länge der Röhre sehr}$$

gross, so kann man $1 + \zeta$, gegen $\zeta \frac{1}{d}$ vernachlässigen, und man er-

$$\text{hält dann die Näherungswerthe: } v = \sqrt{\frac{2ghd}{\zeta l}}, \quad d = \sqrt[5]{\frac{8\zeta Q^2 l}{\pi^2 gh}}.$$

Die totale Druckhöhe denkt man sich aus drei Theilen bestehend; der

erste Theil $\left(\frac{v^2}{2g}\right)$ erzeugt die Geschwindigkeit des Wassers, der

zweite $\left(\zeta_1 \frac{v^2}{2g}\right)$ überwindet die Hindernisse beim Eintritt des Wassers

in die Röhre, und der dritte $\left(\zeta \frac{1}{d} \cdot \frac{v^2}{2g}\right)$ überwindet den Widerstand

im Innern der Röhre. Die obigen Formeln lassen eine directe Berechnung von v und d nicht zu, sie sind aber für ein Annäherungsverfahren brauchbar.

Aufgabe 117. Wie viel Wasser liefert eine 200 Fuss lange und 3 Zoll weite Röhrenleitung bei einer totalen Druckhöhe von 60 Fuss in der Minute?

Auflösung. Nach § 322, 4 ist $\zeta = 0,505$. Nimmt man nun für ζ vor-

$$\text{läufig den mittleren Werth 0,03 an, so folgt } v = \sqrt{\frac{2 \cdot 31,25 \cdot 60}{1,505 + 0,03 \frac{200}{0,25}}} = 12,12. \quad \text{Für } v = 12,12 \text{ ist aber } \zeta = 0,0192; \text{ mit diesem Werthe folgt}$$

aber $v = \sqrt{\frac{2 \cdot 31,25 \cdot 60}{1,505 + 0,0192 \cdot \frac{200}{0,25}}} = 14,9$. Wollte man in Bezug auf diesen Werth $\xi = 0,0188$ nehmen, so würde die Substitution den verbesserten Werth $v = 15,05$ Fuss geben. Das verlangte Wasserquantum ist nun $60 \cdot \frac{0,25^2 \cdot \pi}{4} \cdot 15,05 = 44,35$ KF.

Aufgabe 118. Wie weit muss eine 200 Fuss lange Röhre einer Wasserleitung gemacht werden, wenn sie bei einer totalen Druckhöhe von 30 Fuss 30 KF. Wasser in der Minute geben soll?

Auflösung. Nehmen wir zunächst die Annäherungsformel für d und setzen ξ vorläufig gleich 0,02, so folgt, da $Q = 0,5$ ist, $d =$

$$\sqrt[5]{\frac{8 \cdot 0,02 \cdot 0,5^2 \cdot 200}{\pi^2 \cdot 31,25 \cdot 30}} = 0,244 \text{ Fuss. Diesem Durchmesser entspricht die}$$

Geschwindigkeit $v = \frac{4Q}{d^2 \pi} = 10,7$ und dieser Geschwindigkeit wiederum der genauere Werth $\xi = 0,0198$. Der für d gefundene Annäherungswerth corrigirt sich nun nach der genaueren Formel: $d =$

$$\sqrt[5]{\frac{1,505 \cdot 0,244 + 0,0198 \cdot 200}{2 \cdot 31,25 \cdot 30} \cdot \left(\frac{2}{\pi}\right)^2} = 0,2478' = 2,974''.$$

3) Fliesst das Wasser aus einer Röhrenöffnung, die eine geringere Weite d_1 hat als die Röhre, so ist die Ausflussgeschwindigkeit v_1 grösser als die Geschwindigkeit v , mit welcher sich das Wasser in der Röhre bewegt. Da die Geschwindigkeitshöhe sich auf die Geschwindigkeit v_1 bezieht, die beiden Widerstandshöhen aber von der Geschwindigkeit v abhängen, so heisst unsere Hauptgleichung jetzt: $h = \frac{v_1^2}{2g} + \left(\xi_1 + \xi \frac{1}{d}\right)$

$\frac{v^2}{2g}$. Da in jeder Zeiteinheit durch die Ausflussöffnung ebensoviel Wasser fliessen muss als durch jeden Röhrenquerschnitt, so ist $\frac{1}{4} d^2 \pi \cdot v = \frac{1}{4} d_1^2 \pi \cdot v_1$ oder $v = \left(\frac{d_1}{d}\right)^2 v_1$. Hiernach geht obige Gleichung über in: $h = \left[1 + \left(\xi_1 + \xi \frac{1}{d}\right) \frac{d_1^4}{d^4}\right] \frac{v_1^2}{2g}$, woraus eine der darin enthaltenen allgemeinen Grössen bestimmt werden kann. Für die Ausflussmenge folgt wieder $Q = \frac{1}{4} d_1^2 \pi \cdot v_1$. Vernachlässigt man den Werth ξ_1 , so

folgt aus den beiden letzten Gleichungen $d = \sqrt[5]{\frac{\xi \frac{1}{d_1^4}}{2gh - \left(\frac{4Q}{\pi d_1^2}\right)^2} \cdot \left(\frac{4Q}{\pi}\right)^2}$.

Findet beim Ausfluss aus der Röhre eine Contraction statt, so setze man für d_1 nicht die Weite der Ausflussöffnung, sondern die nach § 224 bestimmte Dicke des contrahirten Strahls. Durch Verkleinerung der Ausflussöffnung wird die Ausflussgeschwindigkeit vergrössert, aber die Ausflussmenge vermindert; denn da jetzt für die Geschwindigkeitshöhe ein grösserer Theil der Druckhöhe in Anspruch genommen wird, so bleibt nur ein kleinerer Theil derselben für die Widerstandshöhen übrig, woraus folgt, dass sich das Wasser auch innerhalb der Röhre langsamer bewegt. Ausserdem zeigt auch die letzte Formel, dass d

einen grösseren Werth annimmt, wenn die Röhre mit verengter Ausflussöffnung dasselbe Wasserquantum liefern soll.

4) Kommen in der Röhre Kniee oder Krümmungen vor, so bieten sie dem Durchgange des Wassers ebenfalls Widerstände dar, zu deren Ueberwindung ein Theil der totalen Druckhöhe in Anspruch genommen wird. Die hierher gehörenden Widerstandshöhen lassen sich der Geschwindigkeitshöhe $\frac{v^2}{2g}$ proportional setzen, und die entsprechenden Widerstandscoëfficienten ζ bestimmen sich empirisch. Es ist nach Weisbach:

1) für Kniee mit dem Ablenkungswinkel δ :

δ	20	40	60	80	90	100	110	120	130	140
ζ	0,046	0,139	0,364	0,740	0,984	1,260	1,556	1,861	2,158	2,431

2) für quadrantische Krümmungen zum Radius r bei einem Röhrendurchmesser d :

$\frac{d}{r}$	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6	1,8	2
ζ	0,131	0,138	0,158	0,206	0,294	0,440	0,661	0,977	1,408	1,978

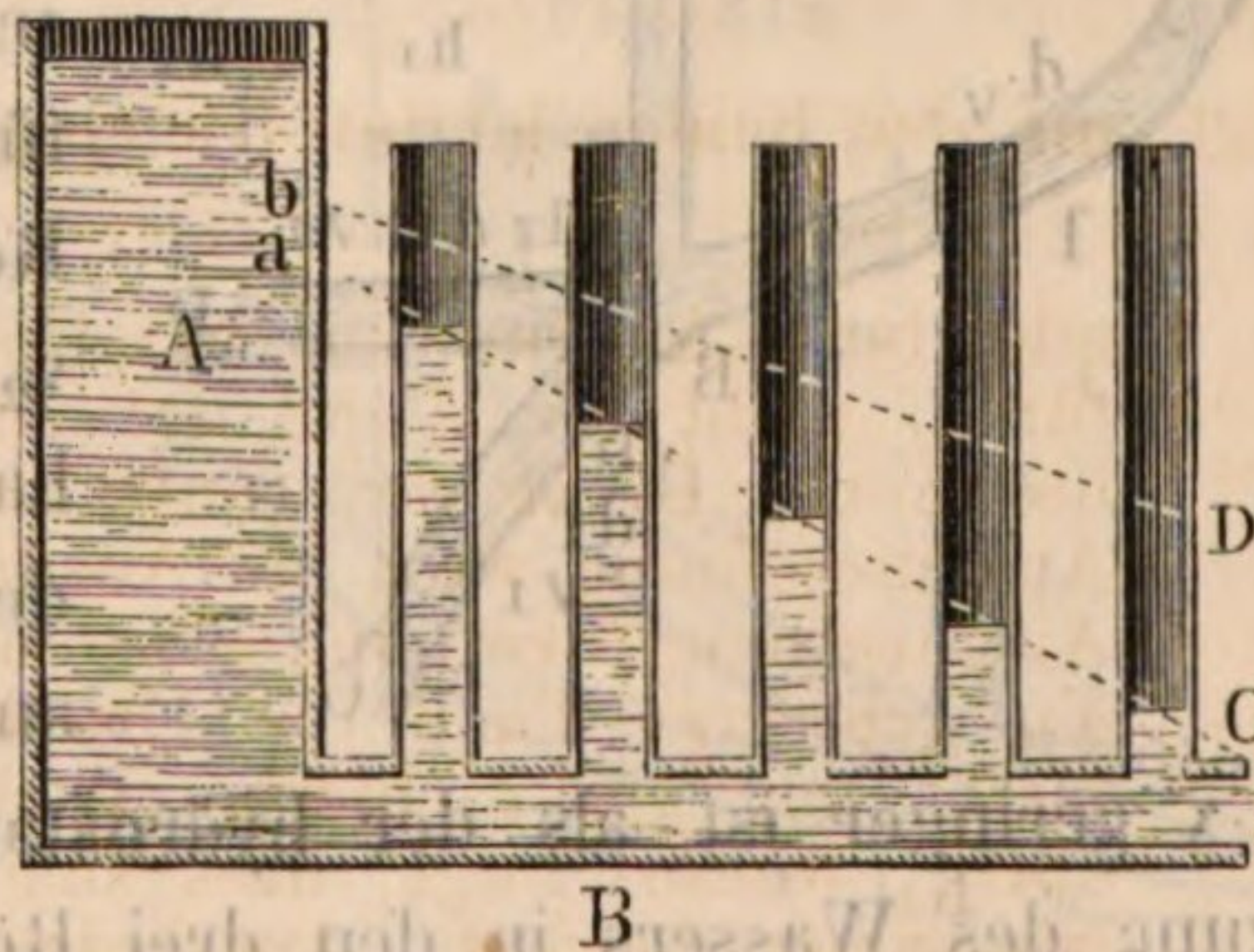
Kommen zwei Kniee oder zwei Kröpfe, die das Wasser in der Röhre nach derselben Richtung ablenken, so bald nach einander, dass die durch die erste Ablenkung hervorgebrachte Contraction des Strahls bei der zweiten sich noch nicht ausgeglichen hat, so wird der Widerstand nur einmal in Rechnung gebracht.

§ 331. Hydraulischer Druck gegen die Röhrenwände.

1) Der hydraulische Druck des in einer Röhrenleitung fließenden Wassers ist für eine beliebige Stelle derselben gleich dem hydrostatischen Druck, vermindert nun die Geschwindigkeitshöhe des Wassers an dieser Stelle und die Summe der Widerstandshöhen für alle die Widerstände, welche das Wasser bis zu dieser Stelle zu überwinden gehabt hat.

Es kann natürlich nur der Theil der totalen Druckhöhe als hydraulischer Druck übrig bleiben, der weder zur Erzeugung der Geschwindigkeit, noch zur Ueberwindung der bis dahin vorkommenden Hindernisse verwendet ist. Verbindet man eine vertikale Röhre mit der Röhrenleitung, so steigt das Wasser in derselben so hoch, als der hydraulische Druck beträgt. Ist in Fig. 310 A ein

Fig. 310.



Wasserbehälter, in welchem das Wasser in immer gleicher Höhe erhalten wird, und bringt man an verschiedenen Stellen der Röhre B vertikale Gasröhren an, so wird während des Ausfließens des Wassers durch diese Röhre der Wasserstand in diesen Röhren verschieden hoch sein. In einer Glasröhre unmittelbar am Behälter wird die Höhe der Wassersäule $h - (1 + \zeta_1) \frac{v^2}{2g}$ betragen, wenn v die Geschwin-

digkeit des Wassers in der Röhre ist; denn es kommt hier die Geschwindigkeitshöhe $\frac{v^2}{2g}$ und die Widerstandshöhe $\zeta_1 \frac{v^2}{2g}$ für den Eintritt des Wassers in die Röhre in Abzug. Fliesst das Wasser bei C voll aus, so würde in einer bei C angebrachten Röhre kein Wasser mehr aufsteigen; die Wasserstände in allen übrigen Röhren würden von der Art sein, dass ihre Höhenpunkte in einer Geraden Ca liegen, wenn die Röhre B selbst gerade ist. Fliesst aber das Wasser bei C durch eine Verengung mit der Geschwindigkeit v aus, so wird ein hier angebrachtes Rohr noch die Säulenhöhe $CD = \frac{v_1^2 - v^2}{2g}$ zeigen; die Wasserstände in allen übrigen Röhren werden jetzt grössere Höhen haben, ihre Höhenpunkte werden aber ebenfalls in einer etwas weniger geneigten Geraden Db liegen.

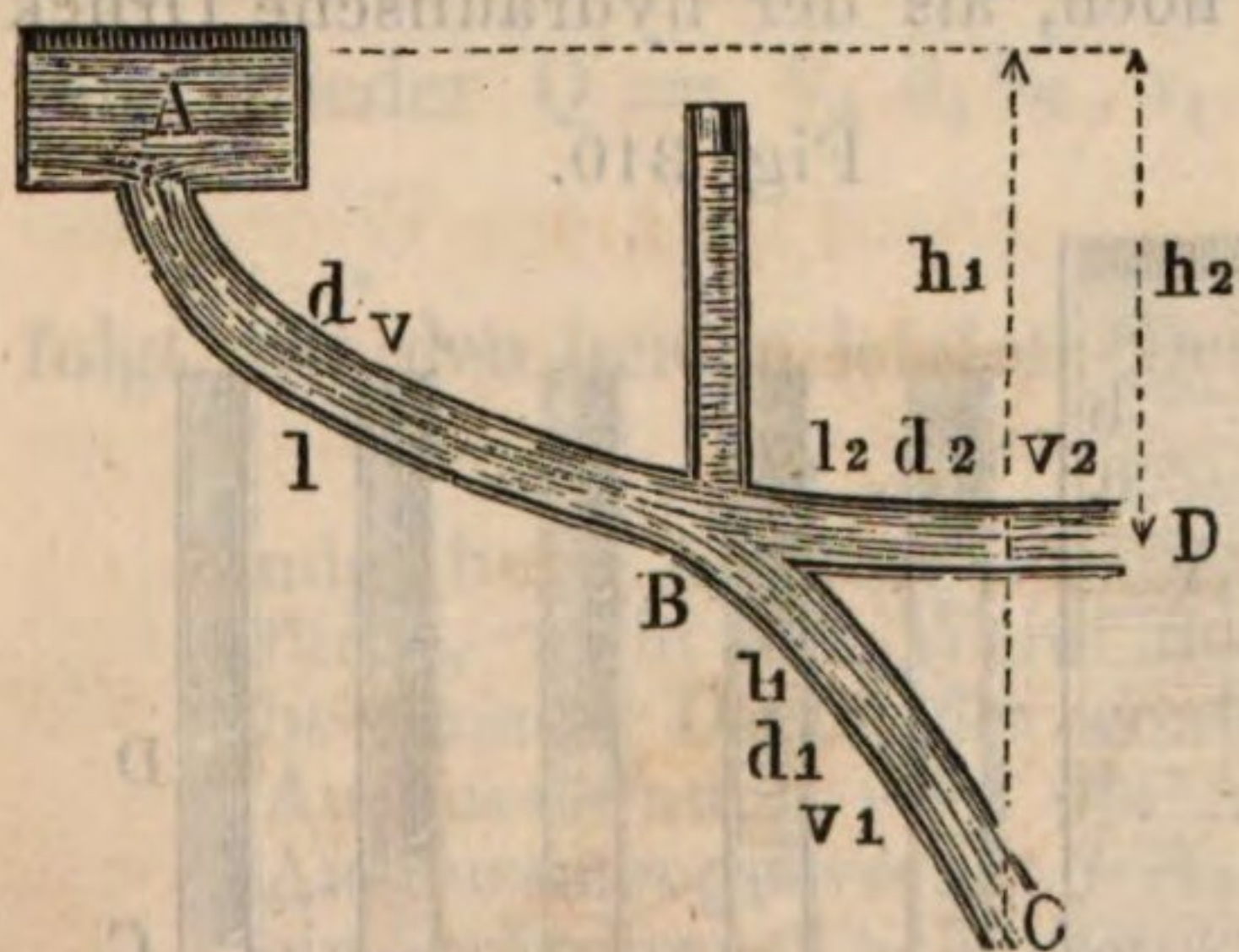
2) Die Differenz der hydraulischen Drucke an zwei Stellen derselben Röhrenleitung ist, abgesehen von dem Höhenunterschiede beider Stellen, gleich der Widerstandshöhe für die Widerstände, welche auf der zwischen beiden Stellen liegenden Röhrenstrecke vorkommen.

Eine auf eine Röhrenleitung aufgesetzte Röhre lässt sich benutzen, um die Widerstandshöhe der bis dahin vorgekommenen Widerstände zu erkennen; sie heisst Piezometer (Druckmesser). Durch Vergleichung der Wasserstände in zwei an verschiedenen Stellen angebrachten Piezometern kann man einen Schluss auf die in der zwischenliegenden Röhrenstrecke vorkommenden Hindernisse und somit auch auf die Geschwindigkeit des Wassers in derselben machen. Ist C die Länge, d die Weite dieser Röhrenstrecke, v die Geschwindigkeit und D die Differenz der Piezometerstände, so ist $D = \zeta \frac{l}{d} \cdot \frac{v^2}{2g}$; je geringer nun das beobachtete D ist, desto kleiner wird auch v sein. Es lassen sich zwei Piezometer durch eine communicirende Röhre zu einem Instrument vereinigen, welches die Differenz D direct angiebt.

3) Der hydraulische Druck an einer Stelle der Röhrenleitung ist auch gleich der Widerstandshöhe für alle späteren Widerstände, vermehrt um die Differenz der Geschwindigkeitshöhen für die Ausflussgeschwindigkeit und die Geschwindigkeit in der Röhre, vermindert aber um die Höhe der Röhrenstelle über der Ausflussöffnung.

§ 332. Röhrensysteme.

Fig. 311.



1) Aus einem Wasserbehälter A (Fig. 311) werde das Wasser durch die Hauptröhre AB (Länge l , Weite d , Geschwindigkeit des Wassers v) fortgeführt, diese gabelt sich bei B in die Röhren BC (l_1, d_1, v_1) und BD (l_2, d_2, v_2); die Ausgussöffnungen bei C und D haben eine Tiefe von h_1 und h_2 unter dem Wasserspiegel in A. Nimmt man an, dass der hydraulische Druck in B

um x geringer ist als der hydrostatische, so ergeben sich für die Bewegung des Wassers in den drei Röhren folgende Gleichungen: 1) $x =$

$\left(1 + \xi_1 + \zeta \frac{l_1}{d}\right) \frac{v^2}{2g}$; 2) $h_1 - x = \frac{v_1^2 - v^2}{2g} + \zeta \frac{l_1}{d_1} \cdot \frac{v_1^2}{2g}$; 3) $h_2 - x = \frac{v_2^2 - v^2}{2g} + \zeta \frac{l_2}{d_2} \cdot \frac{v_2^2}{2g}$; 4) $d^2 v = d_1^2 v_1 + d_2^2 v_2$. Sind Q_1 und Q_2 die Ausflussmengen, welche die beiden Zweige in der Sekunde liefern, so folgen noch die Gleichungen: 5) $Q_1 = \frac{1}{4} d_1^2 \pi \cdot v_1$; 6) $Q_2 = \frac{1}{4} d_2^2 \pi \cdot v_2$. Aus diesen Gleichungen lassen sich sechs Grössen näher bestimmen.

Die Gleichungen 1–3 folgen aus § 331; die je ersten Glieder der rechten Seite beziehen sich auf den Eintritt des Wassers in die Röhren, wobei angenommen ist, dass $v_1 > v$ und $v_2 > v$ ist, so dass ein Theil des in B vorhandenen Druckes auf die Steigerung der Geschwindigkeit verwendet wird. Ist aber $v_1 < v$ und $v_2 < v$, so findet beim Uebergange des Wassers aus dem Hauptrohr in die Zweige eine plötzliche Verminderung der Geschwindigkeit statt und damit ist dann ein Verlust an wirksamer Druckhöhe von $\frac{(v-v_1)^2}{2g}$ und $\frac{(v-v_2)^2}{2g}$. Beiderlei Verluste werden vermieden, wenn die Einrichtung so getroffen wird, dass $v = v_1 = v_2$ ist. Sind die Röhren von bedeutender Länge, was gewöhnlich der Fall ist, so kann man in den Gleichungen 1–3 das je erste Glied der rechten Seite ohne merklichen Fehler auslassen, und diese Gleichungen heissen dann: 1) $x = \zeta \frac{l_1}{d} \cdot \frac{v^2}{2g}$; 2) $h_1 - x = \zeta \frac{l_1}{d_1} \cdot \frac{v_1^2}{2g}$; 3) $h_2 - x = \zeta \frac{l_2}{d_2} \cdot \frac{v_2^2}{2g}$. In vielen Fällen wird es zur Erleichterung der Rechnung dienen, wenn man für x einen angemessenen Werth einsetzt, der aber kleiner als h_1 und h_2 sein muss. Setzt man, was sehr angemessen wäre, $v = v_1 = v_2$ und nimmt Q_1 und Q_2 als gegeben an, so erhält man aus obigen Gleichungen, unter der Voraussetzung recht langer Röhren, zur Bestimmung von x die Gleichung:

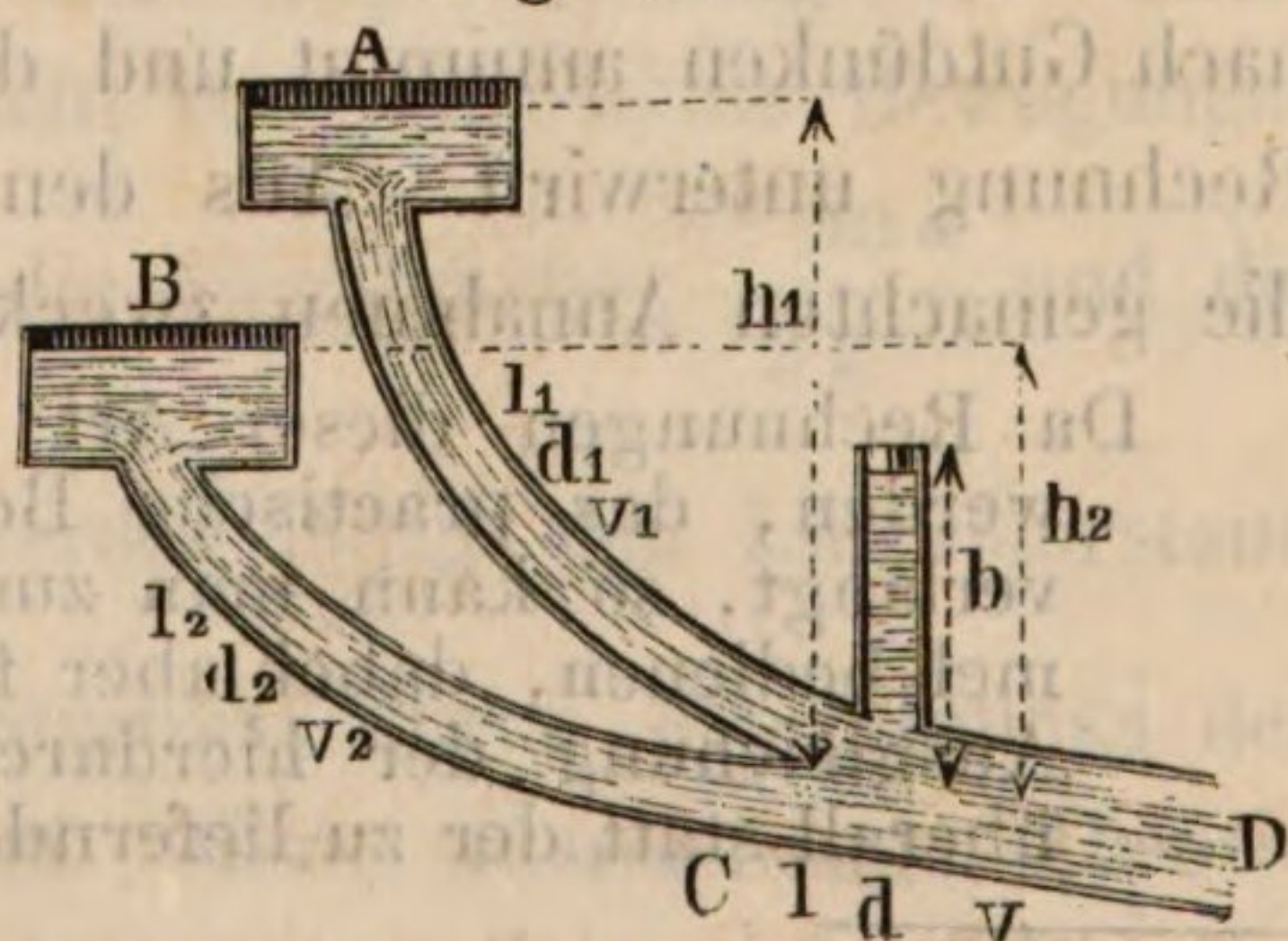
$$\sqrt[5]{\left(\frac{l_1 x}{1(h_1 - x)}\right)^2 \left(\frac{Q_1}{Q_1 + Q_2}\right)^4} + \sqrt[5]{\left(\frac{l_2 x}{1(h_2 - x)}\right)^2 \left(\frac{Q_2}{Q_1 + Q_2}\right)^4} = 1.$$

Ist hieraus x durch ein Annäherungsverfahren bestimmt, so findet man v und ζ aus der Gleichung: $v = \sqrt[5]{\frac{16(Q_1 + Q_2)x^2 g^2}{\zeta^2 l^2 \pi}}$; ist nun ζ mit Hülfe der in § 330, 1 gegebenen Tabelle bestimmt, so folgen die Röhrendurchmesser:

$$d = \sqrt[5]{\frac{8 \zeta l}{g x} \left(\frac{Q_1 + Q_2}{\pi}\right)^2}; \quad d_1 = \sqrt[5]{\frac{8 \zeta l_1}{(h_1 - x) g} \left(\frac{Q_1}{\pi}\right)^2}; \quad d_2 = \sqrt[5]{\frac{8 \zeta l_2}{(h_2 - x) g} \left(\frac{Q_2}{\pi}\right)^2}.$$

2) Es wird aus zwei Behältern A und B (Fig. 312) durch zwei Röhren A C (l_1, d_1, v_1) und B C (l_2, d_2, v_2) Wasser einem Hauptstamm C D (d, v) einer Wasserleitung zugeführt; die Vereinigungsstelle C liege bezüglich um h_1 und h_2 unter den Wasserspiegeln in A und B, und die hydraulische Druckhöhe im Anfange der Röhre C D sei b . Für die Be-

Fig. 312.



wegung des Wassers ergeben sich nun die Gleichungen: 1) $h_1 - b = \left(1 + \xi_1 + \xi \frac{l_1}{d_1}\right) \frac{v_1^2}{2g} + \frac{(v_1 - v)^2}{2g}$; 2) $h_2 - b = \left(1 + \xi_1 + \xi \frac{l_2}{d_2}\right) \frac{v_2^2}{2g} + \frac{(v_2 - v)^2}{2g}$. Hierbei ist angenommen, dass v kleiner ist als v_1 und v_2 , so dass in C durch den Stoss des schnelleren Wassers gegen das langsamere ein Verlust an wirksamer Druckhöhe eintritt. Führen die Röhren AC und BC ihr Wasser erst einem weiten Behälter zu, so kann man $v = 0$ setzen; ist der Behälter oben offen, so ist $b = 0$ und die Glieder $\frac{(v_1 - v)^2}{2g}$ und $\frac{(v_2 - v)^2}{2g}$ fallen fort; ist die Röhrenleitung recht lang, so kann man $1 + \xi_1$ und das letzte Glied vernachlässigen und die Gleichungen sind dann: 1) $h_1 - b = \xi \frac{l_1}{d_1} \cdot \frac{v_1^2}{2g}$; 2) $h_2 - b = \xi \frac{l_2}{d_2} \cdot \frac{v_2^2}{2g}$. Zur Bestimmung von d oder v folgt die Gleichung: 3) $d^2 v = d_1^2 v_1 + d_2^2 v_2$. Bezeichnen Q_1 und Q_2 die Wassermengen, welche von A und B in der Sekunde geliefert werden, so ist noch: 4) $Q_1 = \frac{1}{4} d_1^2 \pi \cdot v_1$; 5) $Q_2 = \frac{1}{4} d_2^2 \pi \cdot v_2$.

Sind die Werthe l_1 und l_2 hinreichend gross und ist Q_1 und Q_2 bekannt,

$$\text{so ist } d_1 = \sqrt[5]{\frac{8 \xi l_1}{g (h_1 - b)} \left(\frac{Q_1}{\pi}\right)^2}; \quad d_2 = \sqrt[5]{\frac{8 \xi l_2}{g (h_2 - b)} \left(\frac{Q_2}{\pi}\right)^2}.$$

3) Geht von einem Hauptrohre ein Zweigrohr rechtwinklig ab, so kann man nach d'Aubuisson für den Eintritt des Wassers in das Zweigrohr eine Widerstandshöhe in Rechnung bringen, die der doppelten Geschwindigkeitshöhe des Zweigrohrs gleich ist, während der hydraulische Druck im Hauptrohr sich nicht merklich ändert. Bei zusammengesetzten Röhrensystemen sind in der Regel die Röhrenlängen, die Druckhöhen und die Wasserquanta gegeben und Röhrendurchmesser werden gesucht. Da ein solches System sich in der Regel in mehrfacher Weise bilden lässt, so lassen sich für die Ausführung noch willkürliche Annahmen einführen. Das einfachste Verfahren, ein solches System zu berechnen, besteht darin, dass man für die Hauptknotenpunkte der Röhrenleitung nach Massgabe der gegebenen Druckhöhen und Längen die hydraulischen Druckhöhen nach Gutdünken annimmt und dann jeden Röhrenstrang einer besonderen Rechnung unterwirft. Aus den Resultaten kann man dann ersehen, ob die gemachten Annahmen zweckmässig getroffen waren.

Da Rechnungen dieser Art nie mathematisch genaue Resultate geben werden, das practische Bedürfniss auch nur annähernde Genauigkeit verlangt, so kann man zur Berechnung von d sich der Näherungsformel bedienen, dabei aber für ξ den mittleren Werth 0,03 setzen. Zur Ausgleichung der hierdurch eintretenden Ungenauigkeit nehme man überall statt der zu liefernden Wassermenge das $1\frac{1}{2}$ fache in Rechnung.*)

*) Vergl. Rühlmann, Hydromechanik § 156—158.

Setzt man in der Gleichung $d = \sqrt[5]{\frac{8 \xi l}{g h} \left(\frac{Q}{\pi}\right)^2}$, für ξ, π, g die Werthe,

so folgt: $d = 0,239 \sqrt[5]{\frac{Q^2 l}{h}}$.

Aufgabe 119. Von dem Sammelbehälter A (Fig. 313) gehe eine Röhrenleitung aus, die sich bei B und C verzweigt und bei D, E, F, G ihr Wasser ausgiesst. Die Röhrenlängen und die Druckhöhen für die einzelnen Ausgusspunkte sind in der Figur angegeben; die Ausgussmengen aber sollen bei D, E, F, G bezüglich 0,3; 0,4; 0,5 und 0,2 Kubikfuss in der Sekunde betragen. Welche Durchmesser müssen die einzelnen Röhren erhalten?

Auflösung. Die Röhre AB führt alles Wasser, nämlich 1,4 KF. in der Sekunde, die Röhre BC aber nur 0,7 KF. Soll sich das Wasser in AB und BC mit gleicher Geschwindigkeit bewegen, so müssen sich die Querschnitte wie die Wassermengen, also hier wie 2 : 1, die Durchmesser also

wie $\sqrt{2} : 1$ verhalten. Die Widerstandshöhen sind dem Quotienten $\frac{l}{d}$

proportional, haben also für diese beiden Röhren das Verhältniss $\frac{5}{\sqrt{2}}$:

$\frac{4}{1}$ oder nahezu 9 : 10. Wollte man nun für AB die Widerstandshöhe zu 9' nehmen, so musste man dieselbe für BC zu 10' setzen, und es bliebe dann für BD noch $30 - 9 = 21'$, für BE $20 - 9 = 11'$, für CF $40 - 19 = 21'$ und für CG $24 - 19 = 5'$ übrig. Setzt man nun überall für die durchfliessenden Wassermengen das $1\frac{1}{2}$ fache der gegebenen Werthe, so erhält man folgende Röhrendurchmesser: 1) für AB, $d_1 = 0,239$

$\sqrt[5]{\frac{500 \cdot 2,1^2}{9}} = 0,718'$; 2) für BC, $d_2 = 0,239 \sqrt[5]{\frac{400 \cdot 1,05^2}{10}} = 0,510'$;

3) für BD, $d_3 = 0,239 \sqrt[5]{\frac{120 \cdot 0,45^2}{21}} = 0,246'$; 4) für BE, $d_4 = 0,239$

$\sqrt[5]{\frac{200 \cdot 0,6^2}{11}} = 0,348'$; 5) für CF, $d_5 = 0,239 \sqrt[5]{\frac{300 \cdot 0,75^2}{21}} = 0,363'$;

6) für CG, $d_6 = 0,239 \sqrt[5]{\frac{240 \cdot 0,3^2}{5}} = 0,320'$.

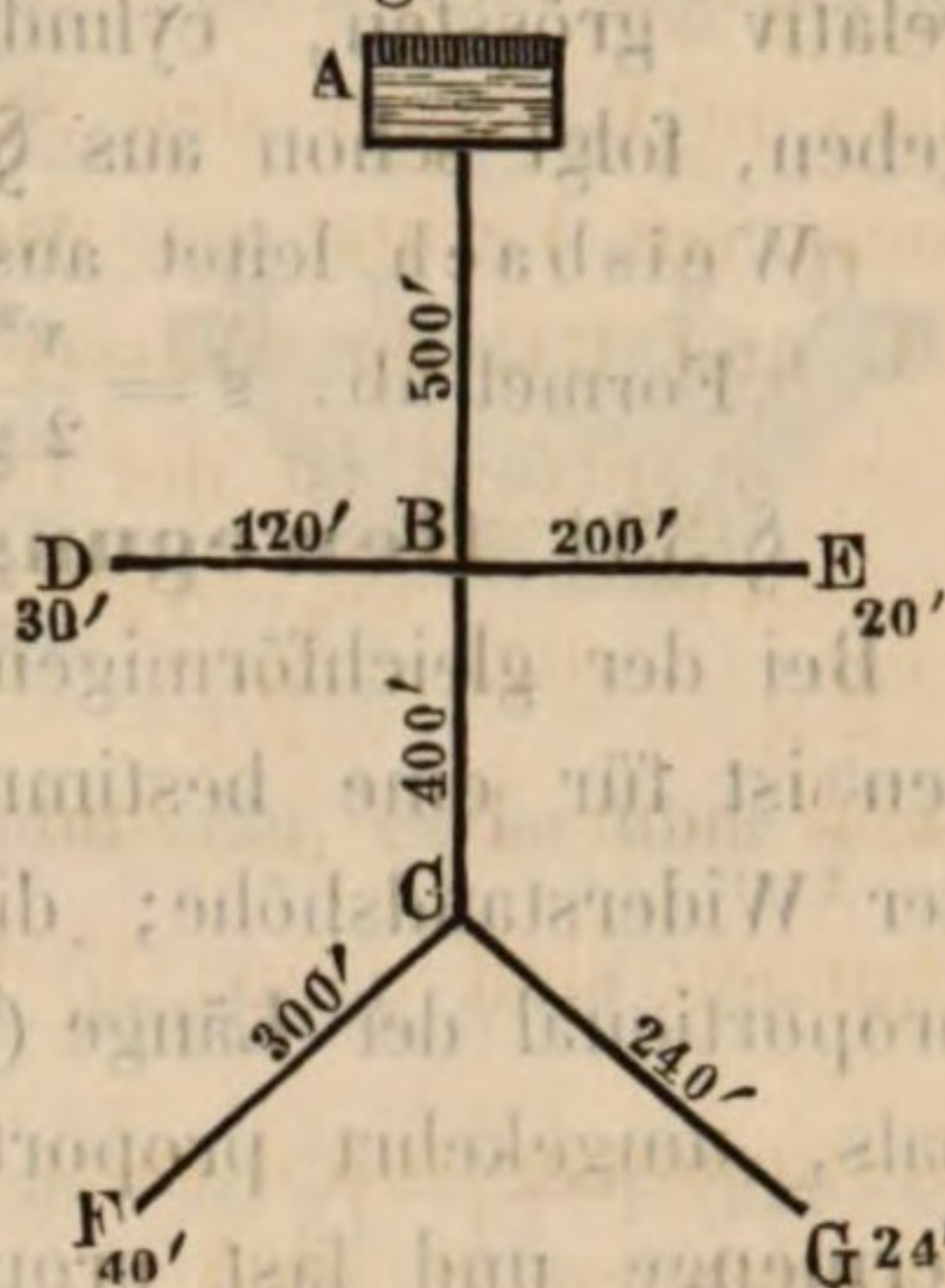
§ 333. Springende Strahlen.

Bewegt sich ein Wasserstrahl mit der Ausflussgeschwindigkeit v unter dem Neigungswinkel α aufwärts, so erreicht er, wenn keine Bewegungshindernisse auf ihn wirken, nach § 242 die Sprunghöhe $\frac{v^2 \sin \alpha}{2g}$ und die

Sprungweite $\frac{c^2 \sin 2\alpha}{g}$. Diese Werthe werden durch den Luftwiderstand

und bei vertikal aufwärts steigenden Strahlen durch den Einfluss der zurückfallenden Wassermassen vermindert. Eine ausreichende Theorie über den Einfluss dieser Hindernisse giebt es zur Zeit nicht. Die Er-

Fig. 313.



fahrung hat aber ergeben: 1) dass schwach geneigte Strahlen höher steigen als vertikale; 2) dass dicke Strahlen höher steigen als dünne; 3) dass die verhältnissmässige Verminderung der Steighöhe bei grösserer Geschwindigkeit auch grösser ist. Dass Oeffnungen in dünner Wand die relativ grössten, cylindrische Ansatzstücke viel kleinere Sprunghöhen geben, folgt schon aus § 321.

Weisbach leitet aus Versuchen zur Bestimmung der Sprunghöhe s die Formel ab: $s = \frac{v^2}{2g} (1 - 0,0013 \frac{v^2}{2g})$.

§ 334. Bewegung des Wassers in Kanälen und Flüssen.

Bei der gleichförmigen Bewegung des Wassers in Kanälen oder Flüssen ist für eine bestimmte Strecke die wirksame Druckhöhe (h) gleich der Widerstandshöhe; diese aber ist, wie bei der Bewegung in Röhren, proportional der Länge (l) der Strecke und dem Wasserprofil u des Kanals, umgekehrt proportional dem Querschnitt (f) der fliessenden Wassermenge und fast proportional dem Quadrat der Geschwindigkeit. Es ist $h = \zeta \frac{l u}{f} \cdot \frac{v^2}{2g}$, wenn ζ ein Erfahrungscoefficient ist. Hieraus folgt:

$$v = \sqrt{\frac{f}{\zeta l u} \cdot 2gh}.$$

Legt man durch die fliessende Wassermenge eines Kanals einen Querschnitt, so heisst der Theil seines Umfanges, der das Grundbette und die Ufer berührt, das Wasserprofil, die horizontale obere Grenzlinie aber das Luftprofil. Das Gefälle ist die vertikale Senkung des Wasserspiegels für eine bestimmte Längenerstreckung; ist letztere die Einheit, so heisst das Gefälle die Rösche. Ist das Gefälle bei einer gewissen Strecke grösser als die Widerstandshöhe, so tritt in Folge des überwiegenden Gefälles eine Beschleunigung der Bewegung ein. Wie bei der Bewegung des Wassers in Röhren ist der Coefficient ζ nicht constant, sondern er nimmt ab, wenn v wächst. Nach Weisbach hat er folgende Werthe:

v	0,3	0,5	0,7	0,8	0,9	1	1½	2	3	5	10 Fuss
ζ	0,0 1202	1017	0938	0914	0894	0879	0833	0810	0787	0769	0755

Diese Werthe setzen voraus, dass die Uferwände und das Grundbette hart und glatt sind; schlammiger, lockerer Boden bietet mehr Widerstände dar, am grössten sind die Widerstände, wenn Wasserpflanzen im Strombette vorkommen; in diesem Falle setze man $\zeta = 0,0156$.

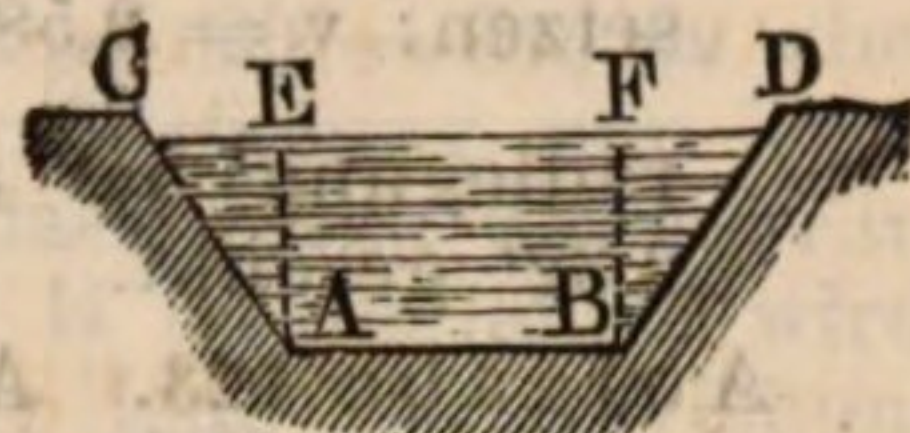
2) Bei gegebenem Gefälle wird die Geschwindigkeit dann am grössten ausfallen, wenn für die Querschnittfläche (f) der Wassermasse das Wasserprofil (u) ein Minimum ist. Diese Bedingung wird bei einem halbkreisförmigen Querschnitt vollständig erfüllt, annähernd aber, wenn der Querschnitt eine halbe reguläre Figur, etwa ein halbes reguläres Sechseck oder ein halbes Quadrat ist.

Der Satz folgt einfach aus der oben für v angegebenen Formel. Ein halbkreisförmiger Querschnitt lässt sich einem Kanale nicht wohl geben; am häufigsten bildet der Querschnitt ein Trapez, der Böschungswinkel der Ufer ist meist von der Natur des Erdreichs abhängig.

Aufgabe 120. Welches ist die günstigste Breite b_1 der Grundsohle eines Kanals, dessen Wassermasse den Querschnitt f haben soll, wenn das Böschungsverhältniss der Ufer n ist?

Auflösung. Das Böschungsverhältniss ist der Quotient aus der Horizontalprojection durch die Vertikalprojection des Ufers. Ist b eine beliebige Breite der Grundsohle AB (Fig. 314) und a die zugehörige Wassertiefe AE , so ist $CE = DF = na$, folglich ist die ganze Querschnittsfläche $CABD = f = a(b + na)$. Ferner ist $AC = BD = a \times \sqrt{n^2 + 1} = am$, wenn wir der Kürze wegen $\sqrt{n^2 + 1} = m$ setzen; nun ist das Wasserprofil $CABD = u = b + 2am$. Es ist aber $b = \frac{f - na^2}{a}$, also $u = \frac{f + (2m - n)a^2}{a}$. Für die

Fig. 314.



leichteste Wasserbewegung soll $\frac{u}{f}$ ein Minimum sein, es ist aber $\frac{u}{f} = \frac{1}{a} + (2m - n) \frac{a}{f}$. Nehmen wir nun an, dieser Ausdruck werde für $a =$

a_1 ein Minimum, so ist die Differenz $\left[\frac{1}{a} + (2m - n) \frac{a}{f} \right] - \left[\frac{1}{a_1} + (2m - n) \frac{a_1}{f} \right] = (a - a_1) \left[\frac{2m - n}{f} - \frac{1}{a a_1} \right]$ eine stets positive Grösse. Daher müssen die beiden Factoren gleichzeitig positiv oder negativ oder null sein können. Für $a = a_1$ folgt also $\frac{2m - n}{f} - \frac{1}{a_1^2} = 0$, und hieraus $a_1 =$

$$\sqrt{\frac{f}{2m - n}} = \sqrt{\frac{f}{2\sqrt{n^2 + 1} - n}}; \quad b_1 = \frac{f - na_1^2}{a} = 2(m - n) \sqrt{\frac{f}{2m - n}}$$

Aufgabe 121. Wenn das stärkste Gefälle, das noch für Schiffe passirbar sein soll, $\frac{1}{600}$ ist, welche Geschwindigkeit hat hier das Wasser in einem Strome, wenn die Breite 120' und die Tiefe 10' beträgt und der Strom steile Ufer hat?

Auflösung. Es ist $v = \sqrt{\frac{f}{\zeta l u} \cdot 2gh}$; hier ist $\frac{h}{l} = \frac{1}{600}$, $f = 1200$, $u = 140$, $g = 31,25$. Nimmt man $\zeta = 0,00755$, so folgt $v = 10,9'$. Da für diese Geschwindigkeit auch der nach Gutdünken angenommene Werth von ζ passend ist, so ist die gesuchte Geschwindigkeit 10,9'.

Aufgabe 122. Ein Fluss von 30' Breite und 8' Tiefe hat auf eine Strecke von 12000' Länge bei sehr vielen Krümmungen nur 1' Gefälle. Durch einen Durchstich wird er gerade gelegt und die Flusslänge auf dieser Strecke beträgt jetzt nur noch 5000'. Um wie viel wird sich der Wasserspiegel des Flusses in Folge der Geradlegung gesenkt haben? Auf die Uferböschung soll keine Rücksicht genommen werden.

Auflösung. Wir bestimmen erst die frühere Geschwindigkeit des Wassers. Nehmen wir $\zeta = 0,0081$, so folgt: $v = \sqrt{\frac{f}{\zeta l u} \cdot 2gh} =$

$$\sqrt{\frac{240 \cdot 2 \cdot 31,25}{0,0081 \cdot 12000 \cdot 46}} = 1,83'. \quad \text{Mit dieser Geschwindigkeit stimmt auch}$$

der für ζ angenommene Werth hinreichend überein. Da für die Geschwindigkeit in der gerade gelegten Flussstrecke ein grösserer Werth zu erwarten ist, so setzen wir bei ihrer Ermittlung $\zeta = 0,00787$ und

$$\text{erhalten } v = \sqrt{\frac{240 \cdot 2 \cdot 31,25}{0,00787 \cdot 5000 \cdot 46}} = 2,88', \quad \text{auch hier stimmt der für } \zeta$$

angenommene Werth hinreichend. Bei gleicher Breite wird nun die Flusstiefe umgekehrt proportional der Geschwindigkeit sein; daher ist

jetzt die Flusstiefe $= 8 \cdot \frac{1,83}{2,88} = 5,08'$. Für diesen Werth ist nun $f = 152,4$ und $u = 40,16$; setzen wir diese beiden Werthe anstatt 240 und 46 in den letzten Ausdruck, so folgt: $v = 2,45'$. Dieser Geschwindigkeit entspricht die Tiefe $8 \cdot \frac{1,83}{2,45} = 5,98$. Da jetzt $f = 179,4$ und $u = 41,96$, so giebt eine nochmalige Correction, wenn wir auch $\zeta = 0,008$ setzen: $v = 2,58'$ und eine Wassertiefe $8 \cdot \frac{1,83}{2,58} = 5,68'$. Durch die Geradlegung hat sich also der Wasserspiegel des Flusses um $8 - 5,68 = 2,32'$ gesenkt.

Aufgabe 123. Aus einer Niederung von einer Quadratmeile Oberfläche soll der Ueberschuss der atmosphärischen Niederschläge durch einen Kanal abgeführt werden. Dieser Ueberschuss betrage 5 Zoll Wasserhöhe für 30 Tage; der Kanal kann eine Rösche von 1 : 8000 erhalten, seine Ufer sollen das Böschungsverhältniss 2 haben, und die Wassertiefe soll $\frac{1}{4}$ der mittleren Breite des Kanals betragen. Wie breit muss der Kanal sein, wenn auf das mögliche Vorkommen von Wasserpflanzen Rücksicht genommen wird?*)

Auflösung. Die abzuführende Wassermenge beträgt für die Sekunde $24000 \cdot 24000 \cdot \frac{5}{12} : (30 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60) = 92,6$ Kubikfuss. Ist x die mittlere Breite des Kanals, so ist $\frac{1}{4}x$ die Wassertiefe, $\frac{1}{4}x^2$ die Querschnittsfläche und $x + 2 \cdot \frac{1}{4}x = \frac{3}{2}x$ das Wasserprofil. Die mittlere Geschwindigkeit ist $92,6 : \frac{1}{4}x^2 = \frac{370,4}{x^2}$. Setzen wir noch $\zeta = 0,0156$,

so folgt: $1 = 0,0156 \cdot 8000 \cdot \frac{3}{2}x \cdot \left(\frac{370,4}{x^2}\right)^2 : \left(\frac{x^2}{4} \cdot 2 \cdot 31,25\right)$ und hieraus

$x = \sqrt[5]{\frac{0,0156 \cdot 8000 \cdot 6 \cdot 370,4^2}{2 \cdot 31,25}} = 15,96'$. Die Wassertiefe beträgt also $3,99'$, die Sohlbreite $7,98$ und die Breite des Wasserspiegels $23,94'$.

Aufgabe 124. Ein Strombett A B C D (Fig. 315) habe eine Sohlbreite BC = 10', und eine Tiefe von 5', die Ufer seien in dem Verhältniss $\frac{3}{2}$ abgeböscht, das Gefälle betrage 1 auf 5000. Die Schutzdämme F und H gegen Ueberfluthungen sind jederseits vom Ufer um EF = GH = 20' zurückgesetzt. Es soll angegeben werden, wie viel Wasser in der Sekunde und mit welcher Geschwindigkeit vorbeifliesst, wenn das Strombett eben gefüllt ist; ferner wie viel

Fig. 315.



Wasser und mit welchen Geschwindigkeiten im Stromstriche und an den überflutheten Stellen vorbeifliesst, wenn der Wasserspiegel um 4' höher als die Uferränder steht? Für ζ werde der mittlere Werth 0,0078 gewählt.

Auflösung. Es ist $AD = 10 + 2 \cdot 5 \cdot \frac{3}{2} = 25'$; also ist für die Bewegung im Strombette allein $f = \frac{10 + 25}{2} \cdot 5 = 87,5$ QF. Ferner ist A B

$= 5\sqrt{1 + (\frac{3}{2})^2} = \frac{5}{2}\sqrt{13} = 9,014$; folglich ist $u = 10 + 2 \cdot 9,014 =$

$28,028'$. Hiernach ist nun: $v = \sqrt{\frac{f \cdot 2gh}{\zeta l u}} = \sqrt{\frac{87,5 \cdot 2 \cdot 31,25}{0,0078 \cdot 5000 \cdot 28,028}}$

$= 2,236'$. Die vorbeifliessende Wassermasse ist für die Sekunde $Q = f v = 195,71$ KF. Steigt der Wasserspiegel noch um 4', so haben wir drei Strömungen zu unterscheiden: die Strömung in und über dem

*) Diese Aufgabe ist einer ähnlichen aus Rühlmann's Hydromechanik nachgebildet.

eigentlichen Strombette und die Strömungen der über die Stromufer getretenen Wassermassen. Für die erste Strömung ist jetzt $f = 87,5 + 4 \cdot 25 = 187,5$, dagegen $u = 28,028 + 2 \cdot 4 = 36,028$; denn wir können annehmen, dass das schneller fließende Wasser der mittleren Strömung beim Zusammengrenzen mit dem langsameren Wasser der Seitenströmungen ein Hinderniss findet. Es folgt nun für die mittlere Strömung:

$$v_1 = \sqrt{\frac{187,5 \cdot 2 \cdot 31,25}{0,0078 \cdot 5000 \cdot 36,028}} = 2,888' \text{ und } Q_1 = 187,5 \cdot 2,888 =$$

541,48 KF. Für jede der Nebenströmungen ist $f \cdot 4 \cdot 20 = 80$; da aber die Seitenströmung durch die schnellere mittlere Strömung zum Theil mit fortgerissen wird, so lässt sich annehmen, dass durch diesen Einfluss der Widerstand der Dammufer bei F und H ausgeglichen wird, und wir setzen deshalb $u = 20$; folglich ist für jede Seitenströmung

$$v_2 = \sqrt{\frac{80 \cdot 2 \cdot 31,25}{0,0078 \cdot 5000 \cdot 20}} = 2,5318 \text{ und } Q_2 = 80 \cdot 2,5318 = 202,544 \text{ KF.}$$

Die gesammte Wassermenge, die jetzt befördert wird, ist also $541,48 + 2 \cdot 202,544 = 946,57 \text{ KF.}$, 4,8mal so viel als früher.

§ 335. Wassermenge eines Flusses.

1) Die Geschwindigkeit des Wassers, womit es die verschiedenen Stellen eines Querprofils durchströmt, ist verschieden; sie nimmt im Allgemeinen von der Oberfläche nach dem Grunde und von der Mitte der Oberfläche nach den Ufern zu ab; ein Gesetz dieser Abnahme ist nicht bekannt. Ist in einer beliebigen, durch das Querprofil gelegten Vertikalnie C die grösste und c die mittlere Geschwindigkeit, so hat man durch Versuche gefunden $c = 0,915 C$; und ist V die grösste und v die mittlere Geschwindigkeit im ganzen Profil, so kann man nach Prony setzen:

$$v = \frac{7,50 + V}{9,97 + V} \cdot V \text{ Fuss.}$$

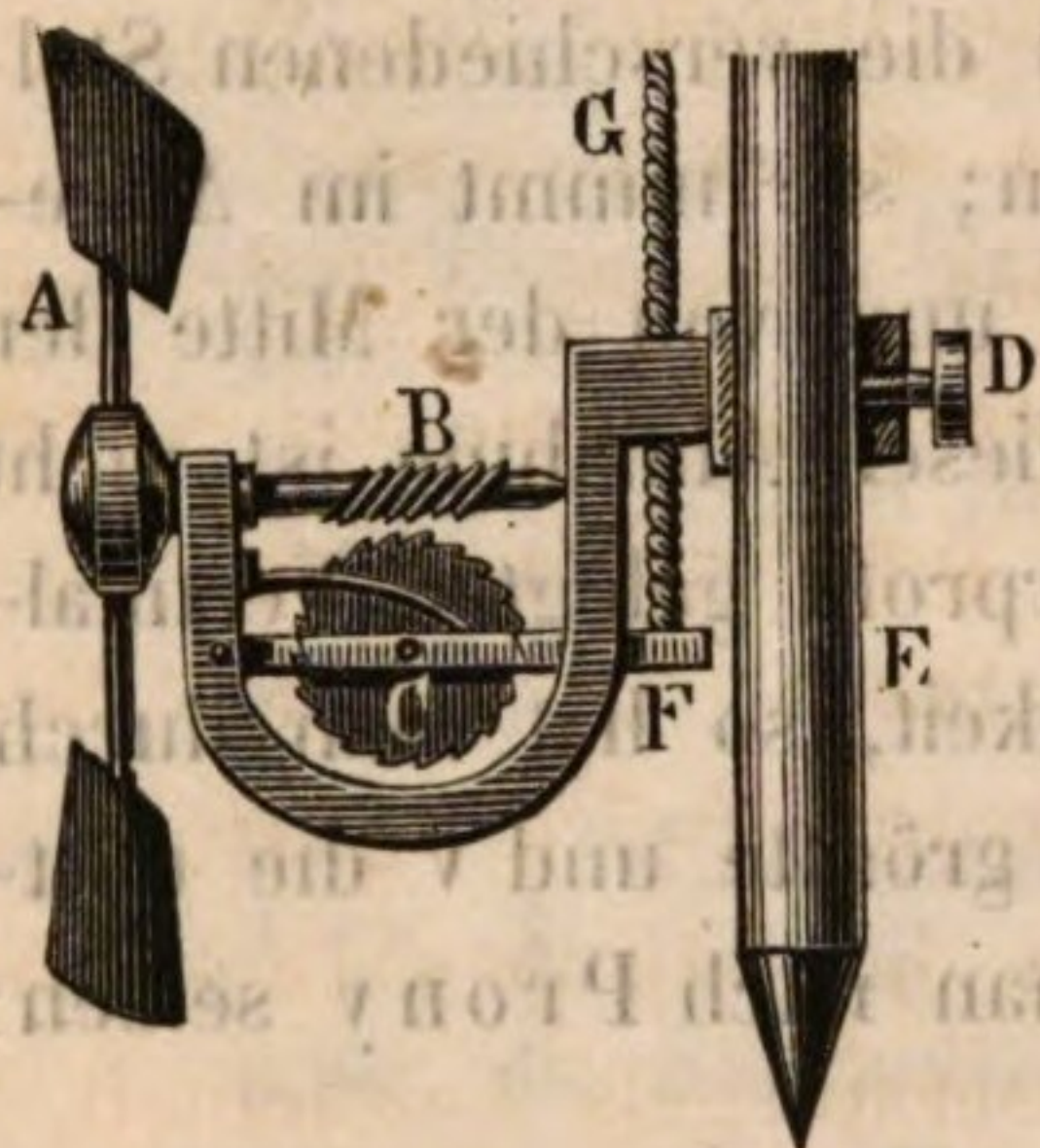
Diese Formeln sind aus verschiedenen Versuchen ermittelt. Da die Veränderlichkeit der Geschwindigkeit innerhalb des Querschnitts oft von localen Verhältnissen bedingt ist, so kann man von diesen Formeln nicht überall sichere Resultate erwarten. Im Allgemeinen mag die mittlere Geschwindigkeit bei Flüssen und Kanälen 81—84% der grössten betragen. Die Linie der grössten Geschwindigkeit heisst der Stromstrich; sie liegt bei geraden Strecken des Flusses meist in der Mitte, bei Krümmungen nähert sie sich der convexen Seite.

2) Aus der mittleren Geschwindigkeit und der Querschnittsgrösse eines Flusses ergibt sich die in der Sekunde im Fluss vorbeifliessende Wassermenge. Den Querschnitt kann man finden, indem man die Breite des Wasserspiegels misst, diese in eine gerade Anzahl gleicher Theile theilt, die zu den Theilpunkten gehörigen Wassertiefen misst und die Simpson'sche Regel anwendet. Die mittlere Geschwindigkeit findet man entweder aus der gemessenen Geschwindigkeit des Stromstrichs mittels der obigen Formel, oder aus directen Messungen der Geschwindigkeit an vielen, gleichmässig über die Querschnittsfläche vertheilten Punkten.

Die Geschwindigkeit des Stromstrichs kann man finden, indem man in ihm leichte, nur wenig aus dem Wasser hervorragende, aber deutlich sichtbare Körper schwimmen lässt und dabei Weg und Zeit misst. Lässt man einen, an dem einen Ende beschwerten Stab oder zwei

durch eine Kette verbundene ungleichschwere Kugeln schwimmen, so erhält man die mittlere Geschwindigkeit der Eintauchungstiefe. — Mittelst des hydrometrischen Strauberädchens kann man an einer beliebigen Stelle der Oberfläche die Geschwindigkeit messen. Man lässt die Schaufeln des sehr leicht gearbeiteten Rädchens vom Wasser erfasst werden, misst die Zeit der Beobachtung, während die Zahl der Umdrehungen durch die Umwindungen eines leichten Fadens, der sich auf die Radaxe aufwickelt, angegeben wird. Bei anderen Apparaten lässt man das Wasser gegen eine ebene oder concave Fläche stossen, misst den Stoss durch Gewichte, welche mittelst einer Hebelvorrichtung dem Stoss das Gleichgewicht halten müssen, und schliesst daraus auf die Geschwindigkeit. — Pitot's Röhre ist eine rechtwinklig gebogene, beiderseits offene Röhre, deren horizontaler Arm unter dem Wasserspiegel dem Wasser entgegengekehrt wird; das Wasser steigt dann im vertikalen Arm etwas über den Wasserspiegel hinaus; die Geschwindigkeit des Wassers ist dann der zu dieser Höhendifferenz gehörigen Ausflussgeschwindigkeit proportional. Das beste Instrument zur Bestimmung der Geschwindigkeit des Wassers an einer beliebigen Stelle

Fig. 316.



der Querschnittsfläche ist der Woltmann'sche Flügel (Fig. 316). A ist ein kleines Flügelrad mit schief gestellten Flügeln, es wird der Bewegung des Wassers gerade entgegen gerichtet; die Axe B des Rades hat ein Schraubengewinde, welches in ein gezahntes Rad C eingreift; dieses Rad kann noch mit einem zweiten, in der Figur nicht gezeichneten Rade verbunden werden, so dass beide als Zählapparat für die Umdrehungen des Flügelrades dienen. Das Ganze kann mit einer Hülse D auf dem Stabe E verschoben und an einer beliebigen Stelle mit einer Schraube festgestellt werden. Die Zapfen des Rades C ruhen in einem Hebel F, der durch eine Feder niedergedrückt wird, so dass für gewöhnlich die Radzähne mit dem Schraubengewinde nicht im Eingriff stehen. Vom Hebel F führt aber eine Schnur G bis zur Hand des Beobachters; wird die Schnur angezogen, so kommen die Radzähne und das Gewinde zum Eingriff, und von diesem Augenblicke an zählt der Zählapparat die Radumdrehungen. Ebenso kann der Eingriff in jedem Augenblicke wieder aufgehoben werden. Aus der auf die Sekunde reducirten Umdrehungszahl n kann man die Geschwindigkeit v finden nach einer allgemein vorauszusetzenden Formel, z. B. nach: $v = \alpha + \beta n + \gamma n^2 \dots$, wobei die Constanten α , β , γ für jedes Instrument besonders durch Versuche mit bereits bekannten Geschwindigkeiten bestimmt werden. — In manchen Fällen kann man die fließende Wassermenge auch direct messen, ohne zuvor die Geschwindigkeit zu bestimmen. Bei kleinen Wasserleitungen kann man innerhalb einer gewissen Zeit die ganze Wassermenge in gewisse Gefässe laufen lassen. Man kann auch den Kanal durch eine Wand versperren und das Wasser durch eine rectanguläre Oeffnung auslaufen lassen; ist der Wasserstand an der Wand constant geworden, so kann man aus der Grösse der Oeffnung und der Druckhöhe die Ausflussmenge bestimmen. — Prony's Methode besteht darin, den Wasserabfluss zuerst durch ein Schutz Brett ganz abzusperren und das Wasser so hoch als möglich aufzustauen; dann öffnet man das Schutz Brett so weit, dass mehr Wasser ab- als zufließt, misst die Wasserstände nach kleinen, gleichen Zeitintervallen und schliesst das Schutz Brett wieder. Dann beobachtet man die Zeit, bis der Wasserstand des ersten Aufstauens wieder erreicht ist. Mittelst der Abflusszeit und der beobachteten Wasserstände kann man durch Hülfe der Simpson'schen Regel die ausgeflossene Wassermenge berechnen; diese ist dann auf die ganze Zeit der Beobachtung vom Moment der Oeffnung

des Schutzes bis zum Moment der wieder eingetretenen Stauhöhe zu vertheilen.

§ 336. Aufstauung. Stauhöhe.

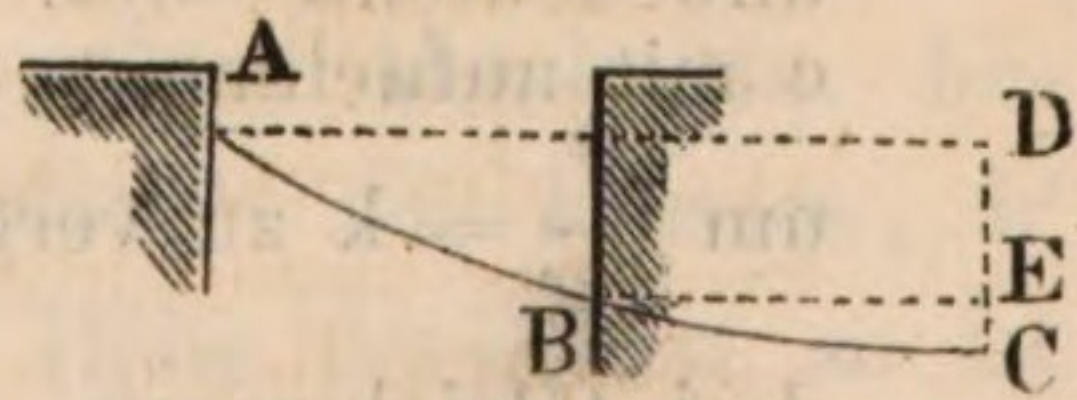
1) Die gleichförmige Bewegung des Wassers in einem Flusse oder Kanale setzt voraus, 1) dass das Flussbett geradlinig, 2) dass der Querschnitt desselben unveränderlich und 3) dass die Neigung des Grundbettes überall dieselbe ist. In diesem Falle bildet die Oberfläche des fließenden Wassers, wenn von dem Einfluss der schnelleren Bewegung im Stromstriche abgesehen wird, eine ebene, überall gleich geneigte Fläche. Flusskrümmungen bringen ausser der Verlegung des Stromstriches aus der Mitte eine Erhebung des Wasserspiegels an der convexen Seite hervor. Eine Verbreiterung, grössere Vertiefung und stärkere Neigung des Grundbettes bringen eine Senkung des Wasserspiegels, dagegen eine Verengerung, Hebung des Grundbettes, Verminderung der Neigung desselben oder ein Einbau von oben bringen eine Hebung des Wasserspiegels (Stauung) hervor. Man hat es daher in seiner Gewalt, durch bestimmte Vorkehrungen den Wasserspiegel eines Flusses höher oder tiefer zu legen. Eine Vorkehrung zur Hebung des Wasserspiegels heisst Wehr. Der Einfluss einer solchen Vorkehrung zur Senkung oder Hebung des Wasserspiegels erstreckt sich von der Stelle, an welcher dieselbe angebracht ist, auf eine gewisse Strecke stromaufwärts, und diese Strecke heisst bei der Stauung des Wasserspiegels die Stauweite, während Stauhöhe die vertikale Erhebung des Wasserspiegels bezeichnet.

Auch bei gleichförmiger Bewegung steht das Wasser im Stromstriche etwas höher als in der Nähe des Ufers, weil im Stromstriche wegen der grösseren Geschwindigkeit der hydrostatische Druck eine grössere Veränderung erfährt. Ist v die Geschwindigkeit im Stromstriche, so ist h Fuss unter dem Wasserspiegel die hydraulische Druckhöhe $h = \frac{v^2}{2g}$; ist v' die Geschwindigkeit am Ufer, so ist an einer Stelle h' Fuss unter dem Wasserspiegel der hydraulische Druck $h' = \frac{v'^2}{2g}$. Liegen die beiden Stellen, für welche diese Drucke gelten, in einer Horizontalen, welche die Bewegungsrichtung rechtwinklig schneidet, so kann man beide Drucke einander gleichsetzen und erhält für den Niveauunterschied $h - h' = \frac{v^2 - v'^2}{2g}$. Wollte man nun $v' = 0,916 v$ setzen, so wäre $h - h' = \frac{(1 - 0,916^2) v^2}{2g} = (1 - 0,8391) \cdot \frac{v^2}{2g} = 0,00257 \cdot v^2$. Bei einer Geschwindigkeit von 6' stände also das Wasser im Stromstriche um $0,00257 \cdot 36 = 0,0925$ Fuss = 1,11 Zoll höher als am Ufer. —

Bei der Bewegung des Wassers in einer Flusskrümmung kann man die Erhebung des Wasserspiegels an der convexen Seite berechnen, wenn man die Bewegung auf den im § 309, 2 behandelten Fall zurückführt; dann ist die Linie A B (Fig. 317), in welcher der Wasserspiegel durch eine Vertikal-

II.

Fig. 317.



ebene im Krümmungsradius geschnitten wird, ein Stück einer Parabel ABC, deren Axe CD vertikal durch den Krümmungsmittelpunkt geht. Ist r der Krümmungsradius im Stromstrich, v die mittlere Geschwindigkeit, so hat man für die Winkelgeschwindigkeit $\varphi = \frac{v}{r}$, und für

den Parameter der Parabel nach § 309, 2, $p = \frac{2g}{\varphi^2} = \frac{2gr^2}{v^2}$. Ist nun

b die Breite des Flusses, so ist die Ordinate $BE = r - \frac{1}{2}b$, und die Ordinate $AD = r + \frac{1}{2}b$. Es folgt nun: $(r + \frac{1}{2}b)^2 = p \cdot CD$, $(r - \frac{1}{2}b)^2 = p \cdot CE$, also $p \cdot DE = (r + \frac{1}{2}b)^2 - (r - \frac{1}{2}b)^2 = 2rb$, und $DE = \frac{2rb}{p} = 2rb : \frac{2gr^2}{v^2} = \frac{bv^2}{gr}$. Bei einer Flussbreite von 60', einer

mittleren Geschwindigkeit von 4' und einem Krümmungsradius von 100' liegt also der Wasserspiegel an der convexen Flusseite um

$$\frac{60 \cdot 16}{31,25 \cdot 100} = 0,307 \text{ Fuss} = 3,684 \text{ Zoll höher als an der concaven. —}$$

Die absichtliche Tieferlegung eines Wasserspiegels hat meist den Zweck, Ueberfluthungen vorzubeugen oder Entwässerungen zu bewirken; die absichtliche Hebung des Wasserspiegels geschieht in der Regel, um bei technischer Benutzung der Wasserkraft ein grösseres Gefälle zu erhalten. Die Wehre sind entweder Ueberfallwehre, wenn das Wasser frei über einen auf dem Grundbette errichteten Damm fliesst, oder Durchlasswehre (Schleusenwehre), wenn der Abfluss durch einen Einbau mit Schutzbretern auch an der Oberfläche gehemmt ist und nur durch geöffnete Schützen erfolgen kann. Die Ueberfallwehre sind entweder vollkommene oder unvollkommene, je nachdem die Ueberfallsschwelle höher liegt als der Spiegel des Unterwassers oder nicht. Lichte Wehre sind Wehrdämme, die sich nicht durch die ganze Breite des Stromes erstrecken. Auch Brückenpfeiler und Bühnen bringen eine Stauung des Wasserspiegels hervor.

2) Es habe ein Fluss die Breite b , die Tiefe t und führe die sekundliche Wassermenge Q ; durch einen Wehrdamm, der durch die ganze Flussbreite geführt ist und die Höhe x hat, werde die Oberfläche des Wassers um die Höhe y gehoben. Ist $x < t$, ist das Wehr ein unvollkommenes, so ist nach § 326, Aufg. 113: $Q = \mu b (t - x + \frac{2}{3}y) \sqrt{2gy}$. Ist $x = t$, so ist $Q = \frac{2}{3} \mu b y \sqrt{2gy}$. Ist aber $x > t$, also das Wehr ein vollkommenes, so ist nach § 325, 2: $Q = \frac{2}{3} \mu b (t + x - y) \sqrt{2g(t + y - x)}$.

Die Formeln in § 326 und § 325 gehen in die gegenwärtigen über, wenn man dort $h = t + y - x$ und $h' = t - x$ setzt. Ist die Stauhöhe y gegeben, so lässt sich die Dammhöhe x immer leicht finden. Aus der

zweiten Gleichung folgt: $y = \sqrt[3]{\frac{1}{2g} \left(\frac{3Q}{2\mu b} \right)^2}$. Ist nun die zu erzie-

lende Stauung grösser oder kleiner als dieser Werth, so ist ein vollkommenes oder unvollkommenes Wehr zu errichten. — Bei den vorstehenden Formeln ist der Einfluss der Geschwindigkeit, welche das Wasser besitzt, kurz bevor es an das Wehr gelangt, ausser Ansatz geblieben, weil diese Geschwindigkeit und ihr Einfluss in der Regel sehr unbedeutend sind. Wollte man den Einfluss dieser Geschwindigkeit c mit aufnehmen, so ist die wirkende Druckhöhe des Wassers überall

um $\frac{c^2}{2g} = k$ zu vergrössern und dabei § 325, 3 zu beachten. Die obigen

drei Gleichungen gehen dann über in: $Q = \mu b \left[t - x + g^2(y + k) \right]$

$$\sqrt{2g(y+k)} - \frac{2}{3} \mu b k \sqrt{2gk}; Q = \frac{2}{3} \mu b \sqrt{2g} \left[(y+k)^{3/2} - k^{3/2} \right];$$

$$Q = \frac{2}{3} \mu b \sqrt{2g} \left[(t+y-x+k)^{3/2} - k^{3/2} \right].$$

Aufgabe 125. In dem Bette eines Flusses, dessen Breite b , Wassertiefe t , sekundliche Wassermenge Q ist, ist ein liches Wehr von der Dammlänge l und Dammhöhe x zu errichten, wodurch eine Stauhöhe y erzielt ist. Man soll eine Gleichung zwischen l , x und y aufstellen.

Auflösung. Erster Fall. Es sei $x < t$. Auf die Strecke $b-l$, wo kein Wehrdamm auf dem Grundbette errichtet ist, hat das Wasser eine Tiefe $t+y$. Für die Tiefe y vom Wasserspiegel bildet das Wasser hier einen vollkommenen Ueberfall und giebt eine Wassermenge $\frac{2}{3} \mu (b-l) y \sqrt{2gy}$; für die übrige Wassertiefe t bis zum Boden haben wir einen Ausfluss unter Wasser mit einer wirksamen Druckhöhe y ; folglich ist die hier ausfliessende Wassermenge $\mu (b-l) t \sqrt{2gy}$. Für die Wassermenge, welche überhaupt an der offenen Wehrstelle abfließt, erhalten wir also: $q = \mu (b-l) (t + \frac{2}{3} y) \sqrt{2gy}$. Für den übrigen Theil der Flussbreite treten die Verhältnisse eines unvollkommenen Wehres von der Breite l ein; wir haben also hier die Wassermenge $\mu l (t-x + \frac{2}{3} y) \times \sqrt{2gy}$. Demnach ist $Q = \mu (bt-lx + \frac{2}{3} by) \sqrt{2gy}$. Da hier die Geschwindigkeit c des an das Wehr herantretenden Wassers ausser Ansatz geblieben ist, so ist diese Gleichung nur brauchbar, wenn lx gegen bt nicht zu gering ist. Setzt man $\frac{c^2}{2g} = k$, so ist die vollständigere Gleichung: $Q = \mu (bt-lx) \sqrt{2g(y+k)} + \frac{2}{3} \mu b \sqrt{2g} \left[(y+k) \sqrt{y+k} - k \sqrt{k} \right]$.

Zweiter Fall. Es sei $x > t$, aber das Wasser fliesse noch über den Damm. Durch die offene Stelle im Wehr fließt wiederum die Wassermenge $q = \mu (b-l) (t + \frac{2}{3} y) \sqrt{2gy}$, der Damm aber verhält sich wie ein vollkommenes Wehr, über ihn fließt also die Wassermenge $\frac{2}{3} \mu l (t+y-x) \sqrt{2g(t+y-x)}$. Daher ist jetzt $Q = \mu (b-l) (t + \frac{2}{3} y) \sqrt{2gy} + \frac{2}{3} \mu l (t+y-x) \sqrt{2g(t+y-x)}$. Auch hier gilt dieselbe Bedingung wie oben. Die vollständigere Gleichung ist $Q = \mu (b-l) t \sqrt{2g(y+k)} + \frac{2}{3} \mu (b-l) \sqrt{2g} \left[(y+k)^{3/2} - k^{3/2} \right] + \frac{2}{3} \mu l \sqrt{2g} \left[(t+y-x+k)^{3/2} - k^{3/2} \right]$.

Dritter Fall. Es sei $x > t$ und es fliesse kein Wasser über den Damm. Jetzt ist $Q = \mu (b-l) (t + \frac{2}{3} y) \sqrt{2gy}$; es muss aber $x > t+y$ sein. Den Werth für y findet man aus der kubischen Gleichung: $y^3 + 3ty^2 + \frac{9}{4}t^2y = \frac{9}{8g} \left[\frac{Q}{\mu(b-l)} \right]^2$. Ist l gegen b nur gering, so müsste die vollständige Gleichung $Q = \mu (b-l) t \sqrt{2g(y+k)} + \frac{2}{3} \mu (b-l) \sqrt{2g} \left[(y+k)^{3/2} - k^{3/2} \right]$ angewendet werden; hieraus findet man y ebenfalls mittelst einer kubischen Gleichung.

Anmerkung. Die Stauung des Wasserspiegels, die von Brückenpfeilern oder Bühnen hervorgebracht wird, kann nach der allgemeineren Gleichung des dritten Falls der vorigen Aufgabe berechnet werden.

3) Haben t , Q , y wieder die Bedeutung des vorigen Abschnitts, bezeichnet x die Höhe der Schwelle über der Grundsohle des Flusses, b' die Gesamtbreite aller Schützenöffnungen, a die Höhe derselben, so ist 1) wenn $x+a < t$ ist d. h. wenn das Unterwasser höher steht als

der obere Rand der Schützenöffnung: $Q = \mu a b' \sqrt{2gy}$; 2) wenn $x + a > t > x$ ist, d. h. wenn die Schützenöffnung nur zum Theil aus dem Unterwasser hervorragt: $Q = \mu (t - x) b' \sqrt{2gy} + \mu (a + x - t) b' \sqrt{2g(y - \frac{a+x-t}{2})}$; 3) wenn $x > t$ ist, d. h. wenn die Schützenöffnung ganz über dem Unterwasser liegt: $Q = \mu a b' \sqrt{2g(y - \frac{a}{2})}$.

Statt der genaueren Formel zur Bestimmung der durch eine rectanguläre Oeffnung in freie Luft ausfliessenden Wassermenge ist hier die mittlere Druckhöhe als die für die ganze freiliegende Ausflussöffnung geltende in Rechnung gebracht.

Aufgabe 126. Ein Fluss habe 40' Breite und beim Kleinwasser 4' Tiefe mit einer sekundlichen Wassermenge von 400 KF. Wasser. Beim Hochwasser steigt der Wasserspiegel um 3'. Durch einen Wehrbau soll der Wasserspiegel des Kleinwassers um 3' höher gelegt werden, um in der Sekunde 300 KF. Wasser durch einen Kanal abzuführen. Das Wehr soll zum Theil ein Ueberfallwehr, zum Theil ein Schleusenwehr sein; der Fachbaum (Wehrschwelle) des letzteren liege in gleicher Höhe mit dem Wasserspiegel des Unterwassers beim Hochwasser und habe eine solche Breite, dass, wenn beim Hochwasser alle Schützen geöffnet sind, der Wasserspiegel nur 1' höher als beim Kleinwasser steht. Der Pfeiler zwischen dem Ueberfallwehr und dem Schleusenwehr habe 4' Breite. Welche Dimensionen muss das Wehr haben?

Auflösung 1. Die Geschwindigkeit des Wassers beim Kleinwasser ist

$$v = \frac{400}{4 \cdot 40} = 2,5'; \text{ das relative Gefälle ist also } \frac{h}{l} = \zeta \frac{u}{f} \cdot \frac{v^2}{2g} = 0,008.$$

$$\frac{40 + 2 \cdot 4}{40 \cdot 4} \cdot \frac{2,5^2}{2 \cdot 31,25} = 0,00024. \text{ Die Tiefe des Flusses bei Hochwas-}$$

$$\text{ser ist } 7', \text{ daher ist dann seine Geschwindigkeit } v' = \sqrt{\frac{f}{\zeta u} \cdot 2g \cdot \frac{h}{l}} =$$

$$\sqrt{\frac{40 \cdot 7 \cdot 62,5 \cdot 0,00024}{0,008 (40 + 2 \cdot 7)}} = 3,12'; \text{ die sekundliche Wassermenge bei Hoch-}$$

$$\text{wasser ist demnach } 40 \cdot 7 \cdot 3,12 = 873,6 \text{ KF.}$$

2. Ueber das Wehr gehen demnach beim Kleinwasser $400 - 300 = 100$ KF. und beim Hochwasser $873,6 - 300 = 573,6$ KF. Nimmt man an, dass diese Wassermengen unter dem Wehr mit den Geschwindigkeiten 2,5' und 3,12 bezüglich abfliessen, was nicht ganz genau ist, so ist die Tiefe

$$\text{des Unterwassers beim Kleinwasser } \frac{100}{40 \cdot 2,5} = 1' \text{ und beim Hochwasser}$$

$$\frac{573,6}{40 \cdot 3,12} = 4,6'. \text{ Diese Werthe sind etwas zu klein, da die Geschwin-}$$

digkeiten zu gross genommen sind; man könnte also die Schwelle des Schleusenwehrs 5' hoch legen. Genauere Rechnung: Aus § 324

folgt, wenn man $f v = Q$ setzt: $\frac{h}{l} = \zeta \cdot \frac{u}{f^3} \cdot \frac{Q^2}{2g}$; ist nun b die Breite

und x die Tiefe, so ist $u = b + 2x$, $f = b x$; man hat also zur Be-

stimmung von x die kubische Gleichung: $\frac{h}{l} x^3 = \zeta \cdot \frac{Q^2}{g b^3} x + \zeta \cdot \frac{Q^2}{2g b^2}$.

Setzt man hier die Werthe ein, und nimmt für Q den Werth 573,6, so heisst die Gleichung: $x^3 = 5,5 x + 110$ und die Lösung $x = 5,17'$. Es ist also besser, den Fachbaum des Schleusenwehrs 5,2' hoch zu legen

3. Es sei nun x die Dammhöhe des Ueberfallwehrs und y die Breite desselben. Da beim Kleinwasser der Wasserspiegel $4 + 3 = 7'$ hoch lie-

gen soll, so steht er noch um $7-x$ Fuss höher als die Ueberfallschwelle, und da jetzt das Schleusenwehr ganz geschlossen ist, so folgt: $100 = \frac{2}{3} \mu y (7-x) \sqrt{2g(7-x)}$. Beim Hochwasser soll der Wasserspiegel nur $7+1=8'$ hoch stehen, es geht also jetzt über das Ueberfallwehr das Wasserquantum $\frac{2}{3} \mu y (8-x) \sqrt{2g(8-x)}$. Jetzt ist das Schleusenwehr ganz geöffnet; es hat eine Breite von $40-4-y=36-y$ Fuss, und die Höhe der Schützenöffnung beträgt $8-5,2=2,8'$; die Wassermenge, welche hindurchgeht, ist also $\frac{2}{3} \mu' (36-y) \cdot 2,8 \sqrt{2g \cdot 2,8}$; daher folgt die Gleichung: $573,6 = \frac{2}{3} \mu y (8-x) \sqrt{2g(8-x)} + \frac{2}{3} \mu' (36-y) 2,8 \sqrt{2g \cdot 2,8}$. Setzt man in diesen beiden Gleichungen $\mu = 0,8$, $\mu' = 0,6$, so nehmen sie folgende einfachere Form an: $y(7-x) \sqrt{7-x} = 23,717$; $y(8-x) \sqrt{8-x} - 3,519 = 9,53$. Dividirt man diese beiden Gleichungen durcheinander, so folgt leicht $(8-x) \sqrt{8-x} = 0,4(7-x) \sqrt{7-x} = 3,51$. Die Auflösung dieser Gleichung giebt $x = 5,32'$; ferner ist $y = \frac{23,717}{(7-x) \sqrt{7-x}} = 10,89'$. Die Breite des Schleusenwehres ist nun $36 - 10,89 = 25,11'$, und der Fachbaum desselben liegt um $5,32 - 5,2 = 0,12'$ tiefer als die Ueberfallschwelle des Ueberfallwehres.*)

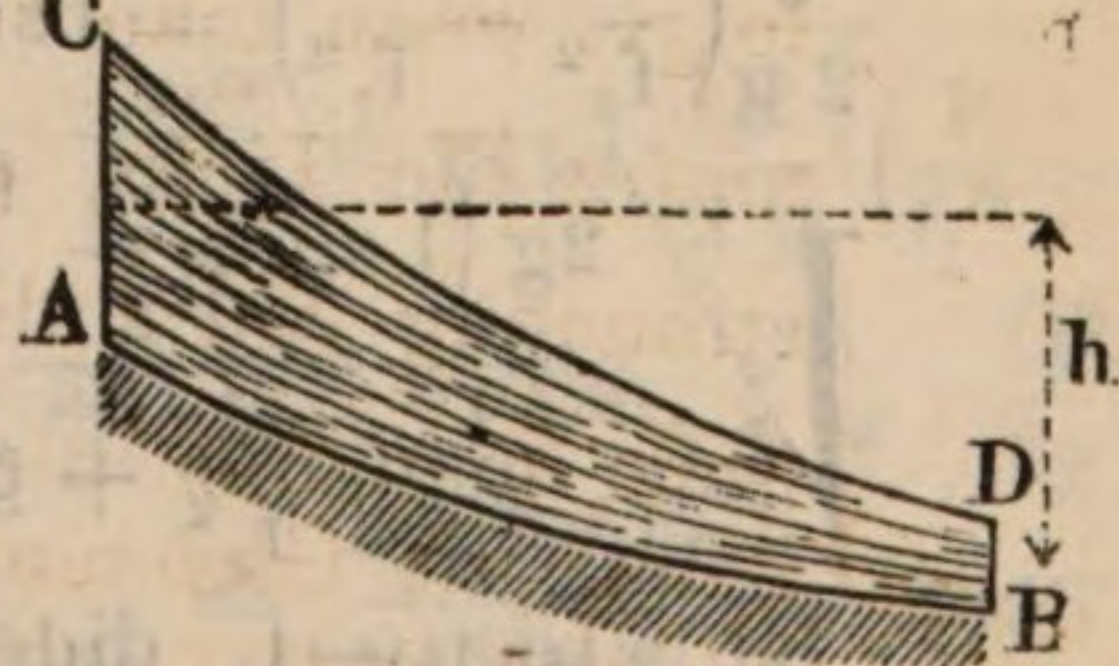
4) Gewöhnlich wird oberhalb eines Wehres ein Kanal abgezweigt, der dann ein gewisses Wasserquantum Q in der Regel einer Maschinenanlage zuführt. Da der Kanal gewöhnlich nur ein geringes Gefälle hat, so ist es nöthig, den Wasserspiegel am Kopf des Kanals um eine gewisse Höhe (x) tiefer zu legen, als der Wasserspiegel im Flusse liegt, um das Wasser zu nöthigen, in den Kanal einzutreten. Ist b die Breite des Kanals, t seine Tiefe, so haben wir am Kopf des Kanals einen freien Ueberfall von der Höhe x und einen Ausfluss unter Wasser von der Höhe $t-x$; der erste giebt der Wassermenge $\frac{2}{3} \mu b x \sqrt{2gx}$, der zweite $\mu b (t-x) \sqrt{2gx}$. Demnach ist $Q = \mu b (t - \frac{1}{3}x) \sqrt{2gx}$. Vernachlässigt man $\frac{1}{3}x$ gegen t , so folgt $x = \frac{1}{2g} \left(\frac{Q}{\mu b t} \right)^2$.

Hierbei ist angenommen, dass das Wasser im Flusse keine merkliche Geschwindigkeit habe. Fließt aber das Flusswasser mit der Geschwindigkeit c am Kopfe des Kanals vorbei, so ist der hydraulische Druck um $\frac{c^2}{2g}$ kleiner als der hydrostatische, und es muss in obiger Formel unter dem Wurzelzeichen $x - \frac{c^2}{2g}$ für x gesetzt werden. Es ist dann $x = \frac{1}{2g} \left[\left(\frac{Q}{\mu b t} \right)^2 + c^2 \right]$.

§ 337. Stauweite. Ungleichförmige Bewegung des Wassers.

Fig. 318.

1) Es sei AB (Fig. 318) ein Theil eines Flussbettes von der Länge l , auf welchem sich das Wasser mit ungleichförmiger Bewegung bewegt; die mittlere Geschwindigkeit des Wassers bei A sei v_1 , bei B aber v_2 , der Vertikalabstand



*) Vgl. über diese Aufgabe: Rühlmann's Hydromechanik S. 356 und Redtenbacher's Theorie und Bau der Wasserräder S. 218.

der mittleren Wassertiefen bei A und B sei h . Fände das Wasser bei seiner Bewegung von A nach B keine Hindernisse, so müsste die Gleichung $\frac{v_2^2}{2g} - \frac{v_1^2}{2g} = h$ bestehen, welche Gestalt und Neigung auch die Linie AB hätte, und wie sehr auch der Querschnitt des Flusses sich auf dieser Strecke änderte. Durch die Bewegungshindernisse wird aber die wirksame Fallhöhe h vermindert. Ist nun das Flussbett zwischen A und B so gestaltet, dass man diese Bewegungshindernisse nahezu gleichsetzen darf denen, die bei einer Flussstrecke von gleicher Länge, bei einem mittleren Querschnitt f , einem mittleren Wasserperimeter u und einer mittleren Geschwindigkeit v vorkommen, so würde die Verminderung der Fallhöhe $\zeta \frac{u l}{f} \cdot \frac{v^2}{2g}$ betragen. Die Bewegungsgleichung ist demnach

$$\frac{v_2^2}{2g} - \frac{v_1^2}{2g} = h - \zeta \cdot \frac{u l}{f} \cdot \frac{v^2}{2g}.$$

Ist die Bewegung gleichförmig, also $v_1 = v_2$, so geht unsere Gleichung gleich in die im § 334 über. Je nachdem die Differenz auf der rechten Seite positiv oder negativ ist, ist die Bewegung des Wassers eine beschleunigte oder verzögerte. Unsere Gleichung lässt verschiedene Umformungen zu:

- a) Nimmt man für l nur eine kleine Länge, so sind alle eintretenden Veränderungen gering, man kann dann $v_2 = v_1 + w$ setzen und w als eine kleine Grösse behandeln, d. h. man kann ihr Quadrat vernachlässigen. Zugleich kann man von der auf dieser Strecke eintretenden Veränderung der Wassertiefe absehen und $h = l \sin \alpha$ setzen, wenn α der Neigungswinkel des Grundbettes ist; ferner kann man u, f, v auf den Zustand der Bewegung in A beziehen. Jetzt geht unsere Gleichung

$$\text{über in: } w = \left[\sin \alpha - \zeta \frac{u}{f} \frac{v^2}{2g} \right] \frac{l g}{v}, \text{ oder } l = \frac{v w}{g \left(\sin \alpha - \zeta \frac{u}{f} \cdot \frac{v^2}{2g} \right)}.$$

Mittelst dieser Gleichungen kann man die ungleichförmige Bewegung des Wassers in einem Flusse von Strecke zu Strecke berechnen, wenn man nur auf die fortwährende Aenderung der einzelnen Werthe achtet.

- b) Ist f_1 die Querschnittsfläche des Wassers bei A, f_2 die bei B, Q die sekundliche Wassermenge, so ist $v_1 = \frac{Q}{f_1}$, $v_2 = \frac{Q}{f_2}$, also $\frac{v_2^2}{2g} - \frac{v_1^2}{2g} = \frac{Q^2}{2g} \left(\frac{1}{f_2^2} - \frac{1}{f_1^2} \right)$; ferner ist $\frac{v^2}{2g} = \frac{Q^2}{2f^2g}$. Bezeichnet nun α den constanten Neigungswinkel des Grundbettes, t_1 die Wassertiefe bei A, t_2 die bei B, so ist $h = l \sin \alpha + \frac{t_1 - t_2}{2}$. Die Gleichung heisst jetzt:

$$\frac{Q^2}{2g} \left(\frac{1}{f_2^2} - \frac{1}{f_1^2} \right) = l \sin \alpha + \frac{t_1 - t_2}{2} - \zeta \frac{l u}{f^3} \cdot \frac{Q^2}{2g}. \text{ Hieraus folgt: } Q = \sqrt{\frac{2g \left(l \sin \alpha + \frac{t_1 - t_2}{2} \right)}{\frac{1}{f_2^2} - \frac{1}{f_1^2} + \zeta \frac{l u}{f^3}}} \text{ und } l = \frac{\frac{t_2 - t_1}{2} - \frac{Q^2}{2g} \left(\frac{1}{f_1^2} - \frac{1}{f_2^2} \right)}{\sin \alpha - \zeta \frac{u}{f^3} \cdot \frac{Q^2}{2g}}.$$

- c) Ist $x = t_2 - t_1$ die Zunahme der Wassertiefe von A bis B, ist b die constante Flussbreite und behandelt man x wie oben w als eine kleine Grösse, so ist $b t_1 v_1 = b t_2 v_2$, also $t_1 v_1 = t_2 v_2 = (t_1 + x)(v_1 + w)$

$$\begin{aligned}
&= t_1 v_1 + t_1 w + x v_1; \text{ also } w = -\frac{x v_1}{t_2}. \text{ Nun ist } \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} = \frac{2 v_1 w}{2g} \\
&= -\frac{2x}{t_1} \cdot \frac{v_1^2}{2g}, \quad h = l \sin \alpha + \frac{t_1 - t_2}{2} = l \sin \alpha - \frac{x}{2}; \text{ also ist unsere} \\
&\text{Gleichung jetzt, wenn man noch den Unterschied von } v \text{ und } v_1 \text{ fallen} \\
&\text{lässt und } f = b t \text{ setzt: } -\frac{2x}{t} \cdot \frac{v^2}{2g} = l \sin \alpha - \frac{x}{2} - \zeta \frac{u l}{b t} \cdot \frac{v^2}{2g}, \text{ also ist} \\
&x = \frac{l \left(\sin \alpha - \zeta \frac{u}{b t} \cdot \frac{v^2}{2g} \right)}{\frac{1}{2} - \frac{2}{t} \cdot \frac{v^2}{2g}}.
\end{aligned}$$

2) Ist die Stauhöhe bekannt, so kann man mittelst der eben aufgestellten Formeln die Gestalt des Wasserspiegels oberhalb der Staustelle bestimmen und somit auch angeben, in welcher Entfernung von der Staustelle, stromaufwärts genommen, die Erhebung des Wasserspiegels nur noch unmerklich ist. Da aber die aufgestellten Formeln sich nur auf verhältnissmässig kleine Strecken beziehen, so ist man genöthigt, die zu berechnende Flussstrecke in mehrere Theile zu theilen und diese Theile einzeln der Rechnung zu unterwerfen.

Das hier einzuschlagende Verfahren ist in folgender Aufgabe erläutert.

Aufgabe 127. In einem Flusse von 30' Breite, der 300 KF. Wasser führt, hat man durch einen Wehrbau den Wasserspiegel um 3' höher gelegt. Bei gleichmässigem Gefälle betrug vor dem Wehrbau die Wassertiefe 4'. Man soll angeben, wie viel die Hebung des Wasserspiegels 4000' oberhalb des Wehrs beträgt, und an welcher Stelle der Wasserspiegel nur noch um 6" höher liegt als früher.

Auflösung. 1) Vor dem Wehrbau war die Geschwindigkeit des Wassers $\frac{300}{30 \cdot 4} = 2,5$. Nehmen wir nun $\zeta = 0,008$, so ist nach § 334:

$$\sin \alpha = \frac{h}{l} = 0,008 \cdot \frac{30 + 2 \cdot 4}{30 \cdot 4} \cdot \frac{2,5^2}{62,5} = 0,0002533. —$$

2) Am Wehr ist die Wassertiefe $4 + 3 = 7'$, also die Geschwindigkeit $\frac{300}{30 \cdot 7} = 1,43'$. Denken wir eine Stelle oberhalb des Wehres, in welcher die Tiefe nur 6' beträgt, so ist hier die Geschwindigkeit $\frac{300}{30 \cdot 6} =$

1,67', die mittlere Geschwindigkeit der Strecke zwischen diesen Stellen ist also 1,55' und dieser entspricht der Werth $\zeta = 0,0083$ (§ 334). Die Länge dieser Strecke finden wir nach der Formel (b) $l =$

$$\frac{\frac{t_2 - t_1}{2} - \frac{Q^2}{2g} \left(\frac{1}{f_1^2} - \frac{1}{f_2^2} \right)}{\sin \alpha - \zeta \cdot \frac{u}{f^3} \cdot \frac{Q^2}{2g}}. \text{ Hier ist } t_2 - t_1 = 7 - 6 = 1', \quad \frac{1}{f_1^2} - \frac{1}{f_2^2} =$$

$$\frac{1}{(30 \cdot 6)^2} - \frac{1}{(30 \cdot 7)^2} = 0,000008188; \quad \frac{Q^2}{2g} = \frac{300^2}{62,5} = 1440, \quad \frac{Q^2}{2g} \left(\frac{1}{f_1^2} - \frac{1}{f_2^2} \right) = 0,011791; \quad u = 30 + 2 \cdot 6\frac{1}{2} = 43, \quad f = 30 \cdot 6\frac{1}{2} = 195, \quad \zeta \frac{u}{f^3} \cdot \frac{Q^2}{2g} =$$

$$0,0000693; \text{ folglich } l = \frac{0,5 - 0,011791}{0,0002533 - 0,0000693} = \frac{0,488209}{0,000184} = 2653'.$$

Legen wir die zweite Strecke von der Länge l' bis dahin, wo die Wassertiefe 5' beträgt, so ist die Geschwindigkeit, die dieser Tiefe

spricht $\frac{300}{30 \cdot 5} = 2'$, die mittlere Geschwindigkeit dieser Strecke ist also $1,84'$ und der entsprechende Werth von ζ ist jetzt $0,00817$. Nun ist $t_2 - t_1 = 6 - 5 = 1'$, $\frac{Q^2}{2g} \left(\frac{1}{f_1^2} - \frac{1}{f_2^2} \right) = 1440 \cdot \left(\frac{1}{150^2} - \frac{1}{180^2} \right) = 0,019556$; $u = 30 + 2 \cdot 5^{1/2} = 41$, $f = 30 \cdot 5^{1/2} = 165$; $\zeta \frac{u}{f^3} \cdot \frac{Q^2}{2g} = 0,0001074$; folglich $l' = \frac{0,5 - 0,019556}{0,0002533 - 0,0001074} = \frac{0,480444}{0,0001459} = 3293'$.

3) Die Stelle, an welcher der Fluss $5'$ Tiefe hat, liegt also nun $2653 + 3293 = 5946'$ oberhalb des Wehrs. Nimmt man nun an, die Wassertiefe nehme auf der zweiten Strecke gleichmässig ab, so findet man die Wassertiefe x bei $4000'$ Entfernung vom Wehr durch die Proportion $1 : 6 - x = 3293' : 4000 - 2653'$, oder $x = 5,591'$. Die Hebung beträgt also noch $1,591'$.

4) Wir gehen nun von der Stelle mit $5'$ Wassertiefe stromaufwärts bis zu $4^{1/2}'$ Tiefe und berechnen die Länge l'' dieser Strecke. Die der letzten Tiefe entsprechende Geschwindigkeit $\frac{300}{30 \cdot 4^{1/2}} = 2,22'$, die mittlere Geschwindigkeit dieser Strecke ist also $2,11$, und der entsprechende Werth von ζ ist $0,00807$. Ferner ist $t_2 - t_1 = 0,5$, $\frac{Q^2}{2g} \left(\frac{1}{f_1^2} - \frac{1}{f_2^2} \right) = 1440 \left(\frac{1}{135^2} - \frac{1}{150^2} \right) = 0,015022$, $u = 30 + 2 \cdot 4^{3/4} = 39,5$, $f = 30 \cdot 4^{3/4} = 142,5$, $\zeta \frac{u}{f^3} \cdot \frac{Q^2}{2g} = 0,0001586$; folglich $l'' = \frac{0,25 - 0,015022}{0,0002533 - 0,0001586} = 2481'$. Die Stelle, an welcher der Wasserspiegel in Folge der Stauung noch eine Hebung von $6''$ erfahren hat, liegt also nun $5946 + 2481 = 8427'$ oberhalb des Wehrs.

3) Eine Wasserschwelle (eine stehende Welle oder ein Sprung) ist eine plötzliche Erhebung des Wasserspiegels im fließenden Wasser. Sie

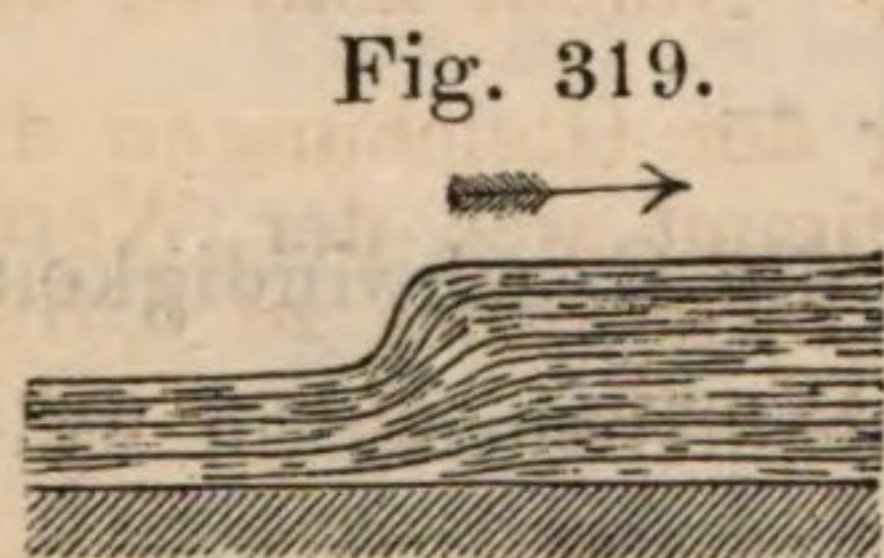


Fig. 319.

kann nur dann eintreten, wenn die Geschwindigkeitshöhe des fließenden Wassers grösser als der vierte Theil der Tiefe ist. Ebenso ist eine plötzliche Senkung des Wasserspiegels möglich. Fig. 319.

Die oben unter 1, b) für l aufgestellte Gleichung zeigt, dass $l = 0$ wird, wenn $\frac{t_2 - t_1}{2} = \frac{Q^2}{2g} \left(\frac{1}{f_1^2} - \frac{1}{f_2^2} \right)$ ist; es kann also plötzlich die Wassertiefe t_1 in die andere t_2 übergehen. Ist b die Flussbreite, so ist $f_1 = b t_1$, $f_2 = b t_2$, $\frac{Q^2}{2g} \left(\frac{1}{f_1^2} - \frac{1}{f_2^2} \right) = \frac{Q^2}{2g f_1^2} \left(1 - \frac{f_1^2}{f_2^2} \right) = \frac{v_1^2}{2g} \left(1 - \frac{t_1^2}{t_2^2} \right)$, und unsere Bedingungsgleichung einer plötzlichen Aenderung der Tiefe ist jetzt: $\frac{t_2 - t_1}{2} = \frac{v_1^2}{2g} \left(\frac{t_2^2 - t_1^2}{t_2^2} \right)$, oder $\frac{1}{2} = \frac{v_1^2}{2g} \frac{t_2 + t_1}{t_2^2}$. Die Auflösung dieser Gleichung nach t_2 giebt: $t_2 = \frac{v_1^2}{2g} + \sqrt{\frac{v_1^2}{2g} \left(\frac{v_1^2}{2g} + 2t_1 \right)}$. Setzt man nun $t_2 > t_1$, so muss $\frac{v_1^2}{2g} > \frac{1}{4}t_1$, setzt man aber $t_2 < t_1$, so ist $\frac{v_1^2}{2g} < \frac{1}{4}t_1$. Hieraus folgt nun: Ist die Geschwindigkeitshöhe des Wassers grösser als ein Viertel der Wasser-

tiefe, so ist eine plötzliche Hebung des Wasserspiegels möglich; ist aber diese Geschwindigkeitshöhe kleiner als ein Viertel der Wassertiefe, so ist eine plötzliche Senkung des Wasserspiegels möglich. Diese plötzlichen Veränderungen werden besonders dann eintreten, wenn die Neigung des Flussbettes eine Aenderung der Geschwindigkeit bedingt.

§ 338. **Vermischte Aufgaben.** 303. Wieviel Wasser liefert eine 400' lange und 4' weite Röhrenleitung bei 60' totaler Druckhöhe in der Minute? Aufl. 64,72 KF. ($v = 12,36$.)

304. Welche Weite muss man dieser Röhrenleitung (303) geben, wenn sie in der Minute 80 KF. liefern soll? Aufl. 4,354 Zoll. (Die erste Annäherung giebt $d = 4,334'$, wenn man $\zeta = 0,02$ nimmt; hieraus folgt $v = 13,01$, also $\zeta = 0,0191$.)

305. Der Wasserstrahl eines Springbrunnens hat an der kreisrunden Ausflussöffnung eine Dicke von 1"; das Wasser wird durch eine 1000' lange und 3" weite Röhrenleitung von einer Stelle herbeigeführt, die um 80' höher liegt. Mit welcher Geschwindigkeit kommt der Strahl aus der Oeffnung? Aufl. 49,05'. (Setzt man zunächst $\zeta = 0,02$, so erhält man $v_1 = 50,07'$, also ist die Geschwindigkeit in der Röhrenleitung 5,56. Nun ist für ζ der genauere Werth 0,0217 zu nehmen.)

306. Wie viel Wasser liefert die Röhrenleitung der 303. Aufgabe, wenn in derselben drei rechtwinklige Kniee vorkommen? Aufl. 60,1 KF. (Setzt man zuerst $\zeta = 0,02$, so folgt $v = 11,5$; nimmt man jetzt $\zeta = 0,0192$, so wird $v = 11,67$.)

307. Von einem Wasserbehälter geht ein 200' langes und 5" weites Rohr ab; am Endpunkte desselben schliessen sich zwei Zweigröhren an, die eine ist 300' lang und 4" weit, die andere 400' lang und 3" weit; für die Ausflussöffnung jener Röhre besteht eine Druckhöhe von 60', für die Ausflussöffnung der zweiten Röhre aber eine von 80'. Wie viel Wasser giebt jede der beiden Röhren in der Minute? Aufl. Die erste Röhre giebt 60,977 KF.; die zweite 31,658 KF. (Setzt man zunächst für alle drei Röhren $\zeta = 0,02$, so erhält man nach § 332 folgende Gleichungen: $x = 11,105 \frac{v^2}{2g}$, $60 - x = 19 \frac{v_1^2}{2g} - \frac{v^2}{2g}$, $80 - x = 33 \frac{v_2^2}{2g} - \frac{v^2}{2g}$, $25v = 16v_1 + 9v_2$. Nimmt man in der ersten Gleichung 11 anstatt 11,105, so giebt die Lösung der Gleichungen die Werthe $v = 11,2$, $v_1 = 11,5$, $v_2 = 10,7$. Hiernach bestimmt sich der Werth für ζ für die ungetheilte Röhre zu 0,0194, für die erste Zweigröhre zu 0,0193 und für die zweite Zweigröhre zu 0,0196. Mit diesen Werthen gehen die 3 ersten Gleichungen jetzt über in: $x = 10,817 \frac{v^2}{2g}$, $60 - x = 18,37 \frac{v_1^2}{2g} - \frac{v^2}{2g}$, $80 - x = 32,36 \frac{v_2^2}{2g} - \frac{v^2}{2g}$. Aus diesen Gleichungen folgt nun $v = 11,321$, $v_1 = 11,646$, $v_2 = 10,746$.)

308. Welche Wassermengen geben die beiden Röhren der vorigen Aufgabe einzeln, wenn je die eine oder die andere geschlossen ist? Aufl. Die erste Röhre giebt, wenn die zweite geschlossen ist, 67,592 KF.; die zweite aber, wenn die erste geschlossen ist, 36,346 KF. (Ist die zweite Zweigröhre geschlossen und man setzt für die Hauptröhre $\zeta = 0,0204$, für die Zweigröhre $\zeta = 0,0192$, so sind die zu lösenden Gleichungen: $x = 11,315 \frac{v^2}{2g}$, $60 - x = 18,28 \frac{v_1^2}{2g} - \frac{v^2}{2g}$, $25v = 16v_1$, man findet $v_1 = 12,909'$. Ist die erste Zweigröhre geschlossen und man nimmt für die Hauptröhre $\zeta = 0,019$, für die Zweigröhre $\zeta = 0,022$, so lauten jetzt die Gleichungen: $x = 12,065 \frac{v^2}{2g}$, $80 - x = 31,4 \frac{v_2^2}{2g} - \frac{v^2}{2g}$, $25v = 9v_2$; man findet $v_2 = 12,34'$. — Wollte man hier-

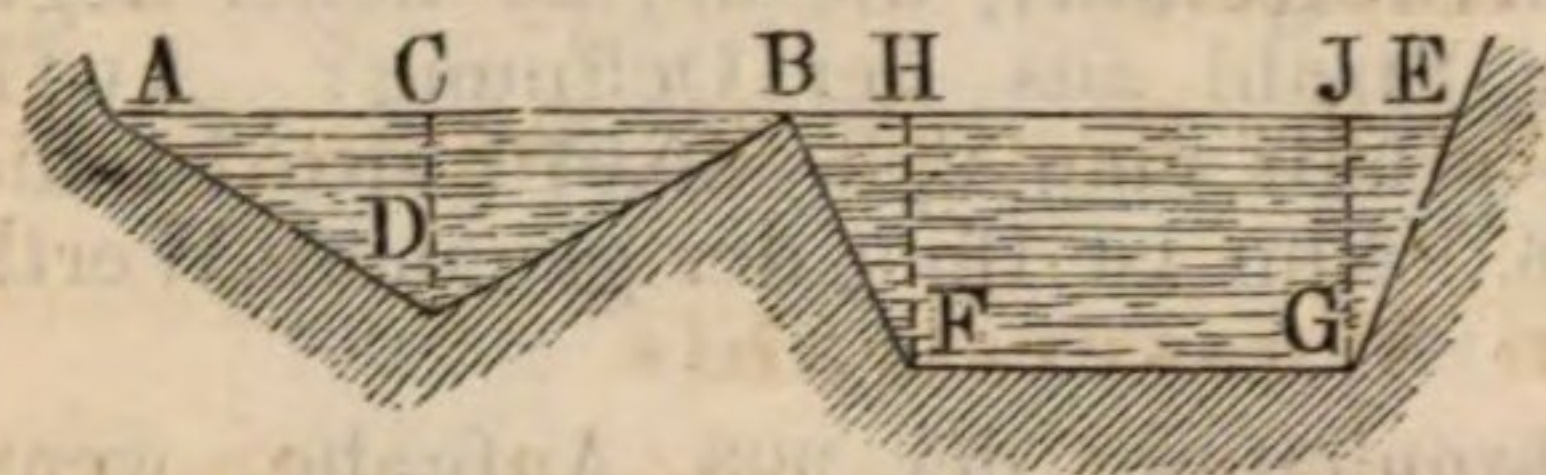
nach die beiden Werthe für ζ in 0,0192 und 0,0226 corrigiren, so würde das Endresultat sich nur wenig ändern.)

309. Ein Kanal soll 40 KF. Wasser mit einer Geschwindigkeit von 1' fortführen. Wie breit muss die Sohle des trapezförmigen Querschnitts genommen werden, wenn die Wassertiefe ein Sechstel von der Breite des Wasserspiegels und das Böschungsverhältniss des Ufers 2:1 sein soll? Welches Gefälle muss der Kanal bei 100' Länge haben? Aufl. Die Sohlbreite ist $b = 6,325'$ ($= 2\sqrt{10}$). Das Gefälle beträgt nun $0,0724' = 0,869''$. ($u = 20,467$, $f = 40$.)

310. Welches Wasserquantum wird ein Kanal liefern, der bei 3000' Länge ein Gefälle von 1,4' hat, am Boden 5', am Wasserspiegel 9' breit ist und 3' Wassertiefe besitzt? Aufl. 52,5 KF.

311. Wie viel Wasser führt ein Fluss, der den in Fig. 320 angegebenen

Fig. 320.



Querschnitt hat, wenn er auf 5000' Länge ein Gefälle von $1\frac{1}{3}'$ hat, und wenn $AB = 24'$, $BH = IE = 8'$, $HI = 20'$, $CD = 5'$, $FH = GI = 6'$ ist. Aufl. 632,16 KF. (Für den Querschnitt ADB ist $\zeta = 0,008$, $v = 2,192$, $Q = 131,52$ KF.; für BFG E ist $\zeta = 0,00788$, $v = 2,98'$, $Q = 500,64$ KF.)

312. Eine Flusskrümmung hat 30' Breite, 6' Tiefe und bei 5000' Länge ein Gefälle von 1'. Durch einen Durchstich wird diese Flussstrecke gerade gelegt und erhält dann eine Länge von 3600'. Wie breit muss der Durchstich genommen werden, wenn die Lage des Wasserspiegels unverändert bleiben soll? Auf die Uferböschung ist nicht Rücksicht zu nehmen. Aufl. 25,83'. (Setzt man $\zeta = 0,008$, so findet man für die Flusskrümmung $v = 2,588'$,

$Q = 465,84$. Da die Geschwindigkeit sich nahezu wie $\sqrt{\frac{h}{l}}$ verhält, so ist die

Geschwindigkeit im Durchstich etwa $2,588 \sqrt{\frac{5000}{3600}}$, also nahezu 3. Setzt man daher für diese Bewegung $\zeta = 0,00787$, und bezeichnet x die gesuchte Breite, so findet man x aus der Gleichung $h = \zeta \frac{l u}{f^3} \cdot \frac{Q^2}{2g} = \zeta \frac{l (x + 12)}{(6x)^3} \cdot \frac{Q^2}{2g}$, oder $x^3 = 455,7x + 5468,5$.)

313. Ein Fluss hat an einer Stelle eine Breite von 30'; man theilt die an der Oberfläche gezogene Breitenlinie in sechs gleiche Theile und misst in den End- und Theilpunkten die Geschwindigkeiten und die Wassertiefen und findet erstere bezüglich zu: 2,7; 2,8; 3,0; 3,1; 3,1; 3,0; 2,8 Fuss und letztere zu: 5,4; 6,8; 7,6; 10; 10,4; 8; 6 Fuss. Wie gross ist die Wassermenge, der Wasserquerschnitt und die mittlere Geschwindigkeit, wenn man zweimal die Simpson'sche Regel anwendet? Aufl. Wassermenge: 667;3705 KF.; Querschnitt: $244\frac{1}{3}$ QF.; mittlere Geschwindigkeit 2,73 F.

314. Welche Werthe erhält man bei der vorigen Aufgabe, wenn man sich die ganze Querschnittsfläche durch die von den Theilpunkten aus gezogenen Vertikalen in trapezförmigen Flächen getheilt denkt und die mittlere Geschwindigkeit in jeder Theilfläche gleich dem arithmetischen Mittel der mittleren Geschwindigkeiten der beiden zugehörigen Vertikalen setzt? Aufl. Wassermenge: 659,454 KF.; Querschnitt: 242,5 QF.; mittlere Geschwindigkeit: 2,72 F.

315. Ein Fluss von 30' Breite habe im Stromstriche die Geschwindigkeit 3', an den Ufern aber die Geschwindigkeit 2,6'; um wieviel steht der Wasserspiegel im Stromstriche höher als an den Ufern und wie gross ist der Krümmungsradius für die Krümmung des Wasserspiegels im Querschnitte? Aufl. $0,03584' = 0,43''$. Radius: 6278'.

316. Um wie viel steht in einer Flusskrümmung von 30' Breite, wenn im Stromstriche eine Geschwindigkeit von 3' und ein Krümmungshalbmesser von

50' stattfindet, das Wasser am äusseren Ufer höher als am inneren? Aufl. Um $0,1728' = 2,0736''$.

317. Wenn in dem Flusse, dessen Verhältnisse in der 313. Aufgabe angegeben sind, ein Ueberfallwehr gebaut wird, dessen Ueberfallschwelle im alten Wasserspiegel liegt; um wieviel wird dadurch der Wasserspiegel gestaut? $\mu = 0,80$. Aufl. Um $3,03067'$, wenn auf die Geschwindigkeit des Wassers vor dem Wehr nicht Rücksicht genommen wird; genauer aber nur um $2,9734'$.

318. Der in der vorstehenden Aufgabe angenommene Fluss soll durch ein liches Wehr, das über den Wasserspiegel hervorragt, um $2'$ gestaut werden. Wie gross ist die gesammte Dammlänge zu machen, wenn die Wassertiefe in der lichten Wehröffnung $9'$ im ungestauten Wasser beträgt? $\mu = 0,62$. Aufl. $20,8912'$.

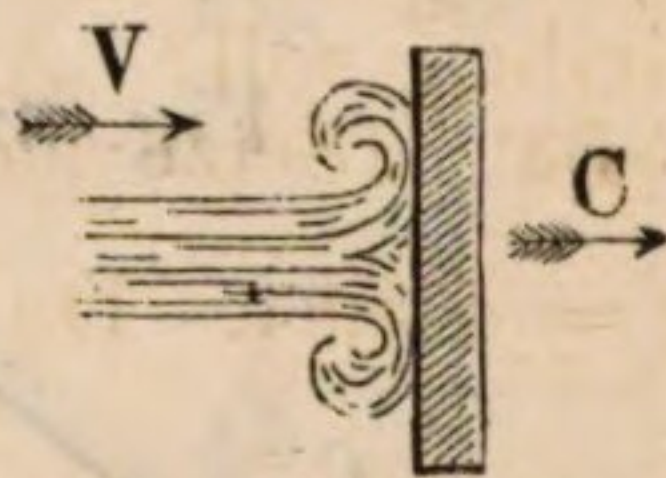
Neunzehntes Kapitel.

Von dem Stoss, dem Widerstande und der Reaction des Wassers.

§ 339. Stoss eines isolirten Wasserstrahls.

1) Stösst ein isolirter Wasserstrahl senkrecht gegen eine ebene Fläche, die sich in der Stossrichtung bewegt, so ist die Wirkung des Stosses ein hydraulischer Druck (P), der gleich dem Gewichte einer Wassersäule ist, welche den Querschnitt (f) des Wasserstrahls zur Grundfläche und die doppelte, zur Geschwindigkeitsdifferenz ($v - c$) gehörige Druckhöhe zur Höhe hat. $P = 2 \gamma f \cdot \frac{(v - c)^2}{2g}$; hier ist v die Geschwindigkeit des stossenden Wassers und c die in gleicher Richtung genommene Geschwindigkeit der gestossenen Fläche.

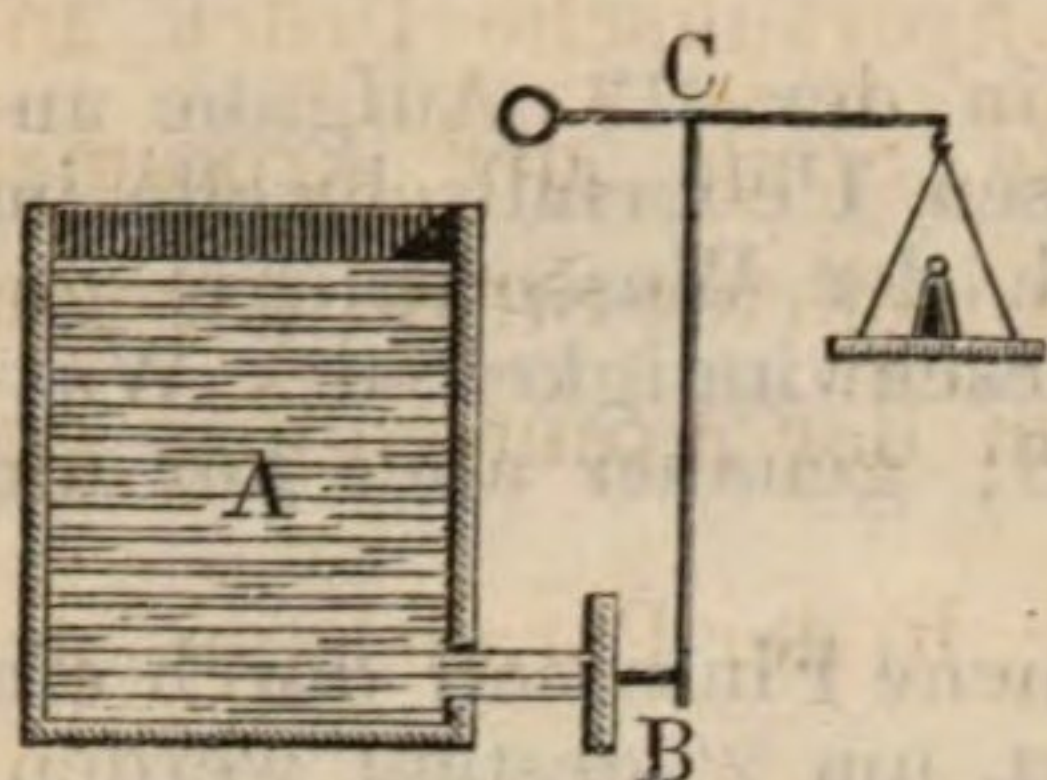
Fig. 321.



Wir behandeln diesen Wasserstoss wie einen Stoss eines unelastischen Körpers; wir können demnach die lebendige Kraft eines gewissen Wasserquantums vor dem Stoss gleich setzen der lebendigen Kraft desselben Quantums nach dem Stoss, vermehrt um den Verlust an lebendiger Kraft bei dem Stosse und die an die gestossene Fläche übertragene Arbeit. Ist q das Wassergewicht, das in einer Sekunde zum Stoss kommt, so ist $q \frac{v^2}{2g}$ seine lebendige Kraft vor dem Stosse, $q \frac{c^2}{2g}$ die nach dem Stosse; der bei dem Stosse eingetretene Verlust an lebendiger Kraft ist nach Carnot's Gesetz (§ 291) $q \frac{(v - c)^2}{2g}$, die an die Fläche übertragene Arbeit ist Pc . Es ist demnach: $q \frac{v^2}{2g} = q \frac{c^2}{2g} + q \frac{(v - c)^2}{2g} + Pc$, also: $Pc = 2g \cdot \frac{c(v - c)}{2g}$; nun ist $q = \gamma f (v - c)$, also ist $P = 2 \gamma f \frac{(v - c)^2}{2g}$. Hierbei ist angenommen, dass der Wasserstoss keine Bewegungsänderung in der gestossenen Fläche hervorbringt, sondern dass der erzeugte Druck zur Verrichtung einer Arbeit verwendet wird.

Besondere Fälle: 1) Ruht die gestossene Fläche, so ist $c = 0$, $P = 2 \gamma f \cdot \frac{v^2}{2g} = 2 \gamma f h$, wenn h die Druckhöhe des strömenden Wassers

Fig. 322.



ist. Der hydraulische Druck eines Wasserstrahls, der aus einem Gefässe A (Fig. 322) ausströmt und senkrecht eine ebene Platte B trifft, ist also gleich dem Gewichte einer Wassersäule, die den Querschnitt des Strahls zur Grundfläche und die doppelte Druckhöhe des Wassers zur Höhe hat. Durch eine in der Figur angedeutete Hebelvorrichtung, die sich um C dreht, kann der Druck gemessen werden. Angestellte Versuche haben den Satz hinreichend bestätigt. — 2) Geht die gestossene Fläche mit der Geschwindigkeit c dem Strahl entgegen,

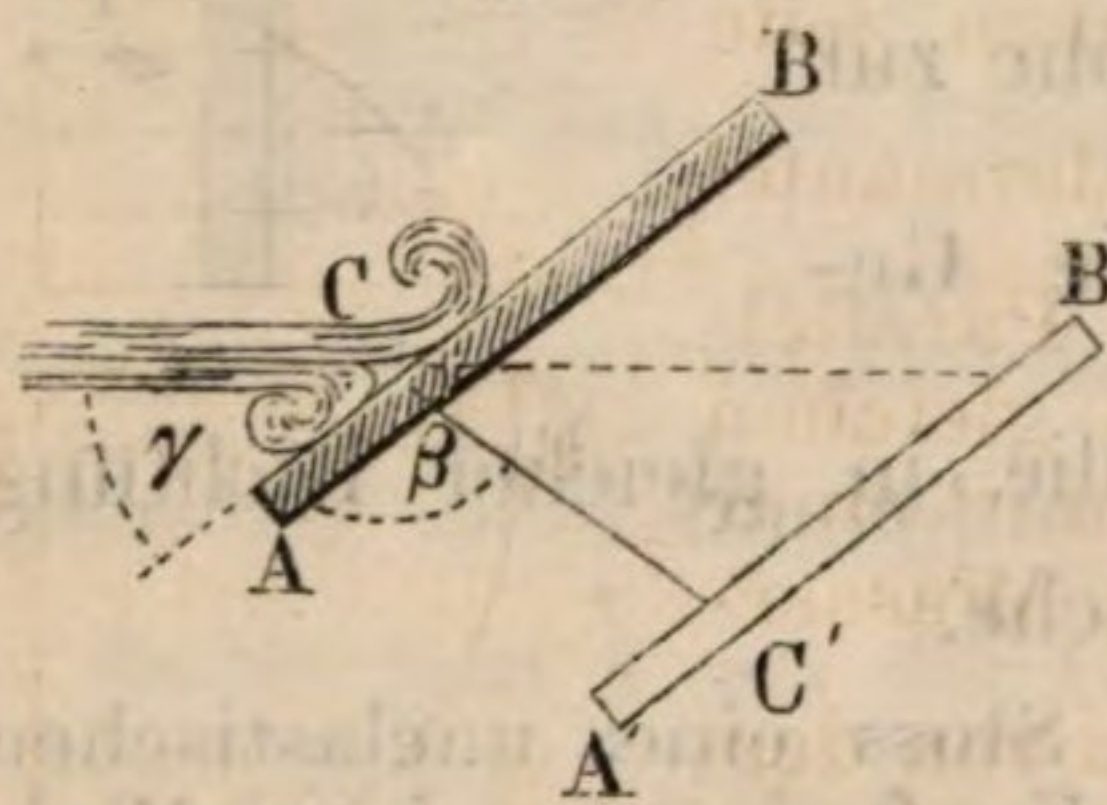
so ist $P = 2 \gamma f \frac{(v + c)^2}{2g}$.

2) Trifft der isolirte Wasserstrahl die ebene Fläche unter dem Winkel α und weicht diese Fläche dem Stosse mit der Geschwindigkeit c und in einer Richtung aus, welche mit der Ebene den Winkel β bildet, so erleidet die Fläche den Normaldruck $N = 2 \gamma f \cdot \frac{(v \sin \alpha - c \sin \beta)^2}{2g \sin \alpha}$.

Dieser Normaldruck lässt sich in zwei Seitenkräfte zerlegen: in den Paralleldruck $P = N \sin \alpha$, in der Richtung der Wasserbewegung, und in den Seitendruck $S = N \cos \alpha$, senkrecht zu dieser Richtung.

Die beiden Geschwindigkeiten v und c lassen sich in Seitengeschwindigkeiten zerlegen, nämlich in $v \sin \alpha$, $c \sin \beta$ senkrecht zur gestossenen Ebene und in $v \cos \alpha$, $c \cos \beta$ parallel mit dieser Ebene. Die Geschwindigkeiten $v \sin \alpha$ und $c \sin \beta$ kommen nur beim Stoss in Betracht. Ist nun q die in der Sekunde zum Stoss kommende Wassermasse und N der entstehende Normaldruck, so hat man nur in die Formeln für den senkrechten Wasserstoss einzusetzen: N für P , $c \sin \beta$ für c und $v \sin \alpha$ für v .

Fig. 323.



Hieraus folgt $N \cos \beta = 2q \cdot \frac{c \sin \beta (v \sin \alpha - c \sin \beta)}{2g}$

und $N = 2q \cdot \frac{v \sin \alpha - c \sin \beta}{2g}$. Da in der Richtung des Wasserstrahls die von ihm getroffene Stelle mit der Geschwindigkeit $\frac{c \sin \beta}{\sin \alpha}$ ausweicht, so kommt in der Sekunde nur ein Wasserstrahl von der Länge $v - \frac{c \sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{v \sin \alpha - c \sin \beta}{\sin \alpha}$ zum Stoss, und es ist dann $q = \gamma f \frac{(v \sin \alpha - c \sin \beta)}{\sin \alpha}$. Daher ist $N = 2 \gamma f \cdot \frac{(v \sin \alpha - c \sin \beta)^2}{2g \sin \alpha}$.

Besondere Fälle. 1) Ruht die gestossene Fläche, so ist $c = 0$; dann ist $N = 2 \gamma f \frac{v^2 \sin \alpha}{2g}$, $P = 2 \gamma f \cdot \frac{v^2}{2g} \sin \alpha^2$, $S = 2 \gamma f \frac{v^2}{2g} \sin \alpha \cos \alpha$.

2) Bewegt sich die gestossene Fläche parallel mit dem Wasser, so ist $\alpha + \beta = 180^\circ$; dann ist $N = 2 \gamma f \cdot \frac{(v - c)^2}{2g} \sin \alpha$, $P = 2 \gamma f \frac{(v - c)^2}{2g} \sin \alpha^2$, $S = 2 \gamma f \frac{(v^2 - c^2)}{2g} \sin \alpha \cos \alpha$. Bewegt sich die gestossene Fläche rechtwinklig zur Richtung des Wassers, so ist $\alpha + \beta = 90^\circ$; dann ist $N = 2 \gamma f \cdot \frac{(v \sin \alpha - c \cos \alpha)^2}{2g \sin \alpha} = 2 \gamma f \frac{(v - c \cot \alpha)^2}{2g} \sin \alpha$; $P = 2 \gamma f \frac{(v \sin \alpha - c \cos \alpha)^2}{2g}$, $S = 2 \gamma f \frac{(v \sin \alpha - c \cos \alpha)^2}{2g} \cos \alpha$.

3) Auch für einige krumme Flächen, welche von einer strömenden Wassermasse gestossen werden, kann hier der hydraulische Druck angegeben werden, wenn angenommen wird, jede Stelle der krummen Fläche erleide eine solche Einwirkung, als ob ein isolirter Strahl dagegen wirke. Es ist a) der Parallelstoss des Wassers in der Axenrichtung gegen einen Kegelmantel $P = 2 \gamma r^2 \pi \cdot \frac{v^2}{2g} \cdot \sin^2 \alpha$; b) der Parallelstoss des

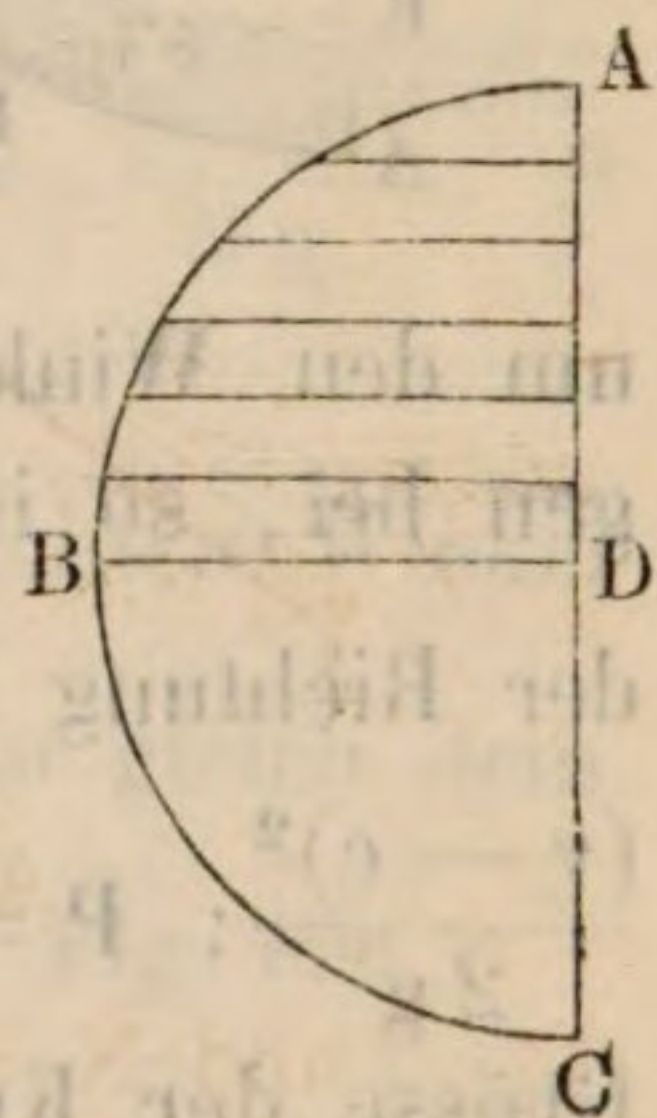
Wassers gegen einen Cylindermantel, senkrecht zur Axe, $P = \frac{4}{3} \gamma d h \frac{v^2}{2g}$;

c) der Parallelstoss gegen eine Kugel $P = \gamma r^2 \pi \frac{v^2}{2g}$. Hier bezeichnet r den entsprechenden Radius, d den Cylinderdurchmesser, h seine Höhe, α den Axenwinkel des Kegels. Der Druck gegen den Cylinder ist also nur das $\frac{2}{3}$ fache von dem gegen einen Axenschnitt, und der gegen die Kugelfläche nur die Hälfte von dem gegen die Ebene eines grössten Kreises.

a) Der Querschnitt der stossenden Wassermenge beim Kegel ist $r^2 \pi$, die Neigung des Stosses ist überall constant und gleich α — b) Es sei

ABC (Fig. 324) ein Querschnitt des vom Wasser getroffenen halben Cylindermantels; man theile den Quadrantenbogen BA in eine grosse Zahl (n) solcher Theile, die nach AD gleiche Projectionen haben, jede solche Projection ist $\frac{r}{n}$. Auf dem Cylindermantel entsprechen dieser Theilung eine Reihe von Parallelstreifen verschiedener Breite, die aber von gleichen Wassermassen getroffen werden; der Querschnitt einer solchen, einen einzelnen Streifen treffenden Wassermasse ist $\frac{r h}{n}$. Die einzelnen Streifen werden von dem Wasser unter Winkeln getroffen, deren Cosinusse in der Reihenfolge von B nach A sind: $\frac{1}{n}, \frac{2}{n}, \frac{3}{n} \dots$,

Fig. 324.



deren Sinusse also sind: $\sqrt{1 - \frac{1}{n^2}}, \sqrt{1 - \frac{4}{n^2}}, \sqrt{1 - \frac{9}{n^2}}, \dots$ Mit

den Quadraten dieser Sinusse sind aber die einzelnen hydraulischen Drucke proportional; diese sind daher $2 \gamma \cdot \frac{r h}{n} \cdot \frac{v^2}{2g} \left(1 - \frac{1}{n^2}\right); 2 \gamma \cdot \frac{r h}{n} \cdot \frac{v^2}{2g} \left(1 - \frac{4}{n^2}\right); 2 \gamma \cdot \frac{r h}{n} \cdot \frac{v^2}{2g} \left(1 - \frac{9}{n^2}\right);$ u. s. f. Die dem Quadrantenbogen AB

entsprechende Cylinderfläche erleidet also den Paralleldruck $2 \gamma \cdot \frac{r h}{n} \cdot \frac{v^2}{2g} \left[n - \frac{1}{n^2} (1 + 4 + 9 + \dots) \right] = 2 \gamma \cdot \frac{r h}{n} \cdot \frac{v^2}{2g} (n - \frac{1}{3} n) = \frac{4}{3} \gamma r h \frac{v^2}{2g}$; daher ist für die ganze vom Wasser getroffene Halbcylinderfläche

$P = \frac{4}{3} \gamma d h \cdot \frac{v^2}{2g}$. — c) Man denke sich die dem Wasserstoss ausgesetzte Halbkugelfläche durch Ebenen senkrecht zur Bewegungsrichtung in n gleichhohe Zonen getheilt, so ist die Oberfläche jeder Zone

gleich $\frac{2 r^2 \pi}{n}$. Hat die mte Zone vom Halbkugelrande den Winkelabstand φ , so wird sie auch unter diesem Winkel vom Wasser getroffen, und der Querschnitt der sie treffenden Wassermasse ist $\frac{2 r^2 \pi}{n} \sin \varphi$, also der sie treffende Parallelstoss $2 \gamma \cdot \frac{2 r^2 \pi}{n} \cdot \frac{v^2}{2 g} \sin \varphi^3 = 2 \gamma \cdot \frac{2 r^2 \pi}{n} \cdot \frac{v^2}{2 g} \cdot \frac{m^3}{n^3}$. Für die ganze Halbkugelfläche ist also $P = 4 \gamma \cdot \frac{r^2 \pi}{n^4} \cdot \frac{v^2}{2 g} \Sigma (m^3) = \gamma \cdot r^2 \pi \cdot \frac{v^2}{2 g}$; denn $\Sigma (m^3) = \frac{n^4}{4}$. (Vgl. § 160, Anm.)

§ 340. Hydraulischer Druck eines abgelenkten Wasserstrahls.

1) Trifft ein Wasserstrahl eine concave Fläche AB (Fig. 325) tangierend, so findet kein eigentlicher Wasserstoss, sondern eine Ablenkung

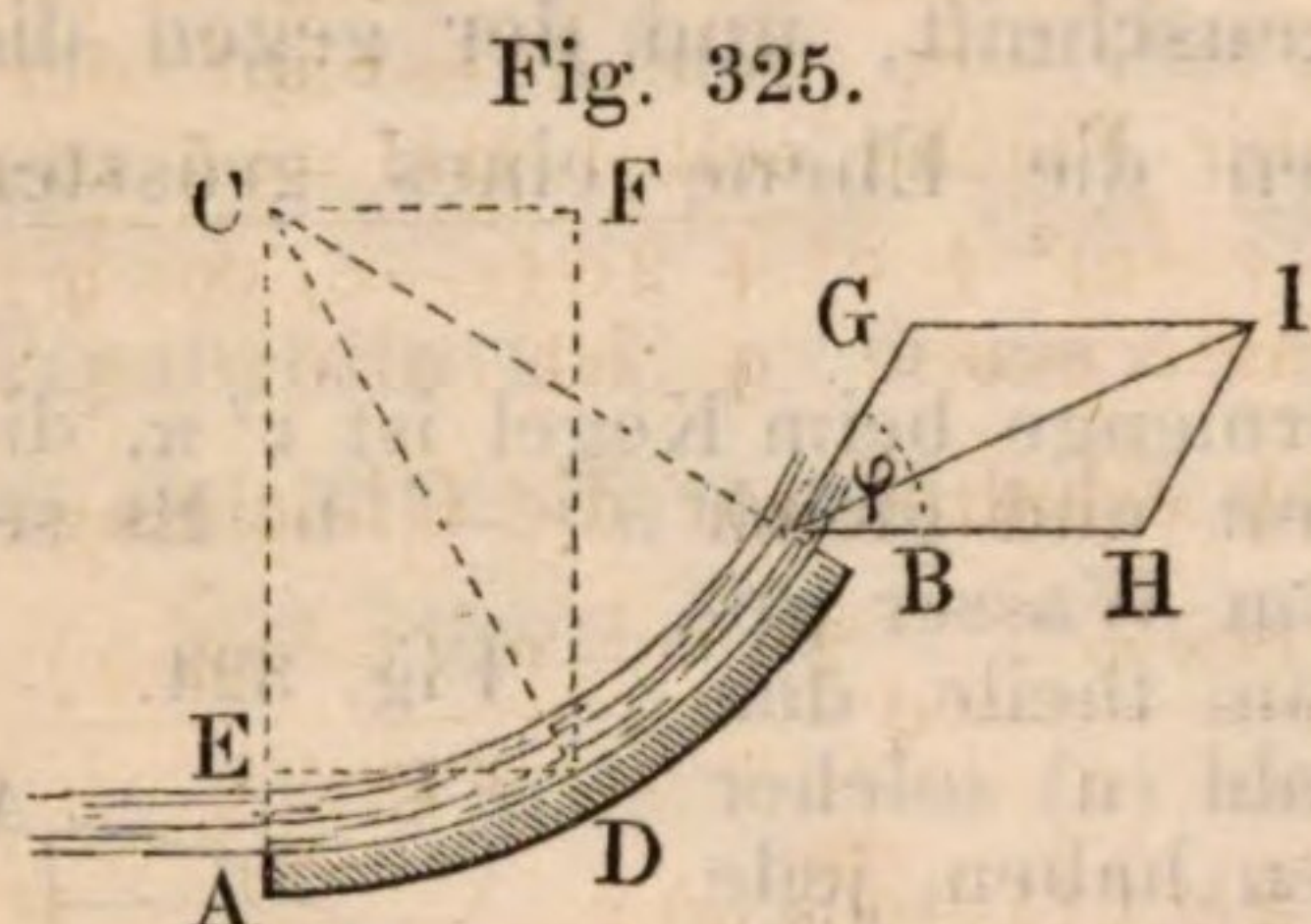


Fig. 325.

des Wasserstrahls statt; die Centrifugalität der im gekrümmten Theile des Wasserstrahls befindlichen Wassertheile ruft nun einen hydraulischen Druck (Normaldruck, N) hervor, den wir nach der Richtung des ankommenden Wassers in einen Paralleldruck (P) und einen Seitendruck (S) zerlegen können. Wird der Wasserstrahl

um den Winkel φ abgelenkt und behalten wir die früheren Bezeichnungen bei, so ist, wenn die krumme Fläche mit der Geschwindigkeit c in der Richtung des ankommenden Wassers ausweicht: $N = 4 \gamma f \sin \frac{\varphi}{2} \frac{(v - c)^2}{2 g}$; $P = 2 \gamma f (1 - \cos \varphi) \frac{(v - c)^2}{2 g}$; $S = 2 \gamma f \sin \varphi \frac{(v - c)^2}{2 g}$. Die Grösse der Krümmungsradien ist ohne Einfluss.

Erste Ableitung. Wir nehmen zuerst an, die krumme Fläche AB (Fig. 325) ruhe und sei nach einem Kreisbogen zum Radius $CA = r$ gekrümmt; dann übt jedes kleine Wassertheilchen vom Gewicht p gegen die Fläche in der Richtung des Radius einen Centrifugaldruck $p \cdot \frac{v^2}{r g}$ (§ 260) aus, die Mittelkraft aller dieser Drucke liegt in der Winkelhalbirenden CD des Winkels $ACB = \varphi$ und ist gleich dem Drucke, den eine ebene Fläche von der Sehnenlänge $AB = 2 r \sin \frac{\varphi}{2}$ erleiden würde, wenn jedes Wassertheilchen den gleichen Druck $p \cdot \frac{v^2}{r g}$ ausübte. Ein Wasserstrahl von dieser Länge hätte aber das Gewicht $\gamma f \cdot 2 r \sin \frac{\varphi}{2}$, folglich ist $N = \gamma f \cdot 2 r \sin \frac{\varphi}{2} \cdot \frac{v^2}{r g} = 4 \gamma f \sin \frac{\varphi}{2} \cdot \frac{v^2}{2 g}$. Zerlegt man nun den Normaldruck $N = CD$ in die beiden senkrechten Seitenkräfte DE und DF, so ist $DE = P = N \sin \frac{\varphi}{2} = 4 \gamma f \sin \frac{\varphi}{2} \cdot \frac{v^2}{2 g} \sin \frac{\varphi}{2} = 2 \gamma f (1 - \cos \varphi) \cdot \frac{v^2}{2 g}$, und $S = N \cos \frac{\varphi}{2} = 4 \gamma f \sin \frac{\varphi}{2} \cos \frac{\varphi}{2} \cdot \frac{v^2}{2 g}$.

$= 2 \gamma f \sin \varphi \cdot \frac{v^2}{2g}$. Da der Radius r aus der Rechnung weggefallen ist, so ist es gleichgültig, ob derselbe gross oder klein ist, oder ob die Fläche nach einem Kreisbogen oder anders gekrümmt ist. Weicht die Fläche mit der Geschwindigkeit c zurück, so bewegt sich das Wasser mit der Geschwindigkeit $v-c$ auf derselben, es ist daher jetzt überall $v-c$ für v in den obigen Formeln zu setzen. Die Arbeit, welche die Fläche in der Zeiteinheit in sich aufnimmt, ist $Pc = 2 \gamma f (1 - \cos \varphi) c \cdot \frac{(v-c)^2}{2g}$.

Zweite Ableitung. Wir finden die von der Fläche aufgenommene Arbeit auch durch die Betrachtung, dass dieselbe gleich sein muss der Differenz der lebendigen Kräfte des Wassers vor und nach der Berührung mit der Fläche. Ist q wieder das Gewicht des Wassers, welches in der Zeiteinheit mit der Fläche in Berührung kommt, so ist $q \frac{v^2}{2g}$ seine lebendige Kraft vor dieser Berührung. Die Geschwindigkeit, welche dieses Wasser besitzt, wenn es die krumme Fläche verlässt, ist aus der relativen Geschwindigkeit $BG = v-c$, welche es auf der Fläche hat, und der Geschwindigkeit der Fläche selbst $BH = c$ zusammengesetzt; sie ist also $= BI = \sqrt{(v-c)^2 + c^2 + 2c(v-c)\cos\varphi}$; die spätere lebendige Kraft der Wassermasse q ist also: $q \cdot \frac{(v-c)^2 + c^2 + 2c(v-c)\cos\varphi}{2g}$. Folglich erhalten wir die Gleichung:

$$Pc = q \frac{v^2}{2g} - q \cdot \frac{(v-c)^2 + c^2 + 2c(v-c)\cos\varphi}{2g} = q \frac{2c(v-c)(1-\cos\varphi)}{2g}.$$

Nun ist aber $q = \gamma f (v-c)$, also $Pc = 2 \gamma f (1-\cos\varphi) c \cdot \frac{(v-c)^2}{2g}$, $P = 2 \gamma f (1-\cos\varphi) \frac{(v-c)^2}{2g}$.

2) Ist $\varphi = 90^\circ$, wird also das Wasser unter einem rechten Winkel abgelenkt, so ist der Paralleldruck $P = 2 \gamma f \cdot \frac{(v-c)^2}{2g}$, also gleich dem

senkrechten Stoss des Wassers gegen eine Ebene. Sieht

Fig. 326.

man den senkrechten Stoss gegen eine Ebene AB (Fig. 326)

so an, als ob das Wasser durch eine vor der gestosse-

nen Stelle stehen bleibende Wassermasse C nur abge-

lenkt würde und mit unveränderter Geschwindigkeit seit-

wärts abflösse, so ändert diese Auffassung an der Grösse

des resultirenden Druckes nichts. — Ist $\varphi = 180^\circ$, wird

der Wasserstrahl so abgelenkt (Fig. 327), dass er seine

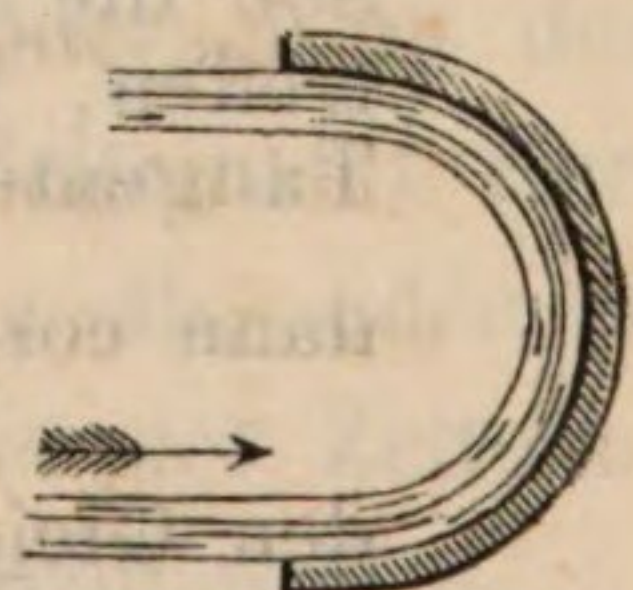
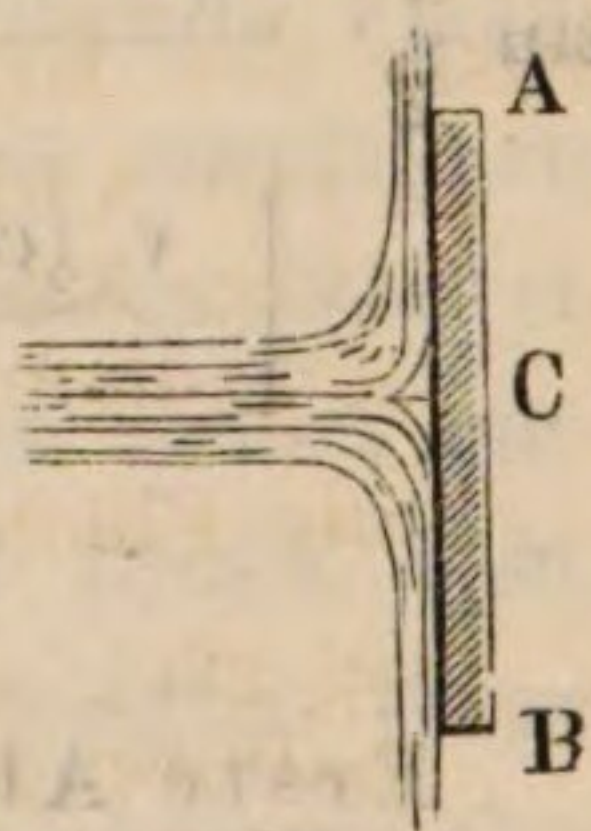
Richtung gerade umkehrt, so ist jetzt $N = P = 4 \gamma f$

Fig. 327.

$\frac{(v-c)^2}{2g}$, die von der Fläche aufgenommene Arbeit ist

also für die Zeiteinheit $Pc = 4 \gamma f c \frac{(v-c)^2}{2g}$. Ist $c=0$,

so ist $P = 4 \gamma f \frac{v^2}{2g} = 4 \gamma fh$, also gleich dem vierfachen Gewicht der Wassersäule, welche den Querschnitt des Strahls zur Grundfläche und



3) Es weiche die krumme ablenkende Fläche nicht in der Richtung des ankommenden Wassers aus, sondern in der Richtung A G (Fig. 329),

$$\frac{(v - c \cos \beta) \sqrt{v^2 + c^2 - 2 v c \cos \beta}}{2 g}$$

Erste Ableitung. Die relative Geschwindigkeit v' , mit welcher das Wasser sich auf der krummen Fläche bewegt, findet nach § 237, 5 durch das Parallelogramm $AHIF$; es ist $v' = AI = \sqrt{v^2 + c^2 - 2vc \cos \beta}$. Soll die relative Bewegung des Wassers die krumme Fläche tangierend treffen, so muss die Richtung AG der ausweichenden Bewegung die Tangente in A unter dem Winkel $GAI = \eta$ schneiden, und es ist dann $\cos \eta = \frac{v \cos \beta - c}{v'}$, $\sin \eta = \frac{v \sin \beta}{v'}$. Eliminirt man aus diesen bei-

$\frac{c}{v \sin \beta}$. Nun folgt nach 1) $N = 4\gamma f' \sin \frac{\varphi}{2} \cdot \frac{v'^2}{2g}$, wenn f' der Querschnitt des auf der Fläche sich bewegenden Wasserstrahls ist. Der in

der Sekunde bei A anlangende Wasserstrahl hat die Länge $v - c \cos \beta$, folglich ist $f' v' = f (v - c \cos \beta)$, also ist $N = 4 \gamma f \sin \frac{\varphi}{2} (v - c \cos \beta) \sqrt{v^2 + c^2 - 2 v c \cos \beta}$. Nun ist $\angle KAI = 180^\circ - \eta$, also $\angle$

$CAK = 90^\circ - \angle KAI = \eta - 90^\circ$, und $\delta = \angle CAK + \angle ACK = \frac{1}{2} \varphi + \eta - 90^\circ$; also ist $\cos \delta = \sin (\frac{1}{2} \varphi + \eta) = \sin \frac{1}{2} \varphi \cdot \frac{v \cos \beta - c}{v'} + \cos \frac{1}{2} \varphi \times \frac{v \sin \beta}{v'} + \cos (\beta + \frac{1}{2} \varphi) \cdot \frac{c \sin \beta}{v'} = \frac{v \sin (\beta + \frac{1}{2} \varphi) - c \sin \frac{1}{2} \varphi}{v'}$. Das

Uebrige ergibt sich leicht.

Zweite Ableitung. Will man den oben [zweite Ableitung zu 1)] angegebenen Satz auch hier anwenden, so bestimme man die absolute Geschwindigkeit $BN = v''$ des Wassers, wenn es die Fläche verlassen hat, indem man die relative Geschwindigkeit $BL = v'$ und die Geschwindigkeit $BM = c$ der Fläche zusammensetzt. Nun ist $\angle LBM = \eta + \varphi$, also ist $BN = v'' = \sqrt{v^2 + c^2 + 2 c v' \cos (\eta + \varphi)}$. Es ist

aber $\cos (\eta + \varphi) = \cos \varphi \cdot \frac{v \cos \beta - c}{v'} - \sin \varphi \cdot \frac{v \sin \beta}{v'} = \frac{v \cos (\beta + \varphi) - c \cos \psi}{v'}$. Substituirt man den Werth für v' , so folgt

$v'' = \sqrt{v^2 + 2 c^2 (1 - \cos \varphi) - 2 v c [\cos \beta - \cos (\beta + \varphi)]}$. Nun ist aber $Pc = q \cdot \frac{v^2}{2g} - q \frac{v'^2}{2g} = 2 q c \frac{v [\cos \beta - \cos (\beta + \varphi)] - c (1 - \cos \varphi)}{2g}$.

Es ist aber $q = \gamma f (v - c \cos \beta)$; die Substitution dieses Werthes giebt den im Text für Pc angegebenen Werth, woraus sich die übrigen Angaben mit Hülfe des Winkels δ ableiten lassen.

§ 341. Maximalwerthe der übertragenen mechanischen Arbeit.

1) Trifft der Wasserstrahl eine ruhende Fläche, so ist der hydraulische Druck immer grösser, als wenn die Fläche in der Richtung des Wassers ausweicht; dieser Druck hört ganz auf, wenn die Fläche auch mit der Geschwindigkeit des Wassers ausweicht. Die ruhende Fläche kann aber von dem Wasserstrahl keine mechanische Arbeit empfangen, weil sie ruht, und die mit der Geschwindigkeit des Wassers ausweichende Fläche kann keine Arbeit aufnehmen, weil sie keinen Druck empfängt; denn die aufgenommene Arbeit wird gleich dem Druck sein, multiplicirt mit dem in der Richtung dieses Druckes zurückgelegten Wege. Deshalb wird stets eine mittlere Geschwindigkeit c existiren, bei welcher die von der Fläche aufgenommene Arbeit ein Maximum ist. Hierbei unterscheiden wir noch die Fälle: entweder es ist nur der Querschnitt des Wasserstrahls f constant, und es hängt dann die in der Zeiteinheit zum Stoss gelangende Wassermenge von der Geschwindigkeit c ab, oder es ist durch irgend eine Vorrichtung möglich gemacht, die in der Zeiteinheit zum Stoss gelangende Wassermenge q als constant anzunehmen.

Dass bei irgend einem mittleren Werthe von c die Arbeit Pc ein Maximum werden kann, erhellt noch durch die Betrachtung, dass für ein langsames Ausweichen der Fläche das Product Pc nur einen kleinen

Werth annimmt, weil c klein ist, für ein zu schnelles Ausweichen dieselbe Folge sich zeigt, weil P zu klein ausfällt.

2) Bezeichnen wir mit c_1 die gesuchte Geschwindigkeit, bei welcher die von der getroffenen Fläche aufgenommene Arbeit Pc den Maximumwerth A_1 annimmt; ist ferner L die lebendige Kraft in der zum Stoss gelangenden Wassermasse, alles auf die Zeiteinheit bezogen, so hat man unter der Voraussetzung, dass f constant und q veränderlich ist: 1) beim senkrechten Stoss gegen eine ebene Fläche, welche in der Richtung des Stosses ausweicht: $c_1 = \frac{1}{3} v$, $A_1 = \frac{8}{27} \gamma f \frac{v^3}{2g} = \frac{4}{9} L$; 2) beim schiefen Stoss gegen eine ebene Fläche, die um den Winkel α gegen den Strahl geneigt ist und senkrecht zu seiner Richtung ausweicht: $c_1 = \frac{1}{2} v \operatorname{tng} \alpha$, $A_1 = \frac{8}{27} \gamma f \frac{v^3}{2g} \cdot \sin^2 \alpha = \frac{8}{27} L \sin^2 \alpha$; 3) bei der Ablenkung eines Wasserstrahls durch eine concave Fläche, wenn diese in der Richtung des Wasserstrahls ausweicht: $c_1 = \frac{1}{3} v$, $\varphi = 180^\circ$, $A_1 = \frac{16}{27} \gamma f \frac{v^3}{2g} = \frac{8}{9} L$; 4) wenn die concave Fläche senkrecht zur Richtung des Wasserstrahls ausweicht: $c_1 = \frac{1}{2} v \cos \frac{\varphi}{2}$, $A_1 = \gamma f \frac{v^3}{2g} \times \cos \frac{\varphi^2}{2} = L \cos \frac{\varphi^2}{2}$.

1) Für den Fall 1) ist nach 339, 1 $Pc = 2\gamma f \frac{c(v-c)^2}{2g}$; dieser Ausdruck ist ein Maximum, wenn $c(v-c)^2$ eins ist. Tritt dasselbe für $c = c_1$ ein, so ist der Ausdruck $c_1(v-c_1)^2 - c(v-c)^2 = (c_1-c)[v^2 - 2v(c_1+c) + c_1^2 + c_1c + c^2]$ stets positiv, seine beiden Factoren sind also zugleich positiv, oder zugleich negativ, oder zugleich 0. Das führt auf die Gleichung $v^2 - 4c_1v + 3c_1^2 = 0$. Hiernach ist $v = 2c_1 \pm c_1$; das untere Zeichen führt auf ein Minimum, also ist $v = 3c_1$. Die Substitution von $c_1 = \frac{1}{3}v$ in den Ausdruck für Pc liefert den Werth A_1 . Ferner ist $L = q \frac{v^2}{2g} = \gamma f (v-c) \frac{v^2}{2g}$, also für $c_1 = \frac{1}{3}v$ ist $L = \frac{2}{3} \gamma f \frac{v^3}{2g}$. — 2) Die von der Ebene aufgenommene Arbeit ist jetzt $Sc = Nc \cos \alpha = 2\gamma f \frac{c(v \sin \alpha - c \cos \alpha)^2}{2g} \cos \alpha$; dieser Ausdruck ist ein Maximum, wenn $c(v \sin \alpha - c \cos \alpha)^2$ es ist. Wendet man hierauf das obige Verfahren an, so folgt $v = 3c_1 \cot \alpha$, oder $c^2 = \frac{1}{3}v \operatorname{tng} \alpha$. Die Substitution dieses Werthes in den Ausdruck für Sc giebt den Werth für A_1 . Ferner ist $L = q \frac{v^2}{2g} = \gamma f \frac{v^3}{2g}$. — 3) Nach § 340, 1 ist jetzt $Pc = 2\gamma f (1 - \cos \varphi) \frac{c(v-c)^2}{2g}$. Das Maximum tritt also hier, wie bei 1), ein, wenn $c_1 = \frac{1}{3}v$ ist und ist dann $\frac{8}{27} \gamma f (1 - \cos \varphi) \frac{v^3}{2g}$. Denkt man sich φ als veränderlich, so nimmt der Factor $(1 - \cos \varphi)$ den grössten Werth an, wenn $\varphi = 180^\circ$ ist und es folgt dann $A_1 = \frac{16}{27} \gamma f \frac{v^3}{2g}$. —

4) Für unseren Fall ist nach § 340, 3 $Pc = 2\gamma f \frac{cv[v \sin \varphi - c(1 - \cos \varphi)]}{2g}$; dieser Ausdruck wird für einen bestimmten Werth von φ ein Maximum, wenn $c_1 = \frac{v \sin \varphi}{2(1 - \cos \varphi)} = \frac{1}{2} v \cos \frac{\varphi}{2}$; alsdann ist $Pc = \gamma f \frac{v^3}{2g} \cos \frac{1}{2} \varphi^2$.

3) Sind mehrere, unter sich gleichgestaltete Flächen vorhanden, die vom Wasser getroffen werden, und sind sie so zu einem Ganzen vereinigt, dass die eine, dem Wasserdrucke ausweichende Fläche sofort durch eine andere ersetzt wird, welche Einrichtung z. B. bei den Schaufeln verschiedener Wasserräder vorkommt, so kann man die in der Zeiteinheit zur Wirkung gelangende Wassermasse als constant annehmen, mit welcher Geschwindigkeit und in welcher Richtung auch jene Flächen ausweichen. Die jetzt eintretenden Bedingungen für das Maximum der übertragenen Arbeit unterscheiden sich meistens von den oben aufgestellten. 1) Für vom Wasser senkrecht getroffene und in der Richtung des Wassers ausweichende ebene Tafeln ist $c_1 = \frac{1}{2} v$, $A_1 = \frac{1}{2} L$. 2) Werden die ebenen Tafeln unter dem Winkel α gestossen und weichen sie in einer Richtung aus, welche gegen ihre Ebene den Winkel β bildet,

so ist $c_1 = \frac{v \sin \alpha}{2 \sin \beta}$, $A_1 = \frac{1}{2} q \frac{v^2}{2g} \sin \alpha^2 = \frac{1}{2} L \sin \alpha^2$. Da dieser

Werth von A_1 unabhängig von β ist, aber am grössten ist, wenn $\alpha = 90^\circ$ wird, so folgt, dass das Maximum der von einem System ebener Tafeln beim senkrechten Wasserstoss aufgenommene Arbeit immer $\frac{1}{2} q \cdot$

$\frac{v^2}{2g}$, d. h. immer der Hälfte der im stossenden Wasser enthaltenen lebendigen Kraft gleich ist, in welcher Richtung auch die Tafeln dem Stosse ausweichen. 3) Für eine krumme, den Wasserstrahl nur ablenkende Fläche, welche in der Richtung des Wassers ausweicht, ist c_1

$= \frac{1}{2} v$, $A_1 = \frac{1}{2} q \frac{v^2}{2g} (1 - \cos \varphi) = \frac{1}{2} L (1 - \cos \varphi)$. Für $\varphi =$

180° wird $A_1 = q \frac{v^2}{2g} = L$. Sind die Flächen so gekrümmt, dass sie

die Richtung des Wasserstrahls umkehren (Fig. 327), so kann die ganze lebendige Kraft des Wassers an die Tafeln übertragen werden. 4) Weichen die krummen Flächen in einer Richtung aus, welche mit der Richtung des Wassers den Winkel β bildet, so ist $c_1 = \frac{v \sin(\beta + \frac{1}{2} \varphi)}{2 \sin \frac{1}{2} \varphi}$,

$A_1 = q \frac{v^2}{2g} \cdot \sin(\beta + \frac{1}{2} \varphi)^2 = L \sin(\beta + \frac{1}{2} \varphi)^2$. Trifft man die Einrichtung so, dass $\beta + \frac{1}{2} \varphi = 90^\circ$, so ist $A_1 = L$, d. h. für $c_1 =$

$\frac{v}{2 \sin \frac{1}{2} \varphi}$ wird die ganze lebendige Kraft des Wassers an die krummen

Flächen übertragen. In diesem Falle ist die relative Geschwindigkeit des Wassers auf der Fläche $v' = c_1 = \frac{v}{2 \sin \frac{1}{2} \varphi}$, die krumme Fläche weicht am Anfange von der Bewegungsrichtung um den Winkel $\eta = 2\beta$, am Ende aber um den Winkel $\eta + \varphi = 180^\circ$ ab, d. h. das Wasser verlässt die Fläche in einer Richtung, welche der Bewegungsrichtung der Fläche genau entgegengesetzt ist. Ist c_1 gegeben, so wird $\sin \frac{1}{2} \varphi = \frac{v}{2 c_1}$ und hiernach bestimmt sich β ; man kann also auch bei gegebener Geschwindigkeit c die Einrichtung so treffen, dass $A_1 = L$ wird.

- 1) Da jetzt $Pc = 2q \cdot \frac{c(v-c)}{2g}$ ist, so tritt das Maximum ein, wenn $c \times (v-c)$ ein Maximum ist. Ist dies bei $c = c_1$ der Fall, so ist $c_1(v-c_1) - c(v-c) = (c_1-c)[v-(c_1+c)]$ eine stets positive Grösse. Beide Factoren des letzten Ausdrucks wandeln also bei der Veränderung des Werthes von c ihr Zeichen gleichzeitig; ist daher $c = c_1$, so muss $v = c_1 + c$ werden, d. h. es muss $c_1 = \frac{1}{2}v$ sein. 2) Es ist $Pc = Nc \sin \beta = 2q \frac{c \sin \beta (v \sin \alpha - c \sin \beta)}{2g}$, also wird $c_1 = \frac{v \sin \alpha}{2 \sin \beta}$. 3) Es ist $Pc = q \cdot \frac{2c(v-c)(1-\cos \varphi)}{2g}$; die Bedingung des Maximums ist dieselbe wie bei 1). 4) Es ist $Pc = q \cdot \frac{2c \cdot [v(\cos \beta - \cos(\beta + \varphi)) - c(1 - \cos \varphi)]}{2g}$. Das Maximum tritt ein, wenn $c = \frac{v(\cos \beta - \cos(\beta + \varphi))}{2(1 - \cos \varphi)} = \frac{v \sin(\beta + \frac{1}{2}\varphi)}{2 \sin \frac{1}{2}\varphi}$.

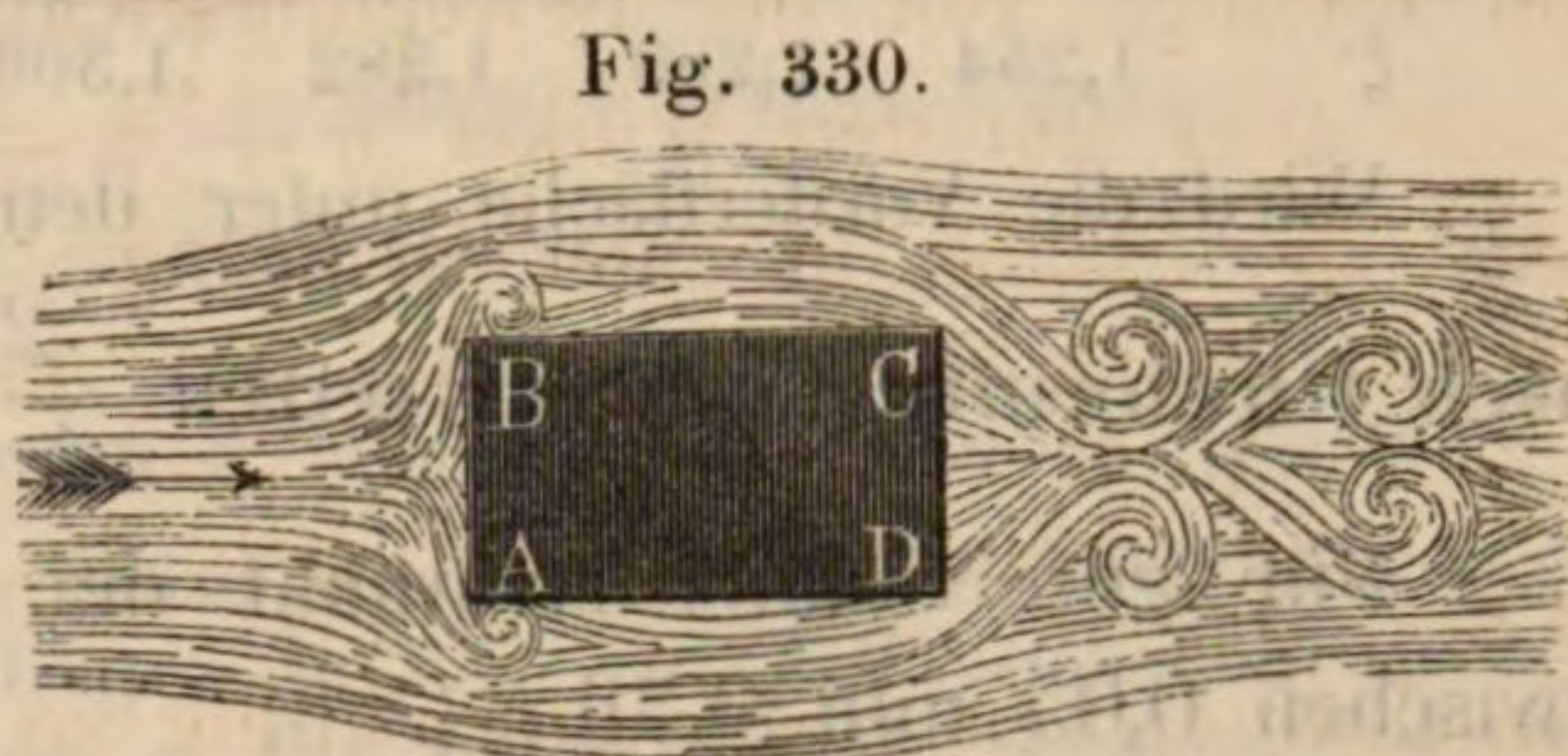
§ 342. Erfahrungsergebnisse für den Stoss und den Widerstand des unbegrenzten Wassers.

1) Befindet sich ein Körper in einer grösseren Wassermenge, so unterscheidet man den Stoss des bewegten Wassers gegen den ruhenden Körper von dem Widerstande des ruhenden Wassers gegen den bewegten Körper. In beiden Fällen ist der erzeugte hydraulische Druck P proportional mit dem senkrecht zur Bewegungsrichtung genommenen grössten Querschnitte f des Körpers und der Geschwindigkeitshöhe der relativen Geschwindigkeit v . Setzt man $P = \xi \gamma f \frac{v^2}{2g}$, so ist ξ ein Erfahrungscoefficient, der vorzüglich von der Gestalt des Körpers abhängig ist.

2) Im Besonderen hängt die Grösse des hydraulischen Druckes P ab von der Gestalt der Vorder- und Hinterfläche und von der in der Bewegungsrichtung genommenen Länge des Körpers. Ist die Weite des Wasserraumes nicht viel grösser als die Breite des Körpers, so ist auch diese Weite von Einfluss; der hydraulische Druck wird grösser, wenn das Wasser in einem engen Kanale sich befindet. Bei nur theilweis untergetauchten Körpern ist der hydraulische Druck grösser als bei vollständig untergetauchten, die dem Wasser dieselbe Fläche zuwenden.

Für Körper, deren Länge ihre Breite nicht mehr als dreimal übertrifft, ist bei gleichen Geschwindigkeiten der Wasserstoss grösser als der Wasserwiderstand.

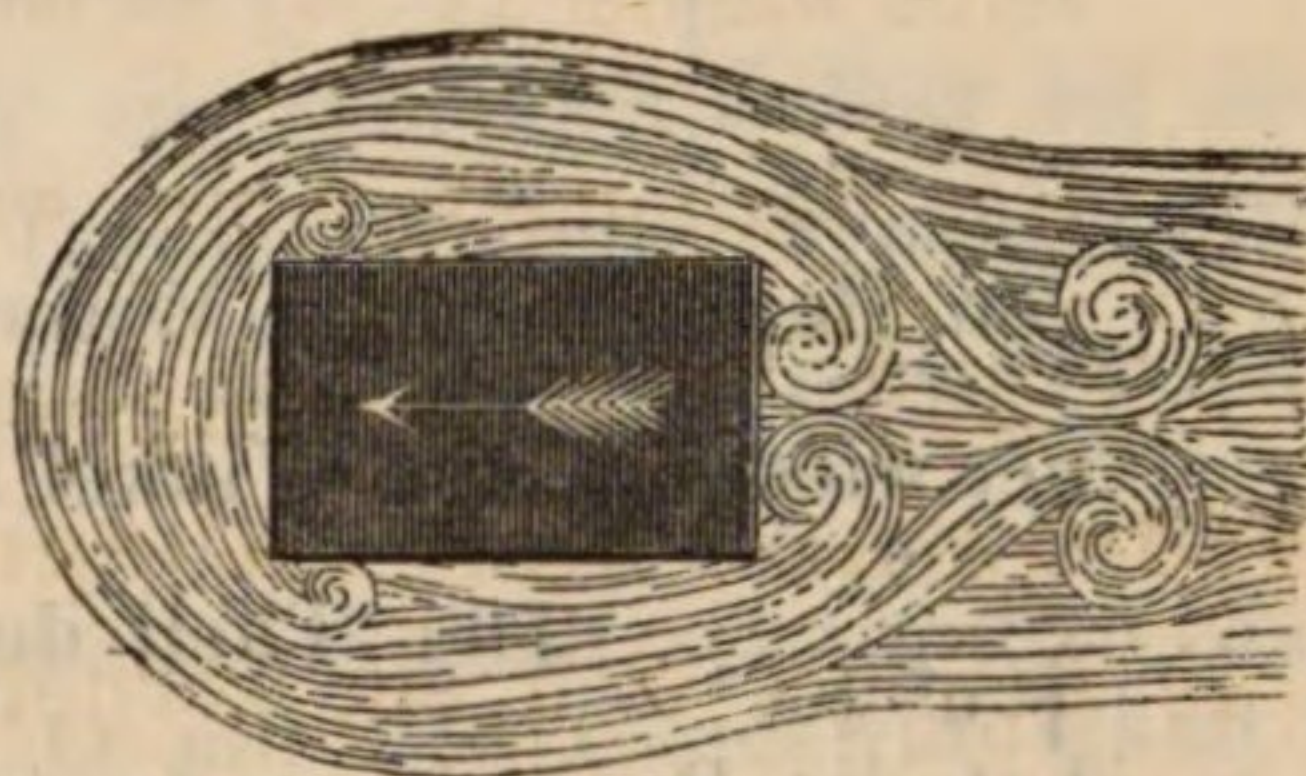
Trifft das Wasser einen ruhenden Körper (Fig. 330), so werden die einzelnen gegen den Körper gerichteten Wasserfäden von ihrer Richtung abgelenkt, um so mehr, als sie von vornherein gegen die Mitte des Körpers gerichtet waren. Ist die Vorderfläche



des Körpers mit scharfen Kanten A, B begrenzt, so entsteht hier eine Contraction der Wasserfäden und kleine Wasserwirbel, durch welche die fortschreitende Geschwindigkeit des Wassers vermindert, der hydraulische Druck also vermehrt wird; eine gleiche Wirkung hat die Adhäsion des Wassers an den längeren Seitenflächen des Körpers. Haben die abgelenkten Wasserfäden die hintere Fläche CD des Körpers erreicht, so drängen sie wieder gegeneinander und bringen hier verschiedene Wirbel hervor, deren Heftigkeit von der Gestalt der Hinterfläche abhängt, durch welche aber stets der hydrostatische Druck des Wassers gegen diese Fläche vermindert, der hydraulische Druck aber vermehrt wird.

Bewegt sich aber ein Körper (Fig. 331) im ruhenden Wasser, so schiebt er zunächst eine gewisse Wassermenge vor sich her und muss dabei die Trägheit derselben überwinden; dadurch entsteht vor ihm eine Anhäufung und hinter ihm eine Verminderung der Wassermenge, wodurch ein Abfließen des vorn aufgehäuften Wassers entsteht, meistens über ihn weg, wenn er ganz untergetaucht ist. In

Fig. 331.



den hinter dem Körper fortwährend entstehenden leeren Raum drängt sich das Wasser von allen Seiten, bewirkt Wirbel, welche meistens den Körper nach vorn drängen und den Trägheitswiderstand des Wassers an der vorderen Fläche vermindern helfen. Gleichzeitig hat der Körper an seinen Seitenflächen die Trägheit des adhärenenden Wassers zu überwinden. Aus der Verschiedenheit der beiderlei Vorgänge erklärt sich auch, warum bei sonst gleichen Verhältnissen der Wasserstoss vom Wasserwiderstande verschieden ist.

Ist der Körper nur theilweis untergetaucht, so bildet sich vorn ein Aufstau, hinten eine Senkung des Wassers (Kielwasser), wodurch sich ein Uebergewicht des hydrostatischen Druckes an der vorderen Seite ergibt. Findet endlich der Vorgang in einem engen Gerinne statt, so wird dadurch die Freiheit beengt, mit der die Wasserfäden am Körper abfließen wollen, was einen vergrösserten hydraulischen Druck zur Folge hat. Wird z. B. eine ebene Tafel vom Wasser im engen Gerinne gestossen und bleibt zwischen den Rändern der Tafel und den Wänden des Gerinnes nur wenig Zwischenraum, so geht der Wasserstoss fast vollständig in den Stoss eines isolirten Strahls über.

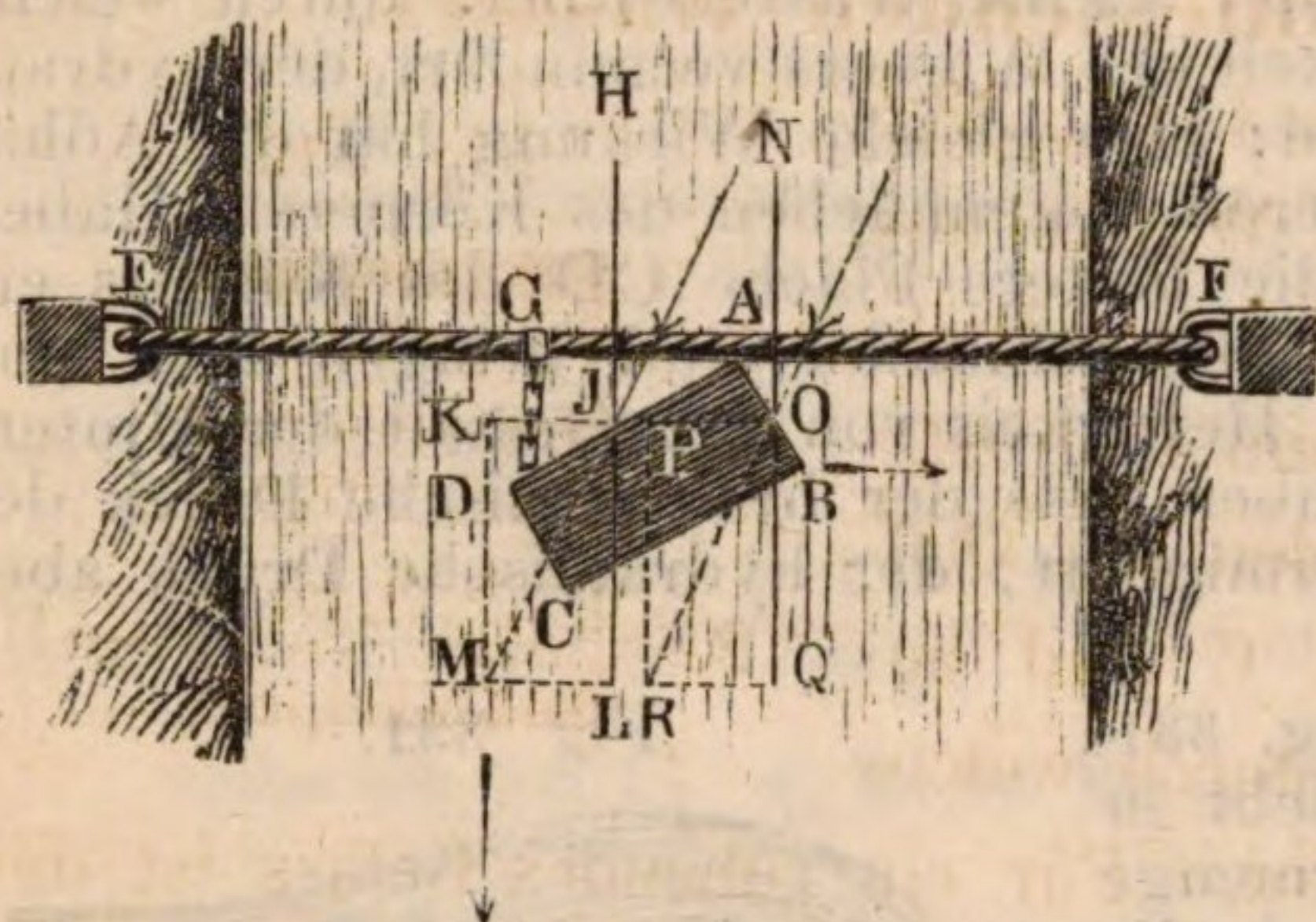
3) Bezeichnet ζ den Erfahrungscoëfficienten für den Wasserstoss, ζ' den für den Widerstand, v die Geschwindigkeit der relativen Bewegung und l die Länge und f den Querschnitt des Körpers, so ist nach Duchemin für prismatische Körper mit ebenen Endflächen:

$\frac{1}{\sqrt{f}}$	0	0,5	1	2	3	4	6	8
ζ	1,864	1,848	1,479	1,342	1,329	1,335	1,367	1,388
ζ'	1,254	1,269	1,282	1,306	1,325	1,342	1,368	1,388

Wird die Vorderfläche unter dem Winkel α gestossen, so hat man nach Duchemin für ζ zu setzen $\frac{2 \zeta \sin \alpha^2}{1 + \sin \alpha^2}$.

Für gute Schiffe schwankt der Werth von ζ' je nach der Bauart zwischen 0,05 und 0,33.

Fig. 331 b.



Aufgabe 128. Ein rechteckiger Fährprahm ABCD (Fig. 331, b) erhält durch zwei Rollen bei A und G und durch ein quer über den Fluss gespanntes Seil EF seine Führung. Es sei $AD = a$, $AB = b$, $\angle DAE = \alpha$. Mit welcher Geschwindigkeit (c) wird der Prahm durch den Druck des mit der Geschwindigkeit v fließenden Wassers über den Fluss getrieben, wenn auf die Reibung an den beiden Rollen keine Rücksicht genommen werden soll?

Auflösung. Nach § 237, 5, Afig. 83 giebt NI die Richtung der relativen

ven Bewegung des Wassers gegen den bewegten Prahm an; bezeich-

net wieder β den Winkel HIN, so ist $\sin \beta = \frac{c}{\sqrt{c^2 + v^2}}$ und $\cos \beta = \frac{v}{\sqrt{c^2 + v^2}}$.

Der Theil des Wasserstroms, welcher die Seite AD trifft, hat die Breite $a \cos(\alpha + \beta) = \frac{a(v \cos \alpha - c \sin \alpha)}{\sqrt{c^2 + v^2}}$, und der, welcher

AB trifft, hat die Breite $b \sin(\alpha + \beta) = \frac{b(v \sin \alpha + c \cos \alpha)}{\sqrt{c^2 + v^2}}$. Multipli-

ciren wir diese Breiten mit der Eintauchungstiefe h, so erhalten wir die Querschnittsflächen der beiden stossenden Wassermassen. Nach § 339, 2 ist der Normaldruck des Wassers gegen die senkrecht aus-

weichende Fläche AD gleich $2\gamma f \frac{v(v \cos \alpha - c \sin \alpha)}{2g}$, da jetzt $90^\circ - \alpha$

an der Stelle von α dort gesetzt werden muss; setzt man nun an die Stelle der 2 den Erfahrungscoefficienten ζ , weil wir es hier nicht mit dem Stoss eines isolirten Strahls zu thun haben, und bedenken wir,

dass $f = \frac{ah(v \cos \alpha - c \sin \alpha)}{\sqrt{c^2 + v^2}}$ ist, so folgt für den Normaldruck: $N =$

$\zeta \gamma \frac{ahv(v \cos \alpha - c \sin \alpha)^2}{2g \sqrt{c^2 + v^2}}$, und für den Seitendruck in der Richtung

EF folgt: $S = N \sin \alpha = \zeta \gamma \frac{ahv \sin \alpha (v \cos \alpha - c \sin \alpha)^2}{2g \sqrt{c^2 + v^2}}$. In gleicher

Weise finden wir für den Normaldruck des Wassers gegen AB den

Werth: $N' = \zeta \gamma \frac{bhv(v \sin \alpha + c \cos \alpha)^2}{2g \sqrt{c^2 + v^2}}$, und für den Seitendruck in

der Richtung FE: $S' = \zeta \gamma \frac{bhv \cos \alpha (v \sin \alpha + c \cos \alpha)^2}{2g \sqrt{c^2 + v^2}}$. Im Behar-

rungszustande der Bewegung ist $S = S'$, woraus nach Weglassung der gemeinschaftlichen Factoren folgt: $a \sin \alpha (v \cos \alpha - c \sin \alpha)^2 = b \cos \alpha$

$$(v \sin \alpha + c \cos \alpha)^2. \text{ Hieraus folgt } c = \frac{\cos \alpha \sqrt{\frac{a}{b} \operatorname{tg} \alpha - \sin \alpha}}{\sin \alpha \sqrt{\frac{a}{b} \operatorname{tg} \alpha + \cos \alpha}} \cdot v; \text{ setzt}$$

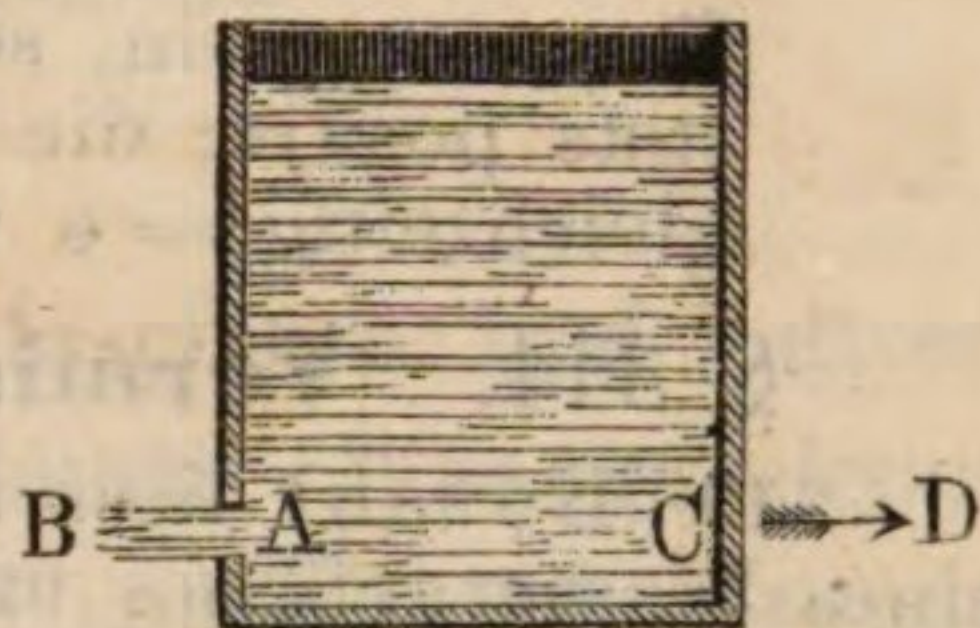
$$\text{man } \operatorname{tg} \eta = \sqrt{\frac{a}{b} \operatorname{tg} \alpha}, \text{ so ist } c = v \operatorname{tg} (\eta - \alpha).$$

Anmerkung. Es wird $c = 0$, wenn $\alpha = 0$ ist, oder wenn $\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$ ist; d. h. wenn entweder eine Seite des Rechtecks ABCD mit EF parallel ist, oder wenn die Diagonale AC auf EF senkrecht steht. Sucht man denjenigen Werth von α , für welchen c ein Maximum wird, so führt die Rechnung auf eine Gleichung des vierten Grades.

§ 343. Reaction des ausfliessenden Wassers.

1) Fliesst aus einer Oeffnung $A = f$ (Fig. 332) eines Gefässes in der Richtung AB Wasser aus, so wird gleichzeitig in der entgegengesetzten Richtung CD ein Druck frei, der aus dem hydrostatischen Drucke des Wassers gegen den der Oeffnung gegenüberliegenden Wandtheil C und aus der Rückwirkung der Kraft besteht, durch welche

Fig. 332.



das Wasser in Bewegung gesetzt wird. Für ein ruhendes Gefäss ist der Reactionsdruck des Wassers gleich dem Gewicht einer Wassersäule, welche die Ausflussöffnung (f) zur Grundfläche und die doppelte Druckhöhe (h) zur Höhe hat. $P = 2 \gamma f h$.

Erste Ableitung. Es sei die Ausflussgeschwindigkeit $v = \sqrt{2gh}$, das Gefäss weiche aber in der Richtung CD mit der Geschwindigkeit c aus, dann ist $v - c$ die absolute Geschwindigkeit des ausfliessenden Wassers. Die in der Zeiteinheit ausfliessende Wassermenge sei $q = \gamma f v$. Denken wir uns in C eine Fläche von der Grösse f , gerade der Oeffnung A gegenüber, so ist der gegen dieselbe frei werdende hydrostatische Druck $= \gamma f h = \frac{q v}{2 g}$. Fliesst in der Zeiteinheit durch die Oeffnung f ein Wasserquantum q mit der Geschwindigkeit v hindurch, so dass $q = \gamma f v$ ist, so muss gegen die Ausflussöffnung ein stetiger Druck wirksam sein von $\gamma f h = \frac{q v}{2 g}$; fliesst aber das Wasserquantum q nur mit der Geschwindigkeit $v - c$ aus, so ist der nöthige Druck $\frac{q (v - c)}{2 g}$. Dieser Druck, welcher das Wasser aus der Ruhe in Bewegung setzt, wirkt aber allseitig, also auch gegen C, so dass an dieser Stelle die gesammte Reaction beträgt: $P = \frac{q v}{2 g} + \frac{q (v - c)}{2 g} = \frac{q (2 v - c)}{2 g}$. Für $c = 0$ ist $P = \frac{q v}{g} = 2 \gamma f h$.

Zweite Ableitung. Die mit der absoluten Geschwindigkeit $v - c$ ausfliessende Wassermenge q besitzt die lebendige Kraft $q \frac{(v - c)^2}{2 g}$; das Gefäss hat durch den Druck P die Arbeit $P c$ aufgenommen; beide Grössen kommen daher, dass die Wassermenge q um die Höhe h ge-

sunken ist, daher folgt nach dem Princip der lebendigen Kräfte die Gleichung: $qh = q \frac{v^2}{2g} = q \frac{(v-c)^2}{2g} + Pc$, also $Pc = \frac{qc(2v-c)}{2g}$, $P = \frac{q(2v-c)}{2g}$.

Anmerkung. Die Richtigkeit des Resultates, dass für $c = 0$, $P = 2\gamma fh$ ist, kann man dadurch nachweisen, dass man an der äusseren Seite von C mittelst einer Hebelvorrichtung den durch die Reaction des Wassers hervorgebrachten Druck direct misst.

2) Die durch die Reaction auf das Gefäss übertragene Arbeit ist ein Maximum, wenn das Gefäss mit der Geschwindigkeit des ausfliessenden Wassers ausweicht; für $c = v$ wird $Pc = \frac{q v^2}{2g}$, d. h. das Gefäss nimmt die ganze lebendige Kraft des ausfliessenden Wassers in sich auf.

Es ist $\frac{qc(2v-c)}{2g}$ ein Maximum, wenn $c(2v-c)$ es ist. Tritt dasselbe für $c = c_1$ ein, so ist $c_1(2v-c_1) - c(2v-c) = (c_1-c)[2v-(c_1+c)]$ stets positiv; die beiden Factoren c_1-c und $2v-(c_1+c)$ müssen also gleichzeitig $= 0$ werden. Das führt auf $c_1 = v$.

§ 344. Vermischte Aufgaben.

319. Bossut liess aus einer 10 Linien weiten, kreisrunden Bodenöffnung eines Wassergefässes unter einer Druckhöhe von 4 Fuss Wasser ausfliessen. Der Wasserstrahl stiess 1 Zoll unter der Oeffnung senkrecht gegen eine ebene Kupferplatte von $2\frac{1}{2}$ " Durchmesser, welche auf dem einen Endpunkt eines gleichnamigen Hebels angebracht war, dessen anderer Endpunkt mit einer Wageschale zu Bestimmung des hydraulischen Druckes versehen war. Der Versuch ergab einen hydraulischen Druck von 12608 Grains (9216 Gr. = 1 Livre, 1 Kub.-Fuss Wasser = 70 Livre). Wenn der Contractionscoëfficient zu 0,67 genommen wird, so soll berechnet werden, wie viel Procent des theoretischen Werthes der beobachtete Werth des hydraulischen Druckes enthält. Aufl. 96,27%. Der theoretische Druck würde 13096,95 Gr. betragen.

320) Langsdorf liess einen Wasserstrahl, dessen Querschnitt 1,9468 pariser Quadratzoll betrug, in 8 Zoll Entfernung von der Ausflussmündung unter einem Wasserdruck von $42'' 4'''$ und unter einem Winkel von $26^\circ 16'$ gegen eine ebene Fläche stossen und fand den Parallelstoss zu 1,2940 nürnberg. Pfund. Wie gross ist der theoretische Werth des Parallelstosses, wenn 1 p. Kubikzoll Wasser 0,0389 n. Pfund wiegt. Aufl. 1,2557 Pfd.

321. Wie gross wird der theoretische Seitendruck sein, den im Fall der vorigen Aufgabe die gestossene Fläche erleidet, wenn sie mit 5' Geschwindigkeit senkrecht zur Richtung des Wasserstrahls ausweicht? ($g = 30,194'$ p.) Aufl. 0,399767 Pfd.

322. Wie gross ist der Normaldruck (N), Paralleldruck (P) und Seitendruck (S) eines Wasserstrahls von 1 QZ. Querschnitt und 10' Geschwindigkeit, wenn derselbe auf einer concaven Fläche um 60° von seiner Richtung abgelenkt wird? Aufl. $N = 1,372223$ Pfd. $P = 0,686111$ Pfd. $S = 1,18838$ Pfd.

323. Welche Kraft ist erforderlich, um ein Schiff mit einem Wasserprofil von 80 QF., dessen Länge die Breite 8 mal enthält, und dessen Seitenwände am Vordertheil einen Winkel von 40° bilden, auf ruhigem Wasser mit einer Geschwindigkeit von 8' zu bewegen? Aufl. 1470,6 Pfd. (Es ist $\zeta = 1,388 \cdot \frac{2 \sin 20^{\circ 2}}{1 + \sin 20^{\circ 2}} = 0,290722$.)

324. Nimmt man bei der in § 342 Aufgabe 128 behandelten Bewegung eines Fährprahms $a = 3b$, so soll die Geschwindigkeit der Prahmbewegung berechnet werden für die Werthe von a von 10 zu 10° . Aufl. Es ergibt sich folgende Uebersicht:

α°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°
c/v	0,4884	0,4933	0,4198	0,3206	0,2149	0,1106	0,0139

Der grösstmögliche Werth für α ist $71^\circ 33' 54''$, für ihn ist $c = 0$.

325. Man soll für den Fall der vorigen Aufgabe durch Annäherung den Werth von α bis auf eine Minute genau finden, für welchen c ein Maximum ist; zugleich soll dieser Maximalwerth angegeben werden. Aufl. $\alpha_1 = 14^\circ 54'$; $c_2 = 0,5069 v$. (Die Annäherungsrechnung ist aus folgender Uebersicht zu ersehen:

α°	14°	15°	16°	14° 30'	14° 40'	14° 50'	14° 54'
η°	40°51'19"	41°52'43"	42°50'44"	41°22'28"	41°32'39"	41°42'43,8"	41°46'44,2"
$\eta^\circ - \alpha^\circ$	26°51'19"	26°52'43"	26°50'44"	26°52'28"	26°52'39"	26°52'43,8"	26°52'44,2".)

Zwanzigstes Kapitel.

Von den hydraulischen Kraftmaschinen.

§ 345. Eintheilung.

1) Die vom Wasser in Bewegung gesetzten Maschinen sind entweder Radmaschinen (Wasserräder), oder Kolbenmaschinen (Wassersäulenmaschinen). Bei den ersteren erhält der Motor eine continuirlich rotirende, bei den letzten eine oscillirend geradlinige Bewegung. — Die Wasserräder sind nach der Lage der Radebene entweder vertikale oder horizontale, jene haben daher eine horizontale, diese eine vertikale Axe.

2) Das Wasser wirkt entweder durch sein Gewicht, z. B. bei den vertikalen Zellenrädern, oder durch seinen hydrostatischen Druck, z. B. bei den Kolbenmaschinen, wo das Wasser aus einer vertikalen Wassersäule einen Druck auf einen beweglichen Kolben ausübt, oder durch seinen hydraulischen Druck. Der hydraulische Druck hängt von der Geschwindigkeit ab, welche das Wasser erlangt hat, und ist entweder ein Stossdruck, oder ein Druck eines durch eine krumme Fläche abgelenkten Wasserstrahls, oder ein Reactionsdruck. Diese fünffache Wirkungsweise kommt bei den hydraulischen Kraftmaschinen vor. Hat man in den beiden ersten Fällen in jeder Sekunde eine Gewichtsmenge Q Wasser, welche um die Höhe h herabsinkt, so ist die vorhandene Leistungsfähigkeit des

Wassers $Q h$ Sekundenfusspfunde oder $\frac{Q h}{480}$ Pferdekkräfte; diese Leistung ist ausgeübt, wenn das Wasser um die volle Höhe h herabgesunken ist. Hat man hingegen in den drei letzten Fällen, wenn das Wasser durch seinen hydraulischen Druck wirkt, ein sekundliches Wassergewicht Q , welches die Geschwindigkeit v hat, so ist damit in jeder Sekunde $Q \frac{v^2}{2g}$ Fussfund lebendige Kraft, also eine Arbeitskraft von $\frac{Q v^2}{2g}$ Sekundenfuss-

pfunden oder $\frac{1}{4\gamma'} Q \frac{v^2}{2g}$ Pferdekraften gegeben. Ist nun h die der Geschwindigkeit v entsprechende Druckhöhe, so ist $h = \frac{v^2}{2g}$, und wir erhalten auch in diesem Falle als im bewegten Wasser vorhandene Arbeitskraft die obigen Werthe Qh Skfpf. oder $\frac{Qh}{480}$ Pfkft. Das durch seine Geschwindigkeit wirkende Wasser hat seine ganze Leistungsfähigkeit ausgeübt, wenn es seine ganze Geschwindigkeit v verloren hat.

3) Die absolute Leistungsfähigkeit L des Wassers, die sich immer durch $L = Qh$ in Sekundenfusspfunden ausdrücken lässt, wenn Q das in jeder Sekunde zufließende Wassergewicht und h den vertikalen Abstand des Oberwasserspiegels vom Unterwasserspiegel, oder die der Wassergeschwindigkeit entsprechende Geschwindigkeitshöhe ist, lässt sich nicht vollständig auf die hydraulische Kraftmaschine übertragen, da Verluste unvermeidlich sind. Entweder kann nicht das ganze Gefälle wirksam gemacht werden, weil das Wasser die Maschine schon in einer gewissen Höhe über dem Wasserspiegel verlässt; oder es kommt nicht alles Wasser zur Wirkung, oder das Wasser besitzt beim Heraustreten aus der Maschine noch eine gewisse Geschwindigkeit und also eine gewisse lebendige Kraft; oder es erleidet auf dem Wege zur Maschine oder bei seiner Bewegung in derselben, durch Reibung Geschwindigkeitsverluste, die zugleich Verluste an lebendiger Kraft sind; oder es finden Stöße des Wassers gegen einzelne Maschinentheile oder der Wassertheile untereinander statt, womit stets Arbeitsverluste verbunden sind. Liessen sich auch diese Verluste vermeiden, so würde doch die Maschine bei ihrer Bewegung noch Reibungswiderstände (Zapfen- oder Kolbenreibung) und unter Umständen auch noch einen merklichen Luftwiderstand finden. Ist nun A die von der Maschine aufgenommene Arbeit, so ist $A < L$, und es kommt darauf an, den Arbeitsverlust $L - A$ so klein als möglich zu machen. Den echten Bruch $x = \frac{A}{L}$ nennt man den Wirkungsgrad der Maschine.

a. Die vertikalen Wasserräder.

§ 346. Arten der vertikalen Wasserräder und Haupttheile. (Fig. 333 — 340.)

1) Zu jedem Wasserrade gehört: a) der Zuflusskanal (A); b) der Schützen B mit dem Einlauf; der Schützen regulirt den Austritt des Wassers aus dem Zuflusskanal, und der Einlauf führt das Wasser in der gesetzmässigen Weise dem Rade zu. Der Schützen ist entweder ein horizontaler (oder geneigter) Schieber am Boden des Zuflusskanals oder

Fig. 333.

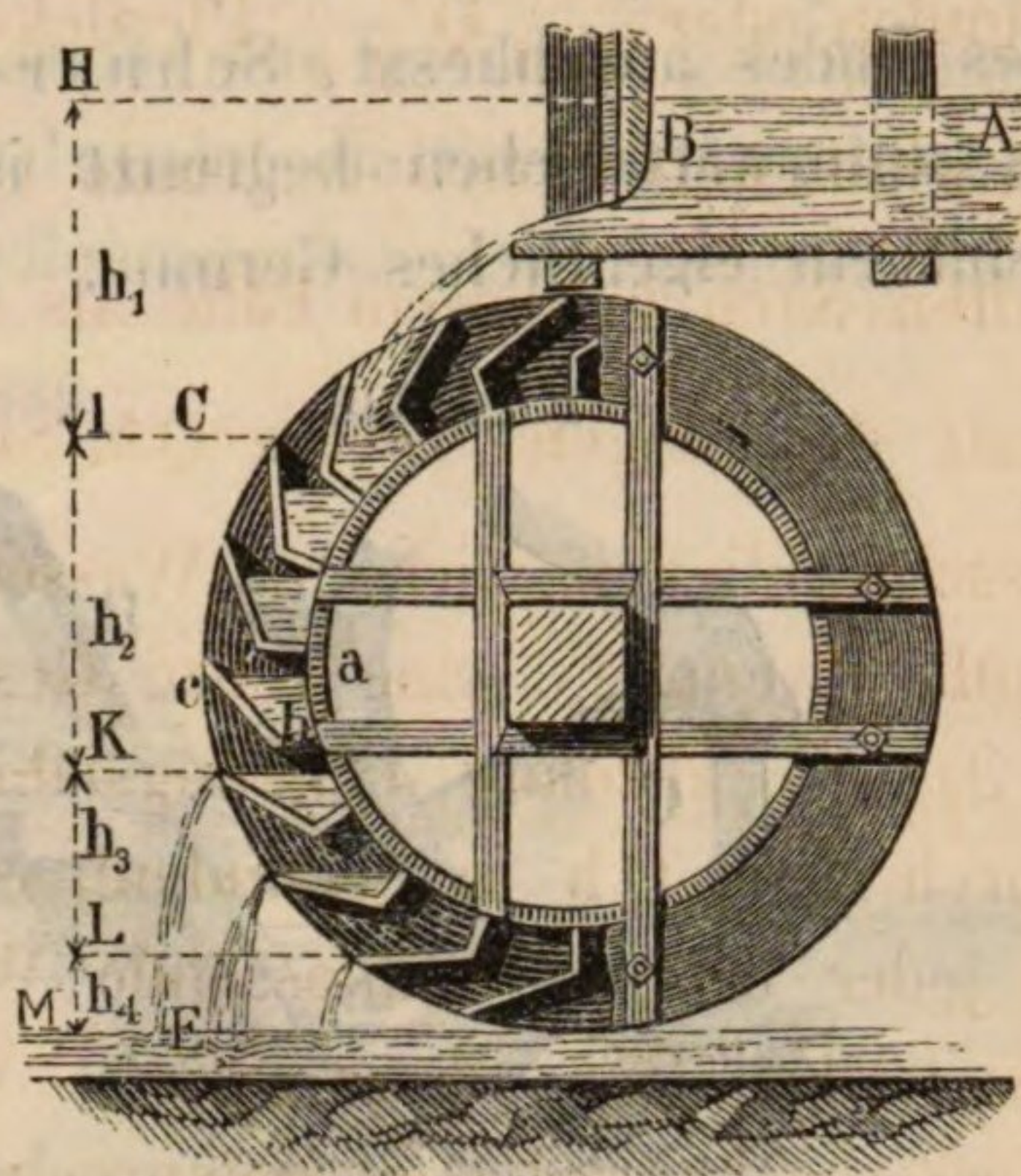


Fig. 334.

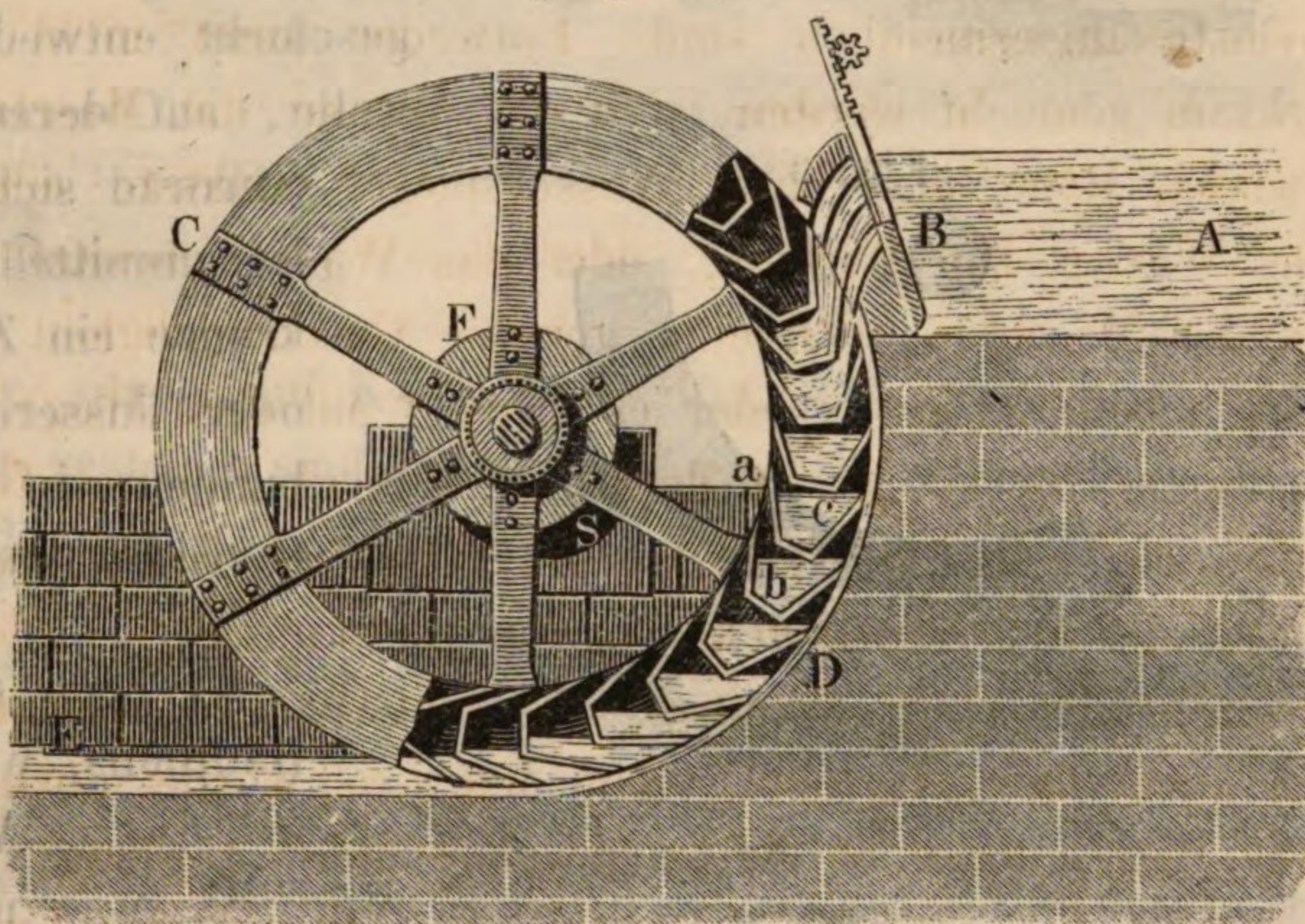
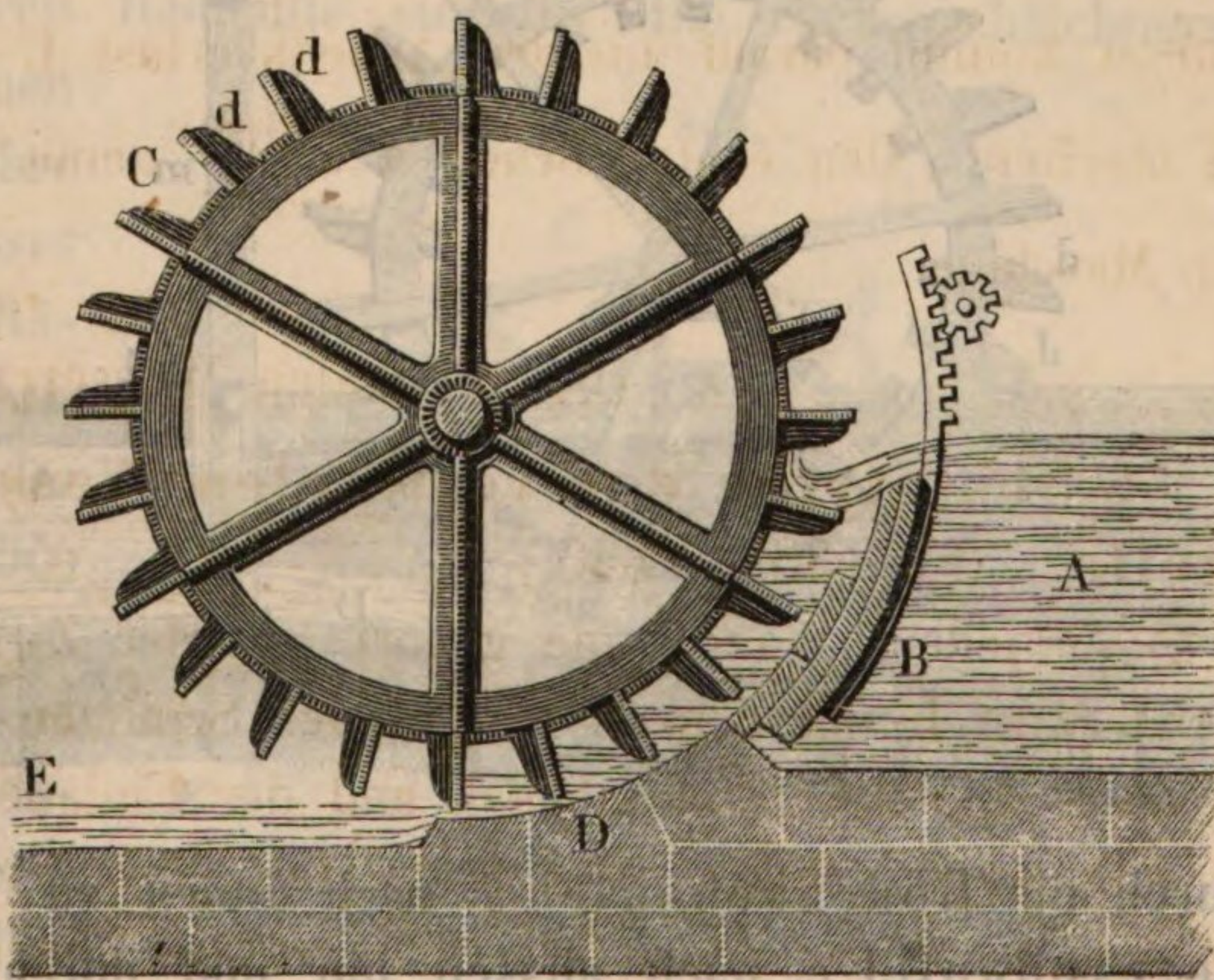


Fig. 335.



ein vertikaler oder geneigter am Ende desselben; er heisst Spannschützen (Fig. 333, 336—339), wenn das Wasser an seinem unteren Rande abfließt, Ueberfallschütz (Fig. 334—335), wenn es über seinen oberen Rand abfließt. Zur Vermeidung der Contraction wird der Rand, an welchem das Wasser abfließt, abgerundet. Bewegt wird der Schieber, indem man die Zugstange desselben mit einer Zahnstange versieht, in welche man ein Kurbelgetriebe eingreifen lässt. Eine besondere Art des Einlaufs ist der Cou-

lissen-Einlauf (Fig. 334), bei welchem durch feststehende Leitschaufeln dem Wasser die Richtung vorgeschrieben wird, in welcher es das Rad treffen soll. c) Das Rad C, bestehend aus der Axe oder Welle, den Armen, dem Kranze und den mit dem Kranze verbundenen Schaufeln oder Zellen. Der äussere Radius des Rades heisst Radradius; Radtiefe ist die Kranz- oder Schaufelbreite; die Radbreite ist die in der Richtung der Axe genommene Dimension. d) Das Radgerinne D ist der das Rad seitwärts und aussen einschliessende Kanal, es heisst Kropf od. Kropf-

gerinne (Fig. 334—337), wenn es sich mantelförmig an die Peripherie des Rades anschliesst, Schnur- oder Schussgerinne (Fig. 338), wenn es unterwärts eben begrenzt ist. Bei den Rädern Fig. 333 und 340 fehlt ein eigentliches Gerinne. e) Der Abzugs- oder Abflusskanal E führt das Wasser fort, nachdem es im Rade gewirkt hat; er schliesst sich entweder unmittelbar an das Radgerinne an (Fig. 334, 338), oder es besteht zwischen beiden ein Abfall unter dem tiefsten Radpunkte, um welchen die Sohle des Abzugskanals tiefer liegt als der Endpunkt des Gerinnes. f) Die Fortpflanzung der vom Rade aufgenommenen Arbeitskraft geschieht entweder durch die Radwelle, auf deren Verlängerung ein Stirnrad sich befindet, oder es ist unmittelbar mit dem Radkranze ein Zahnrad mit innerer oder äusserer Verzahnung verbunden, in welches dann ein Getriebe eingreift.

Fig. 336.

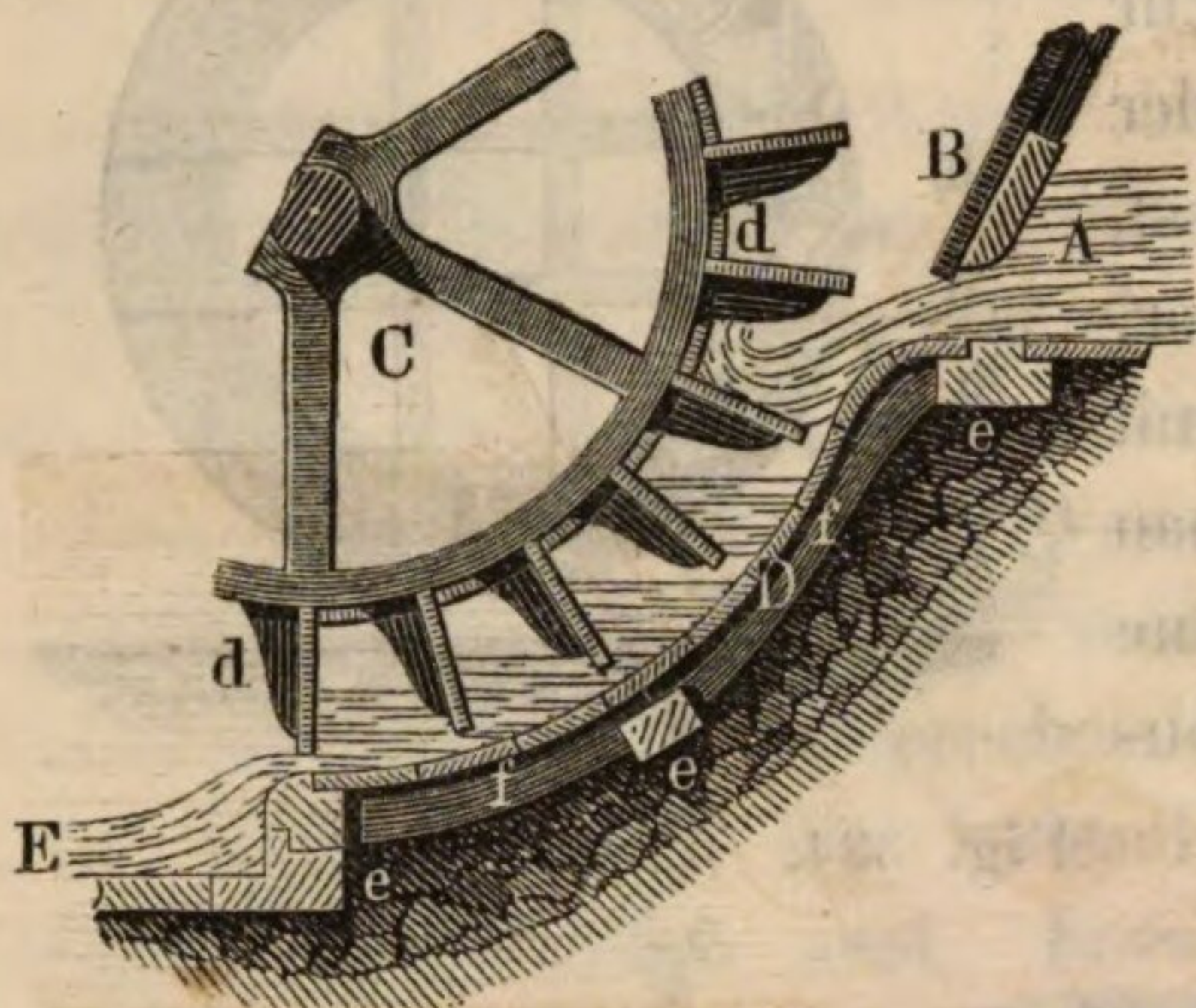


Fig. 337.

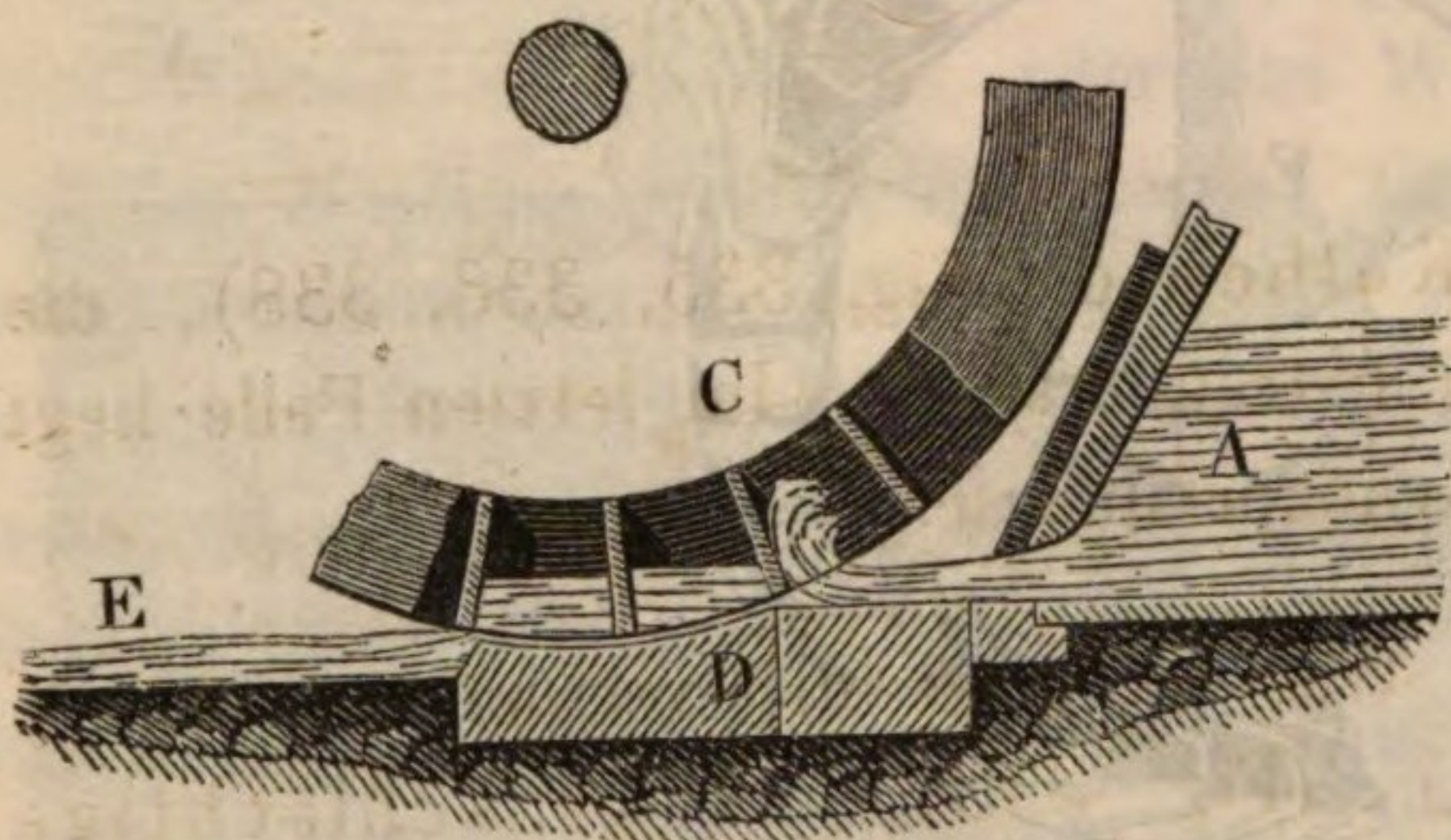
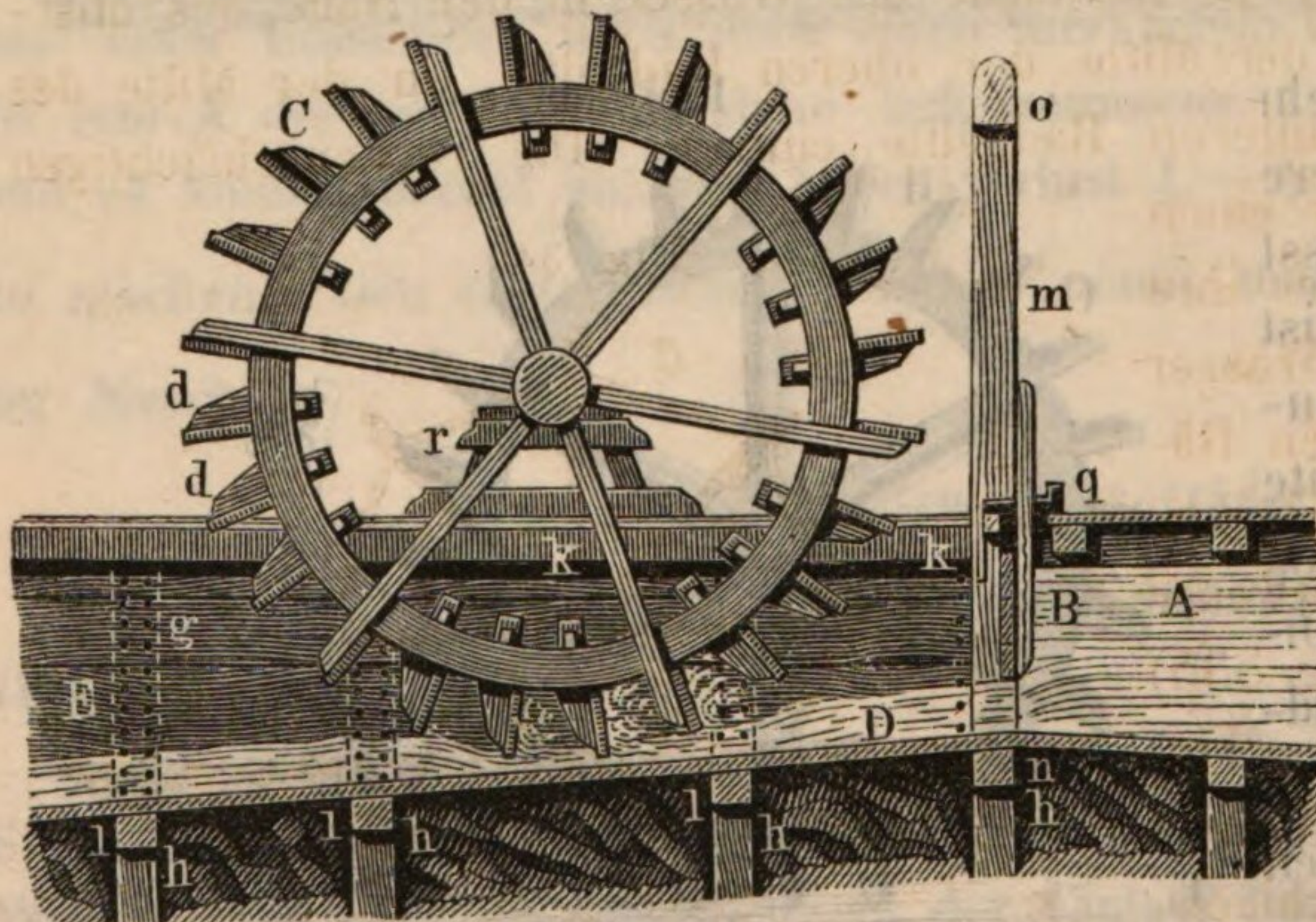


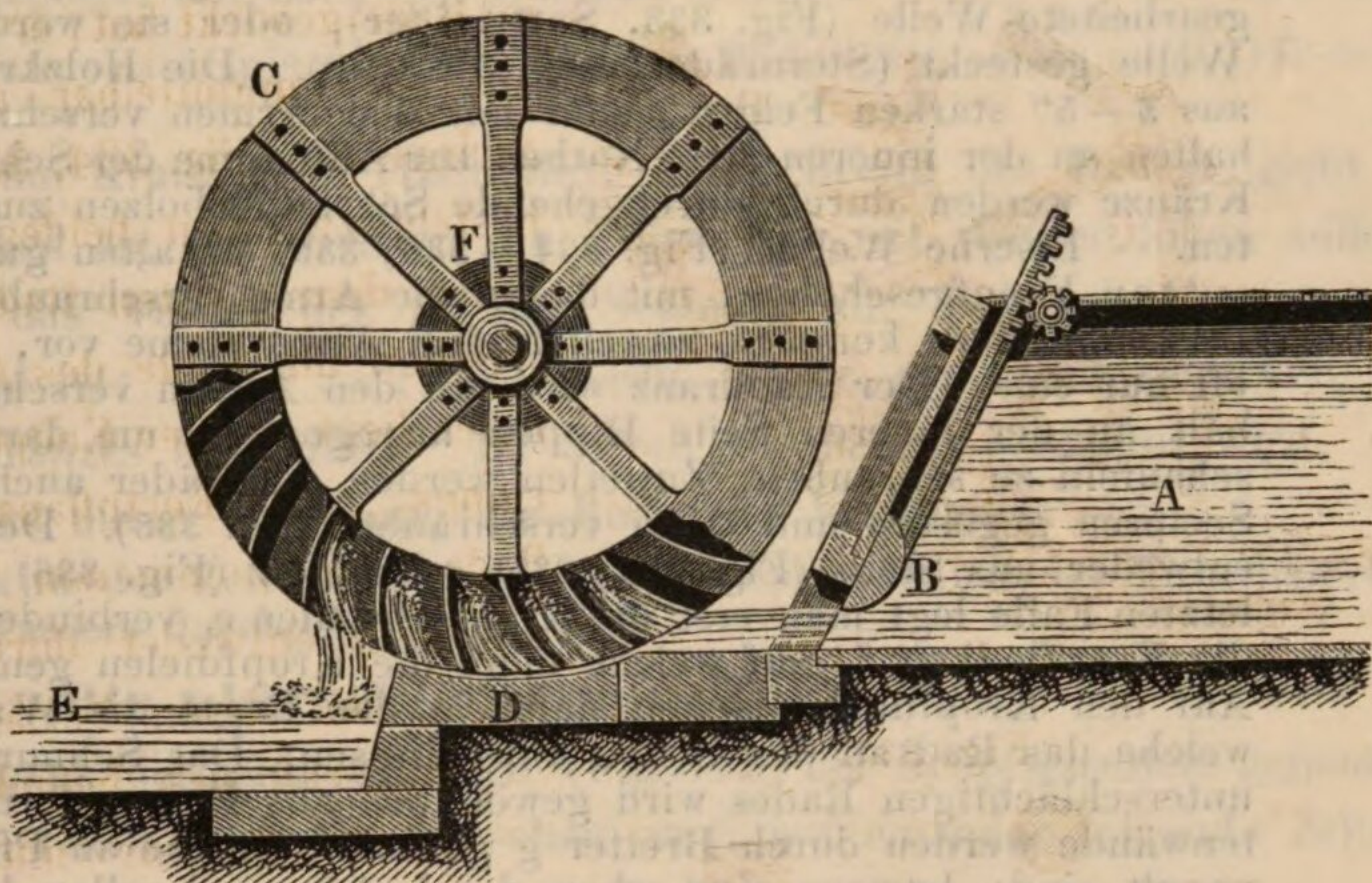
Fig. 338.



durch die Bodenschaufel a nach innen zu, durch die Stoss- oder Setzschaufel c nach aussen hin und durch die Riegel- oder Kropf-

schaufel b, welche zwischen beiden liegt und gewöhnlich radial gerichtet ist. Riegel und Stossschaufel können auch aus einem gekrümmten Blechstück gebildet werden. Der Radboden ist die Summe der Bodenschaufeln, die innere Verkleidung des Zellenraumes. Die Schaufeln der

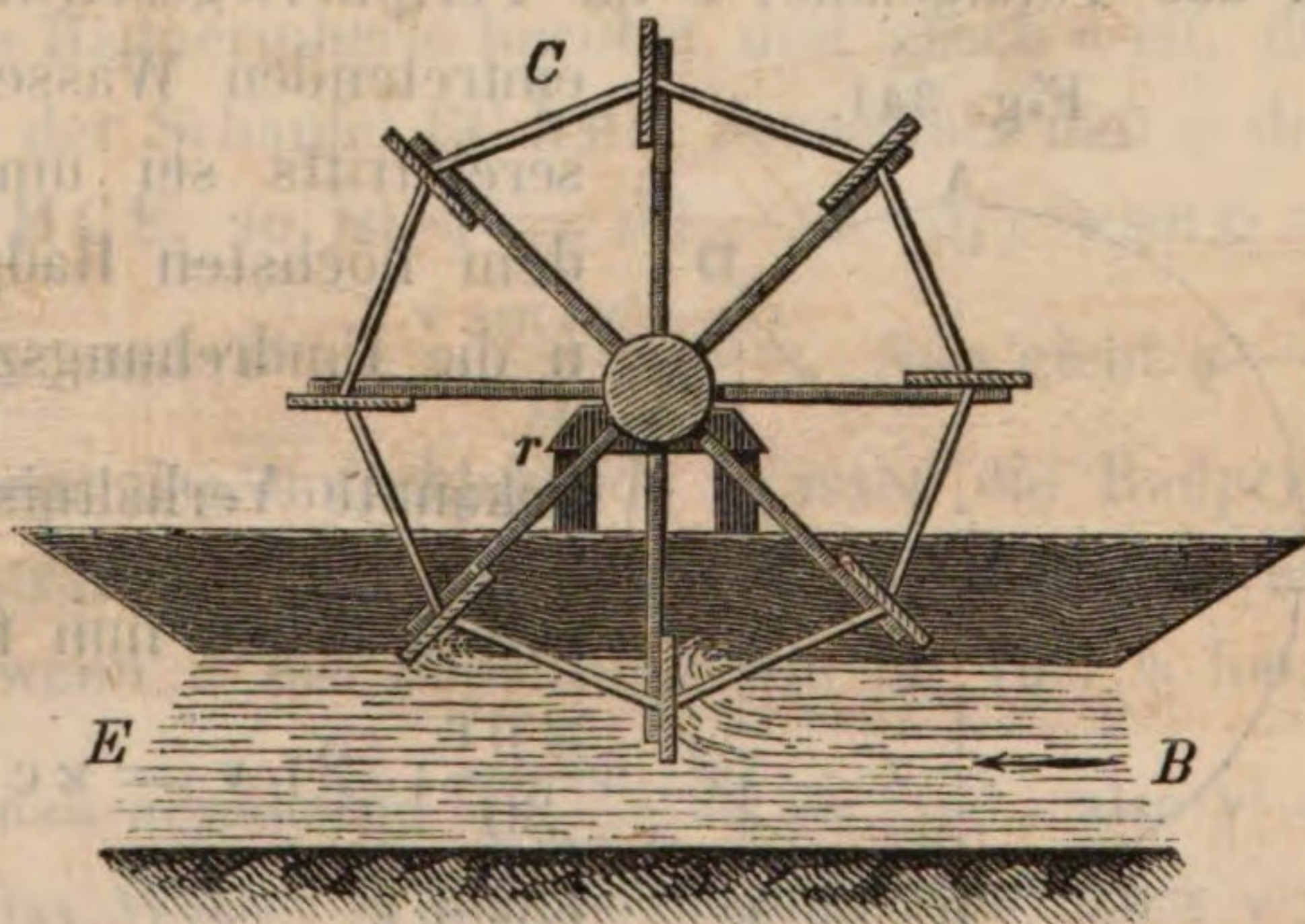
Fig. 339.



Schaufeln sind entweder eben (Fig. 335—338) oder gekrümmt (Fig. 339). Die ebenen Schaufeln sind entweder zwischen zwei Kränzen befestigt (Sta-heräder, Fig. 337), oder sie sitzen auf Kolben d (Fig. 335, 336, 338), die durch den Radkranz gesteckt sind (Strauberäder). Im letzten Falle liegt der Radboden auf der äusseren Kranzperipherie.

3) Nach der Eintrittsstelle des Wassers sind die vertikalen Wasserräder entweder overslächtige (Fig. 333), rückenschlächtige (Fig. 334), mittelschlächtige (Fig. 335, 336) oder unterschlächtige (Fig. 337—340), je nachdem das Wasser in der Nähe des obersten Radpunktes, in der Mitte der oberen Radhälfte, in der Mitte des Rades oder in der unteren Radhälfte eintritt. Die rückenschlächtigen Räder haben entweder einen Kropf (Fig. 334), oder ihre Zellen schütten das Wasser wie die overschlächtigen Räder aus. Die mittelschlächtigen Räder haben entweder ein Ueberfallschütz (Fig. 335) oder ein Spannschütz (Fig. 336). Sie erhalten immer einen Kropf. Die unterschlächtigen Räder hängen entweder im Kropfgerinne (Fig. 337),

Fig. 340.

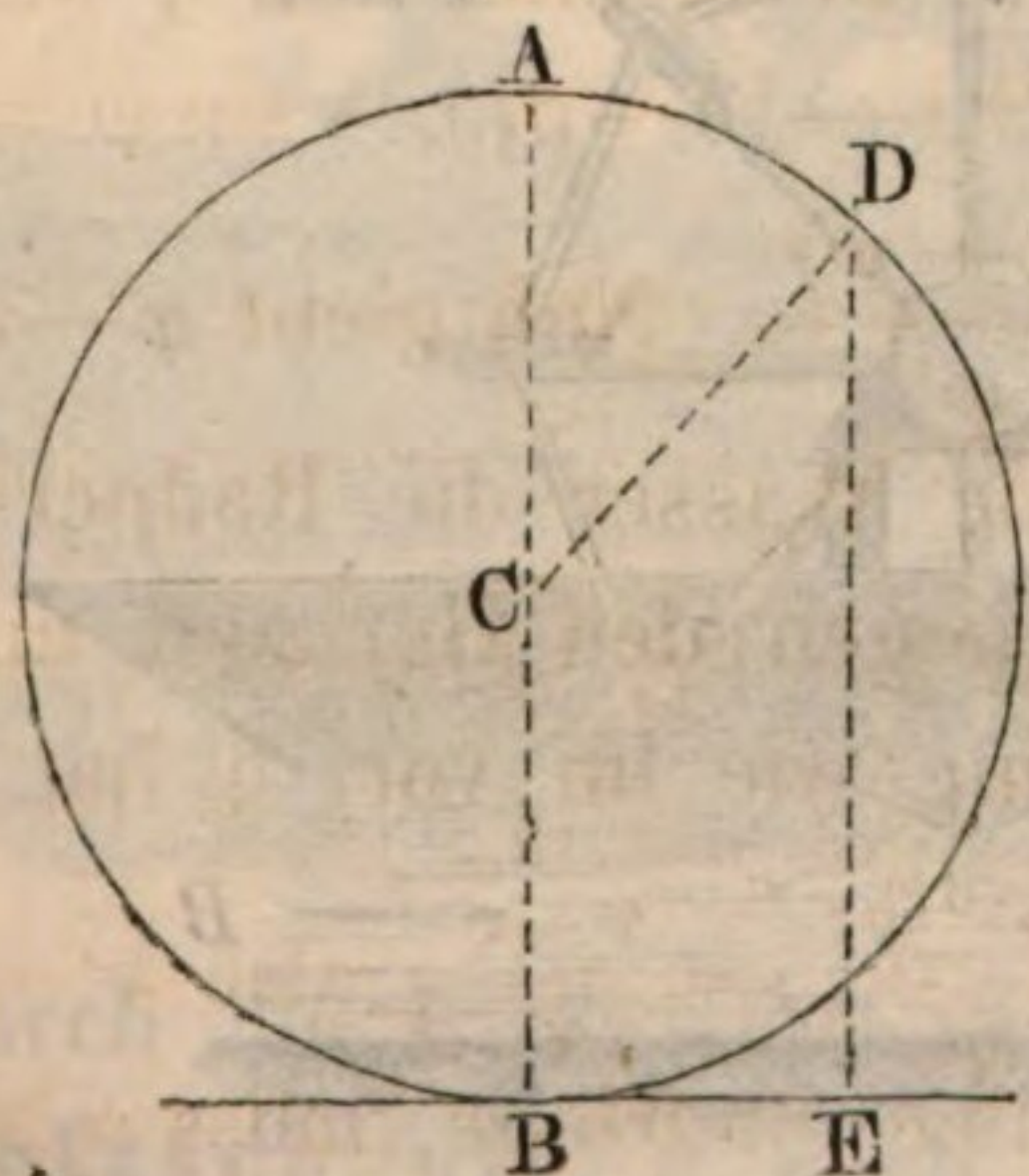


oder im Schnurgerinne (Fig. 338), oder im freien Wasser (Schiffmühlenträder, Fig. 340). Eine besondere Art der unterschlächtigen Räder hat gekrümmte Schaufeln, einen kurzen Kropf und schräg gestellte Spans schützen; sie heissen nach ihrem Erfinder Poncelet-Räder (Fig. 339).

Die Räder werden entweder aus Holz oder Eisen gefertigt. Bei Holzrädern umschliessen entweder die Arme (Armgeviere) die vierkantig gearbeitete Welle (Fig. 333, Satteltäder), oder sie werden durch die Welle gesteckt (Sternräder, Fig. 338, 340). Die Holzkränze bestehen aus 3—5" starken Felgen, sind mit den Armen verschraubt und erhalten an der inneren Seite Nuthen zur Aufnahme der Schaufeln. Beide Kränze werden durch durchgehende Schraubenbolzen zusammengehalten. — Eiserne Wellen (Fig. 334—336, 339) erhalten gusseiserne Rosetten F aufgeschoben, mit denen die Arme verschraubt werden; bei breiten Rädern kommen zuweilen drei Armsysteme vor, bei schmalen oft nur eins. Der Radkranz wird mit den Armen verschraubt und erhält an der inneren Seite Rippen angegossen, um daran die Blechschaufeln zu schrauben. Zuweilen werden die Räder auch in einzelnen Sektoren gegossen und dann verschraubt (Fig. 335). Der Kropf wird entweder aus Stein (Fig. 334, 335) oder Holz (Fig. 336) gebildet; im letzten Falle legt man erst die Kropfswellen e, verbindet diese durch die Kropfbalken f, auf welche dann die Kropfdielen genagelt werden. Auf den Kropfdielen stehen dann in der Regel die Wasserbänke, welche das Rad an den Seiten umschliessen. Das Schnurgerinne eines unterschlächtigen Rades wird gewöhnlich aus Holz gefertigt. Die Seitenwände werden durch Bretter g gebildet, welche an Pfähle h, h genagelt sind; letztere sind oben durch Längsschwellen k, unter dem Gerinnboden durch Querschwellen l, l verbunden, welche den Gerinnboden tragen. Der Schützen besteht aus Brettern, die wasserdicht, durch Feder und Nuth verbunden und an Aufzugsleisten befestigt sind. Er wird gegen einen Rahmen von Holz gedrückt, der von zwei Säulen m (Griessäulen, die unten in eine Querschwelle n eingezapft und oben durch eine andere o (den Holm) verbunden sind. Der aufgezugene Schützen wird festgestellt, indem ein Nagel q durch eins der Löcher gesteckt wird, die sich in der, in der Mitte des Schützen befestigten Leiste p befinden, der Nagel liegt einerseits auf den Brettern auf, die den Zuflusskanal bedecken, anderseits aber auf einer zwischen den Griessäulen befindlichen Querleiste. — Die Unterlage für die Zapfenlagen der Radwelle (das Angewelle) ist entweder ein starker hölzerner Bock r (Fig. 338, 340), oder er besteht aus grossen Steinquadern s (Fig. 334).

4) Es sei für irgend ein Wasserrad r der Radradius A C (Fig. 341), h das Totalgefälle, c die Peripheriegeschwindigkeit des Rades, v die des eintretenden Wassers, und der Punkt D des Wassereintritts sei um den Winkel $ACD = \alpha$ von dem höchsten Radpunkte A entfernt; ferner sei n die Umdrehungszahl des Rades und κ sei das bekannte Verhältniss $\frac{v}{c}$. Zwischen diesen Grössen bestehen nun folgende Beziehungen: 1) $c = \frac{\pi n r}{30}$; 2) $v = \kappa c$; 3) $h - 1,1 \frac{v^2}{2g} = r (1 + \cos \alpha)$.

Fig. 341.



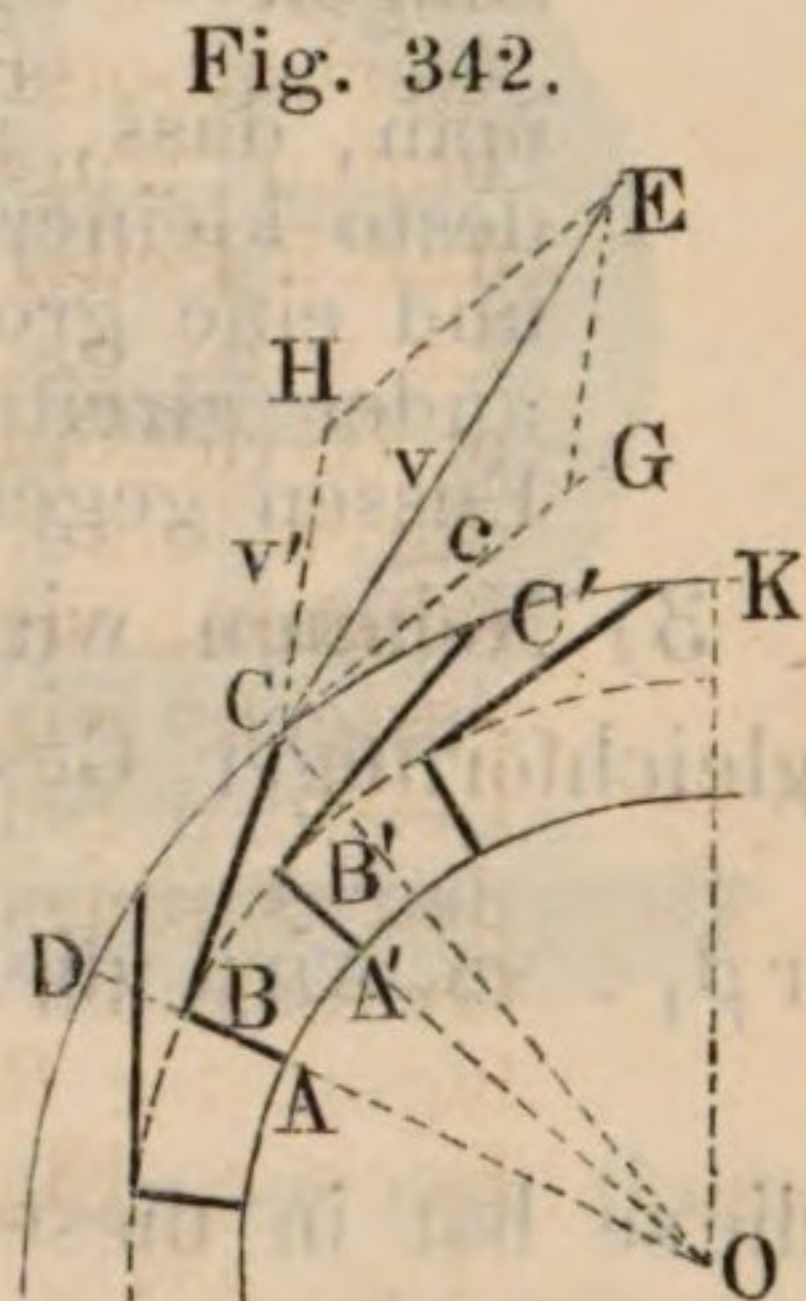
Die ersten beiden Gleichungen übersehen sich leicht. — Damit das Wasser bei D die Geschwindigkeit v erhält, nimmt es vom Totalgefälle theoretisch den Theil $\frac{v^2}{2g}$ in Anspruch, wegen der nicht zu vermeidenden Ausflusshindernisse kann man diese Höhe nun 10% grösser nehmen, also gleich $1,1 \frac{v^2}{2g}$ setzen. Der Punkt D hat also vom Unterwasserspiegel nur noch den Abstand $DE = h - 1,1 \frac{v^2}{2g}$. Berührt nun der Unterwasserspiegel den untersten Radpunkt, so ist auch $DE = r(1 + \cos \alpha)$.

5) Ist a die Kranzbreite (Radtiefe), b die Breite des Rades, giebt ε den Bruchtheil an, um welchen die Zellen sich mit Wasser füllen sollen und ist V das Volum des in der Sekunde zur Verfügung stehenden Wassers, so ist: 4) $V = \varepsilon abc$, wenn hier c die Geschwindigkeit in Mitte des Kranzes bezeichnet. Da a von vornherein bestimmt wird, so lässt sich aus dieser Gleichung die Radbreite bestimmen.

Es ist abc der Zellenraum, der in der Sekunde vor der Eintrittsstelle des Wassers durchgeht.

§ 347. Die overschlächtigen Räder.

1) Der durch die Endpunkte BB' (Fig. 342) der Kropfschaufeln gehende Kreis heisst Theilkreis, der zwischen zwei auf einander folgende Zellen liegende Bogen desselben BB' heisst Theilung, der dazu gehörige Centriwinkel $BOB' = \beta$ heisst Theilungswinkel; der zur Stossschaufel BC gehörende Centriwinkel $BOC = \beta_1$ heisst Schaufelwinkel, und der Winkel $CBD = \delta$, den die Stossschaufel mit der verlängerten Kropfschaufel bildet, heisst Deckungswinkel. Gewöhnlich macht man $AB = \frac{1}{2} AD$ und $\beta_1 = \frac{5}{4} \beta$, bei grossen Rädern aber auch $\beta_1 = \beta$. — Das aufschlagende Wasser muss in solcher Richtung EC ankommen, dass seine relative Bewegung der Stossschaufel CB parallel ist; deshalb muss sich die Geschwindigkeit $EC = v$ in zwei Seitengeschwindigkeiten zerlegen, von denen die Richtung der einen GC die Radperipherie berührt und gleich c ist, die andere $HC = v'$ die Richtung der Schaufel BC hat. Bezeichnet nun φ den Winkel HCG und ψ den W. HCE , so ist $\varphi = 90 - (\delta - \beta_1)$, $v \sin \psi = c \sin \varphi$, also $\sin \psi = \frac{c}{v} \sin \varphi$ und $v' = \frac{v \sin (\varphi - \psi)}{\sin \varphi}$. Nun giebt $\varphi - \psi$ den Winkel an, unter welchem das aufschlagende Wasser die Radperipherie schneidet, der Wasserstrahl ist also bei C gegen den Horizont um den W. $\alpha + \varphi - \psi$ geneigt, wenn α die Bedeutung wie im vor. § hat.



Da $\frac{\sin \varphi}{\sin \psi} = \frac{v}{c}$, so kann man annähernd $\frac{\sin (\varphi - \psi)}{\sin \varphi} = \frac{v - c}{v}$, also $v' = v - c$ setzen; damit also das Wasser in die Zellen eindringe, muss $v >$

c sein; je grösser also c ist, desto grösser muss auch v sein, desto grösser auch die Fall- oder Druckhöhe, die zur Erzeugung von v nöthig ist. Hieraus und aus der Höhe des Rades bestimmt sich die Eintrittsstelle des Wassers, die also im Allgemeinen um so tiefer liegen muss, je schneller sich das Rad umdrehen soll.

2) Der in die Zellen eintretende Strahl muss der Luft darin den Austritt gestatten, darum darf seine Dicke nicht grösser sein als die Hälfte der engsten Stelle zwischen zwei aufeinander folgenden Schaufeln. Ist d die Dicke des Strahls beim Eintritt in die Zelle, so ist seine Dicke

bei seiner relativen Bewegung auf der Stossschaufel $\frac{d v}{v'} = \frac{d \sin \varphi}{\sin (\varphi - \psi)}$

oder angenähert $\frac{d v}{v - c}$. Der Abstand der Kante B' von der Schaufel BC

ist $BB' \sin B'BC = BB' \cos (\delta - \frac{1}{2} \beta) = 2 (r - \frac{a}{2}) \sin \frac{\beta}{2} \cos (\delta - \frac{1}{2} \beta) = (r - \frac{a}{2}) (\sin \delta - \sin (\delta - \beta))$. Wegen des ungehinderten Eintritts muss

sich also folgende Gleichung erfüllen: $(r - \frac{a}{2}) [\sin \delta - \sin (\delta - \beta)] = \frac{2 d v}{v - c}$ (genauer $= \frac{2 d \sin \varphi}{\sin (\varphi - \psi)}$).

Ist δ bekannt, so kann man β hieraus finden und hiernach die Schaufelzahl $m = \frac{360^\circ}{\beta}$. Da $\sin \delta - \sin (\delta - \beta) = 2 \sin \frac{\beta}{2} \cos (\delta - \frac{1}{2} \beta)$, so sieht

man, dass, je grösser der Deckungswinkel δ ist, desto grösser auch β , desto kleiner also die Schaufelzahl wird. Ein grosser Deckungswinkel und eine grosse Schaufelzahl sind also zwei Erfordernisse, die mit einander streiten. Gewöhnlich macht man $m = 5r$ bis $6r$, wenn r in Fussen gegeben ist.

3) Nehmen wir an, das Wasser bewege sich auf der Schaufel BC mit gleichförmiger Geschwindigkeit $v' = v - c$ und setzen wir $BC = CD = r \beta_1$, so wird die Kropfschaufel erst nach der Zeit $\frac{r \beta_1}{v - c}$ getroffen, und

diese hat in dieser Zeit den Winkel $\frac{r \beta_1}{v - c} \cdot \frac{c}{r} = \frac{c \beta_1}{v - c}$ zurückgelegt:

da diese aber schon im Anfange dieser Bewegung von C den Winkelabstand β_1 hatte, so folgt für den Winkel α_1 , um welchen der vom Wasser gestossene Punkt vom Radscheitel absteht, der Werth $\alpha_1 = \alpha + \frac{c \beta_1}{v - c} + \beta_1 = \alpha + \frac{v \beta_1}{v - c}$. Während dieser Bewegung ist der Wasserstrahl

nahezu um $r (\cos \alpha - \cos \alpha_1)$ gesunken, die absolute Geschwindigkeit ist von v übergegangen auf $v_1 = \sqrt{v^2 + 2 g r (\cos \alpha - \cos \alpha_1)}$. Die Ge-

schwindigkeit, mit der die getroffene Schaufel ausweicht, ist $c_1 = \frac{r - a/2}{r}$

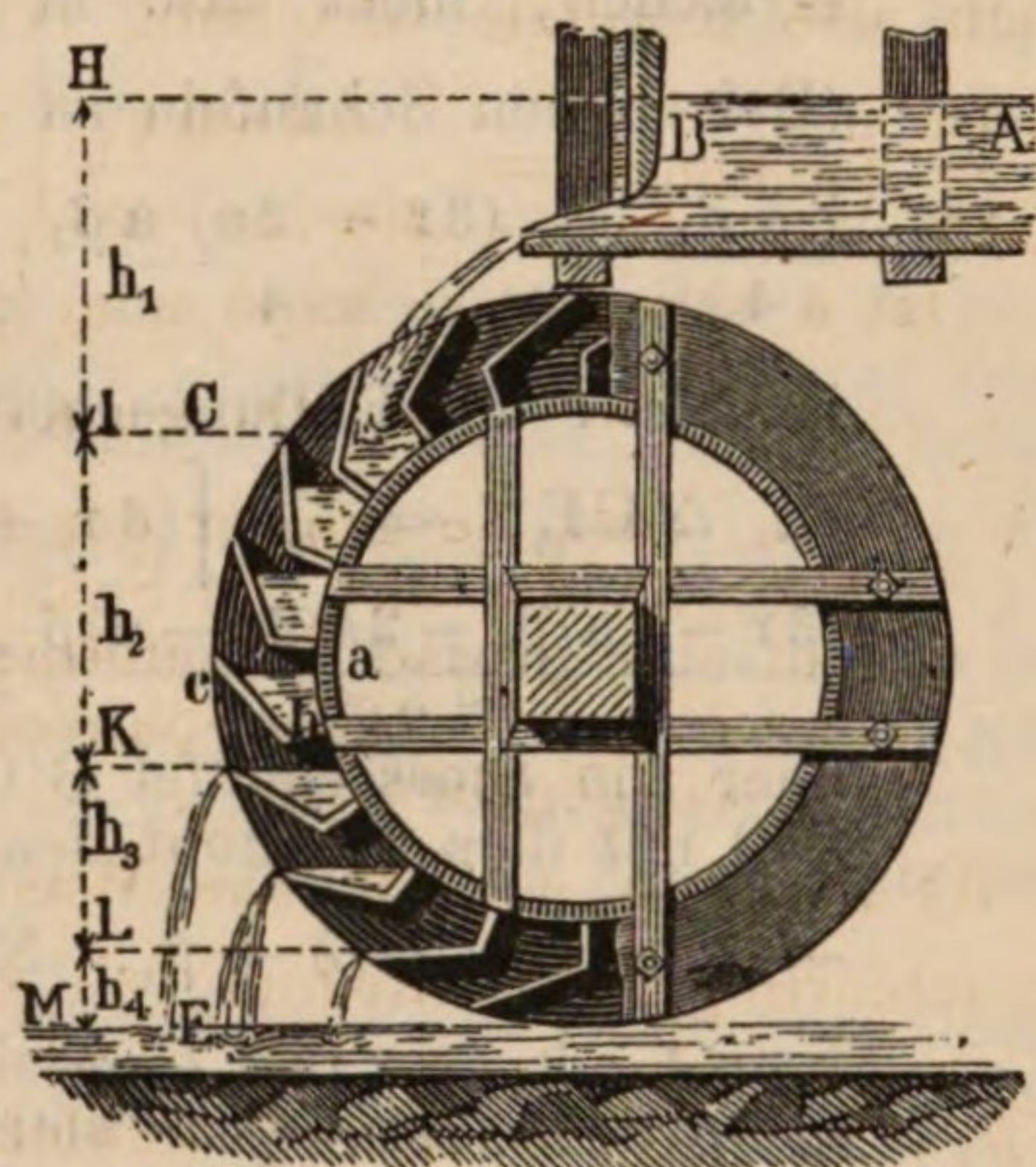
. c . Nun ist annähernd die relative Geschwindigkeit des Wassers gegen die Kropfschaufel $v_1 - c_1$ und der normale Component derselben $(v_1 - c_1) \sin \delta$. Es kommt nun in der Sekunde das Wassergewicht Q zum Stoss,

überträgt also an das Rad die Arbeit $2 Q \cdot \frac{c_1 (v_1 - c_1) \sin \delta}{2 g}$.
(§ 339, 1.)

Diese Werthe sind nur Näherungswerthe, da die genaue Rechnung zu complicirte Ausdrücke geben würde. — Der Ausdruck für die übertragene Arbeit ist ein Maximum, wenn $c_1 = \frac{1}{2} v_1$ und geht dann über in $\frac{1}{2} Q \cdot \frac{v_1^2}{2 g} \sin \delta$; ist nun h_1 der Abstand des Stosspunktes vom Wasserspiegel, so ist wegen der Ausflusshindernisse und wegen der Reibung auf der Stossschaufel jedenfalls $v_1 < \sqrt{2 g h_1}$, also deshalb und des Factors $\sin \delta$ wegen ist die Stosswirkung des Wassers $< \frac{1}{2} Q h_1$, es geht also mehr als die Hälfte der der Höhe h_1 entsprechenden Leistungsfähigkeit verloren, und die Verhältnisse des Rades müssen schon mit grosser Sorgfalt festgestellt sein, wenn die Stosswirkung $= 0,4 \cdot Q h_1$ sein soll.

4) Die totale Druckhöhe $HM = h$ (Fig. 343) lässt sich in vier Theile zerlegen: in $HI = h_1$, vom Oberwasserspiegel bis zum Stosspunkte;

Fig. 343.



in $IK = h_2$, von da bis zum beginnenden Ausguss des Wassers aus den Zellen; in $KL = h_3$, von da bis zur gänzlichen Entleerung der Zellen, und in $LM = h_4$, von da bis zum Unterwasserspiegel. Für den ersten Theil (h_1) der Druckhöhe wirkt das Wasser nur durch Stoss, und diese Wirkung ist, wie oben entwickelt wurde: $2 Q \frac{c_1 (v_1 - c_1) \sin \delta}{2 g}$; für den zweiten Theil

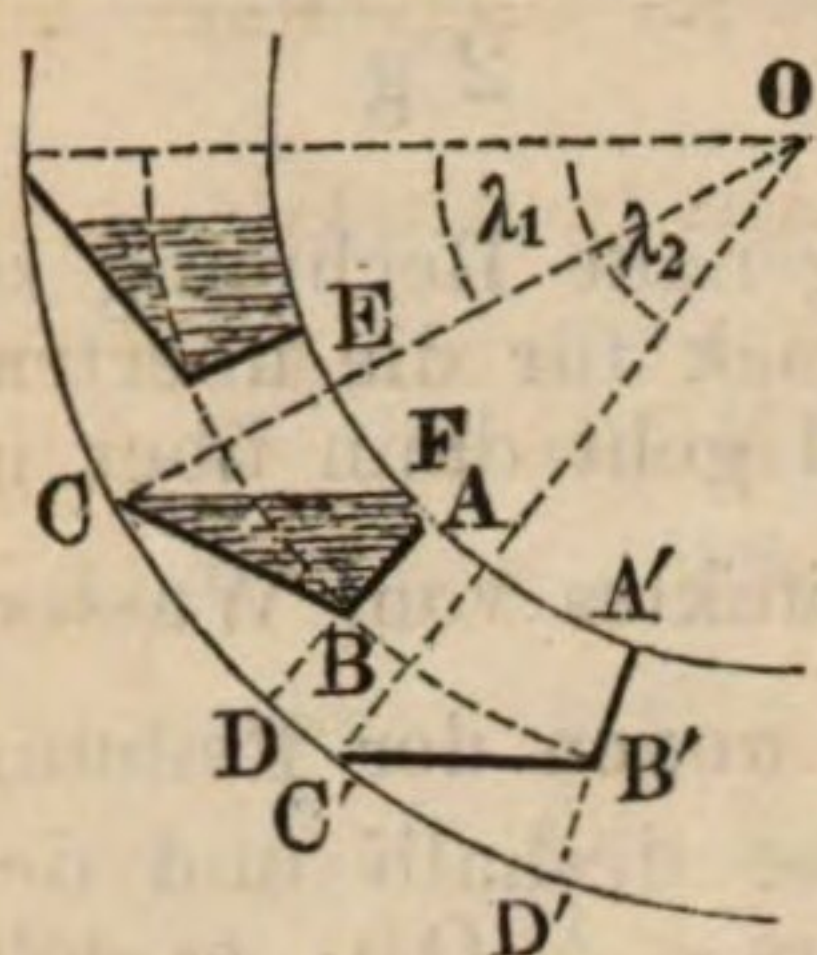
der Druckhöhe (h_2) wirkt das Wasser durch sein Gewicht; da hier kein Verlust eintritt, so ist die Wirkung $Q h_2$;

für den dritten Theil der Druckhöhe (h_3) kommt das Wasser nur theilweise zur Wirkung, weil ein Theil bereits ausgeflossen ist; giebt ξQ die durchschnittliche Wassermenge an, die in dieser Druckhöhe wirkend angenommen werden kann, so ist die Leistung $\xi Q h_3$; für die Druckhöhe h_4 kann keine Wasserwirkung stattfinden, weil alles Wasser die Zellen verlassen hat.

Die Gesamtwirkung des Wassers ist also $Q \left[\frac{c_1 (v_1 - c_1) \sin \delta}{g} + h_2 + \xi h_3 \right]$, oder angenähert, wenn man, wie oben, den ersten Theil dieser Wirkung $= 0,4 Q h_1$ setzt und $\xi = \frac{1}{2}$ nimmt: $Q [0,4 h_1 + h_2 + 0,5 h_3]$. Von der totalen Leistungsfähigkeit $Q h$ geht daher verloren: $Q [0,6 h_1 + 0,5 h_3 + h_4]$.

Es kommt in jedem einzelnen Falle darauf an, die Werthe für h_1, h_2, h_3, h_4 anzugeben, dieselben hängen von der Lage der Punkte I, K, L ab. Der Punkt I liegt um $\left(r - \frac{a}{2}\right) \cos \alpha_1$ über dem Radmittelpunkt.

Fig. 344.



Der Punkt K liegt in der Höhe, in welcher der Wasserspiegel CF (Fig. 344) des Zellenwassers zuerst den Rand C berührt; für diesen Punkt bilde der Radius CO mit dem Horizont den Winkel λ_1 . Die Grösse dieses Winkels hängt von dem Deckungswinkel und von dem Grade der Zellenfüllung ab. Hat das Rad m Zellen, so ist die äussere Weite einer jeden $\frac{2 r \pi}{m}$ und in der Sekunde geht

dann die Anzahl $c : \frac{2 r \pi}{m} = \frac{c m}{2 r \pi}$ unter dem Aufschlagwasser vorbei, jede empfängt dann die Wassermasse Q :

$\frac{m c}{2 r \pi} = \frac{2 r \pi \cdot Q}{m c}$, und ist b die Radbreite, so ist der Querschnitt ABCF der Wassermasse $\frac{2 r \pi \cdot Q}{m b c}$. Bezeichnet nun F die

Fläche ABCE, so ist $\triangle CEF = ABCE - ABCF = F - \frac{2 r \pi \cdot Q}{m b c}$.

Nun ist aber angenähert $\triangle CEF = \frac{1}{2} CE \cdot EF = \frac{1}{2} a^2 \tan \lambda$,

woraus folgt: $\tan \lambda_1 = \frac{2 \left[F - \frac{2 r \pi \cdot Q}{m b c} \right]}{a^2}$. Um ein grosses λ_1 zu

erreichen, muss also m so gross als möglich genommen werden.

(Bei ebenen Schaufeln ist $F = \square ADCE - \triangle BDC = \left(r - \frac{a}{2}\right) a \beta_1 -$

$\frac{r a \beta_1}{4} = \frac{(3r - 2a) a \beta_1}{4}$; der Querschnitt jeder Zelle ist $\left(r - \frac{a}{2}\right) a \beta$,

ist nun ε der Füllungscoefficient, so ist $ABCF = \varepsilon \left(r - \frac{a}{2}\right) a \beta$, also

ist $\triangle CEF = \frac{a}{4} \left[(3r - 2a) \beta_1 - 2\varepsilon (2r - a) \beta \right]$, also $\tan \lambda_1 =$

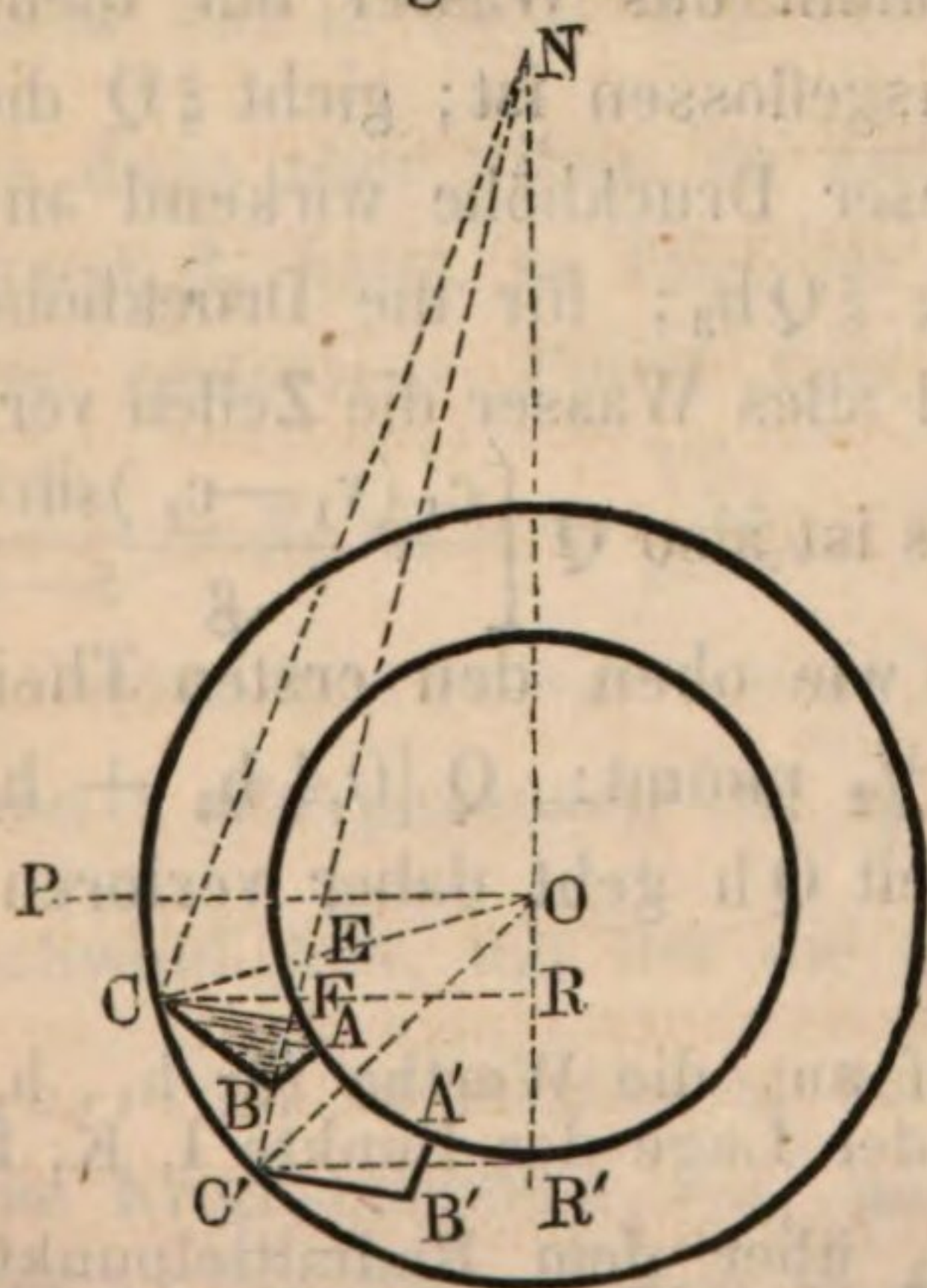
$\frac{(3r - 2a) \beta_1 - 2\varepsilon (2r - a) \beta}{2a}$.) — Der Punkt L liegt in der Höhe, in wel-

cher die Stossschaufel B'C' horizontal liegt; bildet jetzt der Radius C'O mit dem Horizont den Winkel λ_2 , so ist $\lambda_2 = \angle OC'B' = \angle C'B'D'$

$-\angle C'OB' = \delta - \beta_1$. Nun ergibt sich leicht: $h_2 = \left(r - \frac{a}{2}\right) \cos \alpha_1 +$

$r \sin \lambda_1$; $h_3 = r (\sin \lambda_2 - \sin \lambda_1)$. — Den Bruchwerth ξ kann man ohne grossen Fehler $= 0,5$ setzen. Der zur Druckhöhe $h_2 + h_3$ gehörige Bogen heisst der Wasser haltende Bogen.

Fig. 345.



5) Bei schnell umgehenden Rädern bewirkt die Centrifugalität des Wassers eine Verminderung der Leistung; denn die Zellen giessen früher aus und entleeren sich früher.

In Folge der Centrifugalität kommen die Punkte K und L höher zu liegen, die Winkel λ_1 und λ_2 werden kleiner. Nach § 309, 2 ist die Oberfläche CF des Zellenwassers ein Stück eines Cylindermantels, dessen horizontale Axe N senkrecht über der Radaxe liegt,

so dass $NO = g : \left(\frac{c}{r}\right)^2 = \frac{g r^2}{c^2}$ ist (Fig. 345).

Es sei $NO = k$, die Zelle ABC sei im Begriff, Wasser auszugliessen, es sei $\angle COP = \lambda_1$, $\angle CNO = \nu_1$, so ist $\angle ECF = \angle COP + \angle CNO = \lambda_1 + \nu_1$; für $\angle ECF$ gilt aber die Entwicklung des vorigen Abschnitts, es

ist also: $\operatorname{tng}(\lambda_1 + \nu) = \frac{2}{a^2} \left[F - \frac{2 r \pi \cdot Q}{m b c} \right]$, ausserdem folgt aber aus dem Dreieck CON die Gleichung $\frac{r}{k} = \frac{\sin \nu_1}{\cos(\lambda_1 + \nu_1)}$. Aus beiden Gleichungen lässt sich λ_1 finden. — Der Ausguss hat aufgehört, wenn $B'C'$ auf NC' senkrecht steht. Ist jetzt $POC' = \lambda_2$ und $C'NO = \nu_2$, so folgt leicht: $\angle OC'B' = \lambda_2 + \nu_2 = \delta - \beta_1$, und aus Dreieck NOC' : $\frac{r}{k} = \frac{\sin \nu_2}{\cos(\lambda_2 + \nu_2)}$. Aus beiden Gleichungen wird λ_2 gefunden.

6) Von der angegebenen Leistung des Wassers ist noch die Arbeit der Zapfenreibung abzuziehen. Ist G das Gewicht des Rades mit Einschluss des in den Zellen ruhenden Wassers, so ist μG die Zapfenreibung; ist ϱ der Zapfenradius, so ist $\frac{\varrho c}{r}$ der Weg der Zapfenreibung in der Sekunde, also $\frac{\mu \varrho c}{r} \cdot G$ die Arbeit derselben. Ist nun L die Gesamtleistung des Rades, so ist $L = Q \left[\frac{c_1 (\nu_1 - c_1) \sin \delta}{g} + h_2 + \xi h_3 \right] - \frac{\mu \varrho c}{r} \cdot G$.

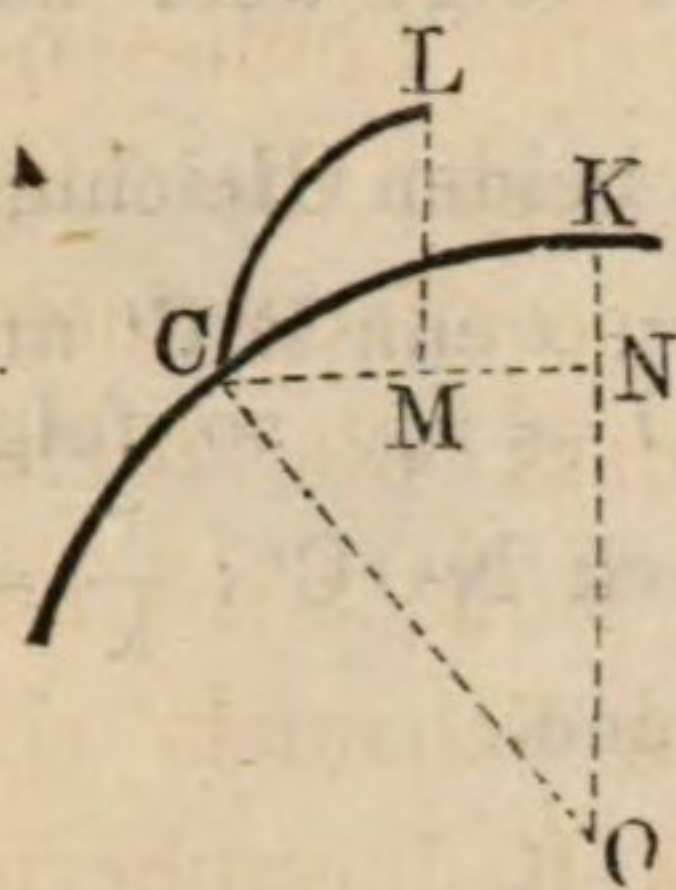
Nach Weisbach kann man annähernd das Gewicht des Rades G proportional der Leistung des Rades, aber umgekehrt proportional dem Füllungscoefficienten ε und der Umdrehungszahl setzen, und er findet durch Vergleichung mit wirklich ausgeführten Rädern, $G = 3000 \frac{N}{\varepsilon n}$ Pfd., wenn N die in Pferdekraften ausgedrückte Leistung des Rades ist.

Aufgabe 128. Bei einem Gefälle von 20' stehen in jeder Sekunde 8 KF. Wasser zu Gebote; es soll ein oberflächliches Wasserrad construiert werden, das sich 6mal in der Minute umdreht. Die Kranzbreite betrage 1' und der Füllungscoefficient $\frac{1}{4}$.

Auflösung. Nehmen wir 2' für den Abstand des Radscheitels vom Oberwasserspiegel, so bleibt für den Raddurchmesser $2r = 20' - 2' = 18'$, also ist $r = 9'$. Die Umfangsgeschwindigkeit ist $c = \frac{\pi n r}{30} = \frac{\pi \cdot 6 \cdot 9}{30} = 5,65'$; nehmen wir nun an, das Wasser treffe die Radperipherie mit der doppelten Umfangsgeschwindigkeit, so ist $v = 11,3'$. Um nun α zu finden, welcher Winkel den Punkt bestimmt, in welchem das Wasser die Radperipherie trifft, haben wir die Gleichung: $h - 1,1 \frac{v^2}{2g} = r(1 + \cos \alpha)$; hieraus folgt $\cos \alpha = 0,973$, also $\alpha = 13^\circ 20'$. Da nun $V = 8$ KF., $a = 1'$, $c = 5,65'$ und $\varepsilon = \frac{1}{4}$, so folgt die Radbreite $b = \frac{V}{\varepsilon \cdot a \cdot c} = \frac{4 \cdot 8}{5,65} = 5,66'$. Giebt man dem Rade 48 Zellen, so ist $\beta = \frac{360^\circ}{48} = 7^\circ 30'$, und macht man $\beta_1 = \frac{3}{4} \beta$, so ist $\beta_1 = 9^\circ 22'$; hieraus folgt der Deckungswinkel $\delta = 75^\circ 27'$. Nun ist $\varphi = 90^\circ - (\delta - \beta_1) = 23^\circ 55'$; aus $\sin \psi = \frac{c}{v} \cdot \sin \varphi$, folgt $\psi = 11^\circ 42'$, also $\varphi - \psi = 12^\circ 13'$.

Der Wasserstrahl schneidet die Radperipherie unter einem Winkel von $12^\circ 13'$, ist also gegen den Horizont um $12^\circ 13' + 13^\circ 20' = 25^\circ 33'$ geneigt. Hiernach bestimmt sich die Vorrichtung des Wasserausflusses; entweder lässt man das Wasser durch ein Gerinne unter dem berechneten Winkel an das Rad gelangen, oder man lässt es aus einer höhe-

Fig. 346.



ren Ausflussöffnung in einer Parabel auf das Rad fallen. Ist LC (Fig. 346) der eine Parabelarm, mit der Axe LM, so findet man nach § 242, 2 $LM = \frac{11,3^2 \cdot \sin 25^\circ 33'}{62,5} = 0,881'$,

$$CM = \frac{11,3^2 \cdot \sin 51^\circ 6'}{62,5} = 1,59'; \text{ nun ist } KN = 9(1 - \cos$$

$13^\circ 20') = 0,243'$ und $CN = 2,075'$; also muss die Mitte der Ausflussöffnung, welche das Wasser horizontal ausfliessen lässt, um $0,881' - 0,243' = 0,638'$ höher als der Radscheitel und um $MN = 2,075 - 1,59 = 0,485'$ vor demselben liegen.

Ist die Höhe der Ausflussöffnung sonst schon gegeben, so darf derselbe nicht höher als L liegen, man suche dann den der gegebenen Höhe entsprechenden Punkt auf dem Parabelarme CL, so ist die Ausflussöffnung auch in horizontaler Richtung bestimmt, und die Tangente in diesem Parabelbogen giebt die Ausflussrichtung an. —

Die geringste Weite der Zellenöffnung ist $\left(r - \frac{a}{2}\right) [\sin \delta - \sin (\delta - \beta)] = 8,5 (\sin 75^\circ 27' - \sin 67^\circ 57') = 0,3485'$, die Dicke des aufschlagenden Strahls ist $d = \frac{V}{b v} = 0,1266'$, und die Dicke des in die Zelle einfließenden Strahls ist $d \cdot \frac{\sin \varphi}{\sin (\varphi - \psi)} = 0,2426'$. Man sieht, dass diese

Dicke grösser als die Hälfte der Weite der Zellenöffnung ist, weshalb eine kleinere Zellenzahl angemessen wäre. — Für den Punkt, in welchem das Wasser die Kropfschaufel trifft, finden wir: $\alpha_1 = \alpha + \frac{v \beta_1}{v - c}$

$$= 13^\circ 20' + 2 \cdot 9^\circ 22' = 32^\circ 4', v_1 = \sqrt{v^2 + 2gr(\cos \alpha - \cos \alpha_1)} = 14,1',$$

$c_1 = \frac{r - \frac{a}{2}}{r} c = 5,34'$. Die von dem Rade in der Sekunde durch den Wasserstoss ertheilte Arbeit ist demnach $\frac{2Q \cdot c_1 (v_1 - c_1) \sin \delta}{2g} =$

$$\frac{8 \cdot 61\frac{3}{4} \cdot 5,34 \cdot 8,76 \cdot \sin 75^\circ 27'}{31,25} = 715,75 \text{ FPf.}$$

Da der Radmittelpunkt 11' unter dem Oberwasserspiegel liegt, so ist das Gefälle für den Stosspunkt $h_1 = 11' - 8,5 \cos \alpha_1 = 3,797'$, diesem entspricht eine Leistungsfähigkeit des Wassers von 1875,72 FPf., so dass davon im Stoss nur etwa 38% an das Rad übergehen. Den Werth für λ_1 finden wir

$$\text{aus: } \tan \lambda_1 = \frac{(3r - 2a) \beta_1 - 2\varepsilon(2r - a) \beta}{2a} = \frac{25 \cdot \beta_1 - 8,5 \cdot \beta}{2} = 1,4889,$$

also $\lambda_1 = 56^\circ 7'$; ferner ist $\lambda_2 = \delta - \beta_1 = 66^\circ 5'$. Hieraus folgt für die

Druckhöhe der vollen Wasserwirkung: $h_2 = \left(r - \frac{a}{2}\right) \cos \alpha_1 + r \sin \lambda_1 =$

$$14,675', \text{ und für die theilweisen: } h_3 = r(\sin \lambda_2 - \sin \lambda_1) = 0,672';$$

wird diese Höhe nur zur Hälfte in Rechnung gebracht, so folgt für die Wasserwirkung im Wasser haltenden Bogen $8 \cdot 61\frac{3}{4} (14,675 + 0,336) = 7415,43 \text{ FPf.}$; die gesammte Wasserwirkung ist also $7415,43 + 715,75 = 8131,18 \text{ FPf.}$ oder etwa 16,9 Pferdekkräfte. Das muthmassliche Ge-

wicht des Rades wird nun $\frac{3000 \cdot 16,9}{6 \cdot \frac{1}{4}} = 33800 \text{ Pf.}$, der Zapfendruck

16900 Pfd., also der Durchmesser des eisernen Zapfens 4,05". Nehmen

wir $\varrho = 2''$ und $\mu = 0,08$, so ist die Arbeit der Reibung $\frac{0,08 \cdot \pi \cdot 6 \cdot \frac{2}{12} \cdot 33800}{30}$

$$= 283,16 \text{ FPf.}$$

Die vom Rade aufgenommene Arbeit beträgt nun $8131,18 - 283,16 = 7848,02 \text{ FPf.}$ oder 16,35 Pferdekkräfte. Das Leistungsvermögen des Wassers ist in diesem Falle $8 \cdot 61\frac{3}{4} \cdot 20 = 9880 \text{ FPf.}$,

deshalb wäre der theoretische Wirkungsgrad unseres Rades $= \frac{7848}{9880}$

$$= 0,794.$$

§ 348. Die rücken- und mittelschlächtigen Räder.

1) Bei rückenschlächtigen Rädern ist in der Regel ein Coulissen-Einlauf anzuwenden (Fig. 334), damit das Wasser nicht gegen die äussere Seite der Stossschaufel anschlägt. Die Coulissen sind so anzuordnen, dass sie dem Wasser eine solche Richtung geben, dass die Richtung seiner relativen Bewegung der Stossschaufel parallel läuft; wird bei einem mittelschlächtigen Rade mit ebenen, radial gestellten Schaufeln ein Coulisseneinlauf angeordnet, so kann man das Wasser die Radperipherie unter einem Winkel von $20-30^\circ$ schneiden lassen. Ein Coulisseneinlauf empfiehlt sich überhaupt da, wo der Oberwasserspiegel veränderlich ist. Ob bei einem mittelschlächtigen Rade ein Ueberfall- oder Spannschützen anzuwenden ist, wird von der Peripheriegeschwindigkeit des Rades bedingt sein, indem man das Wasser in der Regel mit dem Doppelten dieser Geschwindigkeit ans Rad treten lässt; bei einer geringeren Geschwindigkeit wird zwar die Stosswirkung vermindert und die Höhe des wasserhaltenden Bogens vermehrt, aber die Zellenräume füllen sich weniger gut. Am besten leitet man das Wasser von der Schützenöffnung bis ans Rad in einer Parabel, die das Rad tangirt, und gebraucht bei einem Ueberfallschützen eine Leitschaufel, bei einem Spannschützen krümmt man den entsprechenden Theil des Gerinnbodens nach dieser Curve. Die Zellenräume werden jetzt von $\frac{1}{2}$ bis zu $\frac{2}{3}$ ihres Raumes gefüllt, sie müssen aber des bequemen Luftaustritts wegen durch Oeffnungen oder Spalten im Radboden ventilirt werden.

2) Die Wirkung des Wassers ist eine Stosswirkung und eine Druckwirkung. Für Zellenräder kann man die Stosswirkung wieder gleich $Q \frac{c_1 (v_1 - c_1) \sin \delta}{g}$ setzen; für Räder mit ebenen Schaufeln setze man sie nach § 339, 2 gleich $Q \frac{c (v \sin \delta_1 - c)}{g}$, wenn δ_1 den Winkel bezeichnet, unter welchem der Wasserstrahl die Schaufel trifft. Um die Druckwirkung bei Zellenrädern zu vermehren, bei Schaufelrädern möglich zu machen, wendet man den Kropf an; ist dann h_2 der Vertikalabstand des Stosspunktes vom Wasserspiegel in der letzten Wasser haltenden Zelle, so ist die Druckwirkung gleich $Q h_2$.

Bewegt sich das Wasser im Abflussgraben mit derselben Geschwindigkeit fort, welche die Radperipherie besitzt, so kann das Rad in das Unterwasser eintauchen und der Wasserspiegel der letzten Zelle liegt dann mit dem Unterwasserspiegel gleich hoch; bewegt sich aber das Rad schneller, so bringt man am Ende des Kropfes einen Abfall von etwa 6" an, welche dann am wirksamen Gefälle verloren gehen. — Zwischen dem Kropf und der Radperipherie bleibt noch ein Abstand von $\frac{1}{2}$ bis 1", der dadurch gebildete Raum gestattet dem Wasser einen fortwährenden Abfluss, wodurch ein Theil der Druckwirkung verloren geht. Ist e die Höhe des schädlichen Raumes zwischen dem Rade und

dem Kropf und w die Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser aus demselben ausfliesst, so ist bew das Volum des Wassers, das in jeder Sekunde der Druckwirkung entzogen wird; ist nun ν der Centriwinkel des Bogens, auf welchem der Kropf wirksam ist, so ist die verloren gehende Arbeit $\gamma bew r (1 - \cos \nu)$. Daher folgt für die Gesamtleistung des Rades

$$L = Q \left[\frac{c (v \sin \delta_1 - c)}{g} + h_2 \right] - \gamma bew r (1 - \cos \nu) - \frac{\mu \pi n \varrho}{30} \cdot G.$$

Um w annähernd zu bestimmen, behandle man die Bewegung des Wassers im schädlichen Raume wie eine Bewegung in einer Röhre; dann ist $r \nu$ die Länge der Röhre, b der Querschnitt, $2(b+e)$ oder kürzer $2b$ der Umfang des Querschnitts, $r(1 - \cos \nu)$ die Druckhöhe; es ist

dann die Widerstandshöhe auch § 330, 1 $= \frac{s}{2} \cdot \frac{r \nu}{e} \cdot \frac{w^2}{2g}$, folglich

wäre die Geschwindigkeitshöhe $\frac{w^2}{2g} = r(1 - \cos \nu) - \frac{s}{2} \cdot \frac{r \nu}{e} \cdot \frac{w^2}{2g}$;

hieraus folgt $w = \sqrt{\frac{2gr(1 - \cos \nu)}{1 + \frac{s}{2} \cdot \frac{r \nu}{e}}}$; für s kann man einen mittleren

Werth, etwa 0,024 nehmen.

Aufgabe 129. Bei einem Gefälle von 8' und einem Wasservorrath von 20 KF. in der Sekunde soll ein 12' hohes Schaufelrad construiert werden, das in der Minute 12mal umläuft. Die Schaufelbreite betrage 1', und der Füllungscoefficient sei $\frac{1}{2}$.

Auflösung. Bringt man unter dem Rade einen Abfall von 6'' an, so ist das wirksame Gefälle 7,5'. Die Peripheriegeschwindigkeit des Rades ist $c = \frac{\pi \cdot 12 \cdot 6}{30} = 7,54'$. Ist die Geschwindigkeit des Aufschlag-

wassers doppelt so gross, so ist $v = 15,08'$. Aus § 345, 4 folgt nun $r(1 + \cos \alpha) = 3,5$, also $\alpha = 114^\circ 37'$. Das Wasser tritt also um $24^\circ 37'$ unter der Radmitte und um 4' unter dem Oberwasserspiegel ins Rad, der Kropf umfasst also einen Bogen von $90^\circ - 24^\circ 37' = 65^\circ 23' = \nu$. Die Radbreite findet man zu $b = \frac{V}{\epsilon a \cdot c} = \frac{20}{\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 7,54} = 5,2'$.

Soll das Wasser das Rad tangential treffen, so hat es im Momente des Stosses eine Neigung gegen den Horizont von $65^\circ 23'$, hiernach ist der Spannschützen anzuordnen. Die Stosswirkung ist $\frac{Q c (v - c)}{g} = 2247,7$

FPf.; h_2 ist $= 7,5' - 4' = 3,5'$, also ist die unverminderte Druckwirkung $= 4322,5$ FPf. Ist das Rad aus Eisen construiert und der Kropf aus

Steinen, so kann man $e = \frac{1}{2}''$ machen, es ist dann $\frac{s}{2} \cdot \frac{r \nu}{e} = 1,972$,

$w = 8,58'$; der Verlust an Wirkung wegen des schädlichen Raumes beträgt dann $\frac{61\frac{3}{4} \cdot 5,2 \cdot 1 \cdot 8,58 \cdot 3,5}{24} = 392,6$ FPf. Die Leistung des

Wassers beträgt also $2247,7 + 4322,5 - 392,6 = 6177,6$ FPf. oder etwa 12,8 Pferdekkräfte. Nun sei G wieder $= \frac{3000 \cdot 12,8}{12 \cdot \frac{1}{2}} = 6400$ Pf. Hier-

aus folgt nach § 183 die Zapfenstärke $= 1,76''$, nehmen wir dafür $2''$, so ist die sekundliche Arbeit der Zapfenreibung ($\mu = 0,08$) 53,6 FPf., daher ist die Leistung des Rades $= 6124$ FPf. $= 12,76$ Kf.-Kr. Der

Wirkungsgrad ist $\frac{6124}{9880} = 0,62$.

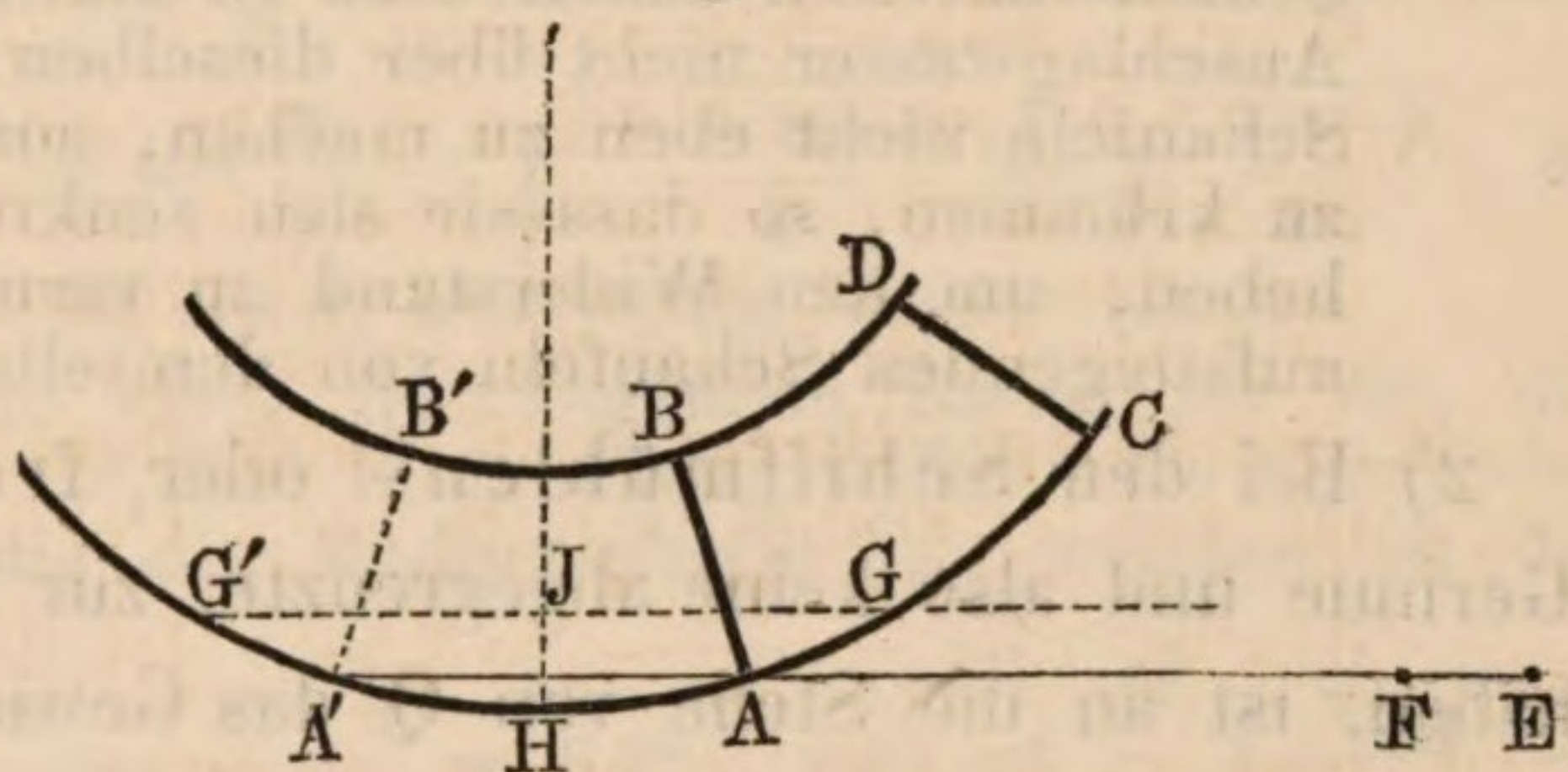
§ 349. Die unterschlächtigen Räder.

1) Hängt das unterschlächtige Rad in einem Kropfgerinne, das etwa drei Schaufeln umfasst, so wird sein Effect ebenso wie der eines mittel-

schlächtingen Kropfrades berechnet, nur dass hier die Stosswirkung des Wassers die Druckwirkung überwiegt. Bei einem Rade im Schnurgebinne fällt die Druckwirkung ganz fort und es bleibt nur die Stosswirkung $Q \frac{c(v \sin \delta_1 - c)}{g}$. Vermindert wird diese Wirkung besonders dadurch, dass nicht die ganze Wassermasse Q zum Stoss gelangt, weil ein Theil des Wassers zwischen dem Rade und dem Gerinnboden abfließt, ein anderer Theil zwar zwischen die Schaufeln kommt, sie aber nicht erreicht.

Damit die Schaufeln nicht an den Gerinnboden anstreifen, muss ein Abstand von 1—2'' zwischen dem Rade und diesem Boden bleiben; bezeichnet e diese Höhe, so fließt also ein Wassergewicht $bevy$ unter dem Rade wirkungslos vorbei. Die zwischen den Schaufeln nicht zum Stoss kommende Wassermasse berechnet man (nach Gerstner) in folgender Weise: Es seien AB und CD (Fig. 347) zwei aufeinander folgende Schaufeln, und es sei $AC = 1$. Die Schaufel CD

Fig. 347.



nimmt nach der Zeit $\frac{1}{c}$ die Lage AB an, und in dieser Zeit ist durch den Punkt A eine Wasserlänge $AE = 1 \frac{v}{c}$ geflossen. Die Schaufel AB nimmt die entgegengesetzte Lage $A'B'$ nach der Zeit $\frac{AA'}{c}$ an; soll noch der

Punkt F jener Wasserlinie die Schaufel erreichen, so muss $FA' = \frac{AA'}{c} v$ sein, also ist $AF = AA' \frac{v-c}{c}$. Die Punkte der Wasserlinie zwischen F und E kommen also gar nicht zum Stosse. Es ist nun $EF = AE - AF = 1 \frac{v}{c} - AA' \frac{v-c}{c}$; dieser Verlust ist um so grösser, je kleiner AA' ist, d. h. je tiefer die stossenden Wasserfäden liegen, und er hört in der Höhe der Sehne GG' ganz auf, wo $1 \frac{v}{c} - GG' \frac{v-c}{c} = 0$, also $GG' = 1 \frac{v}{v-c}$ ist. Die unterhalb GG' zwischen die Schaufeln AB und CD kommende Wassermenge hat einen Längenschnitt HI . $AE = HI \cdot 1 \frac{v}{c}$; der in einer beliebigen Höhe EAA' zum Stoss kommende Theil hat eine Länge $AF = \frac{v-c}{c} \cdot AA'$, sein Längenschnitt ist im Ganzen in dem Verhältniss $\frac{v-c}{c}$ dem Segment GHG' proportional, also $= \frac{v-c}{c} \cdot \text{Sgmt. } GHG'$. Vergleicht man dieses Segment mit einem Parabelsegment von gleichen Abmessungen, so kann man annähernd $\text{Sgmt. } GHG' = \frac{2}{3} \cdot GG' \cdot HI = \frac{2}{3} HI \cdot \frac{1}{v-c} v$, folglich ist der Längenschnitt der zum Stoss kommenden Wassermasse $\frac{2}{3} \cdot HI \cdot \frac{1}{v-c} v \cdot \frac{v-c}{c} = \frac{2}{3} HI \cdot \frac{1}{c} v$, mithin der Längenschnitt der Wassermasse, die zwar zwischen die Schaufeln AB und CD kommt, aber AB nicht mehr erreichen kann, $HI \cdot \frac{1}{c} v - \frac{2}{3} HI \cdot \frac{1}{c} v = \frac{1}{3} HI \cdot \frac{1}{c} v$. Das ist

der Verlust für die Zeit $\frac{1}{c}$, für die Zeiteinheit ist er also $\frac{1}{3} HI$.
 $\frac{1}{c} : \frac{1}{c} = \frac{1}{3} HI \cdot v$. Setzt man nun angenähert $HI = \frac{GI^2}{2r} = \frac{GG'^2}{8r}$
 $= \frac{l^2}{8r} \left(\frac{v}{v-c}\right)^2$, so ist $\frac{1}{3} HI \cdot v = \frac{l^2 v}{24r} \left(\frac{v}{v-c}\right)^2$, also das Gewicht der in der
 Sekunde verloren gehenden Wassermenge $\frac{\gamma b l^2 v}{24r} \left(\frac{v}{v-c}\right)^2$; dieser Aus-
 druck ist um so kleiner, je enger die Schaufeln stehen und je grösser
 der Radradius ist. Da nun die zum Stoss kommende Wassermasse
 $Q - \gamma b e v - \frac{\gamma b l^2 v}{24r} \left(\frac{v}{v-c}\right)^2$ ist, so folgt schliesslich:

$$L = \left[Q - \gamma b e v - \frac{\gamma b l^2 v}{24r} \left(\frac{v}{v-c}\right)^2 \right] \frac{c (v \sin \delta_1 - c)}{g} - \frac{\mu \rho c}{r} \cdot G.$$

Die Peripheriegeschwindigkeit des Rades macht man 0,4 bis 0,45 von der Geschwindigkeit des Anschlagwassers, während daher die Geschwindigkeit v zwischen den Schaufeln auf 0,4 v bis 0,45 v herabsinkt, steigt die Dicke des stossenden Wasserstrahls, die gewöhnlich 4—6" beträgt, auf das 2 bis 2½fache, also auf 10—15", daher ist es nöthig, den Schaufelbrettern selbst eine Breite von 12—18" zu geben, damit das Anschlagwasser nicht über dieselben fliesst. — Es ist vortheilhaft, die Schaufeln nicht eben zu machen, sondern sie gegen den Wasserstrahl zu krümmen, so dass sie sich senkrecht aus dem Unterwasser herausheben, um den Widerstand zu vermindern, den die aus dem Wasser aufsteigenden Schaufeln von demselben erfahren.

2) Bei den Schiffmühlen- oder freihangenden Rädern, die kein Gerinne und also keine abgegrenzte, zur Wirkung bestimmte Wassermasse haben, ist an die Stelle von Q das Gewicht des Wassers zu setzen, welches in jeder Sekunde neu gegen das Rad anrückt. Ist nun F die Schaufelfläche, so weit sie zur Eintauchung kommt, v die Geschwindigkeit des fliessenden Wassers, so ist $Q = F v \gamma$. Da bei diesen Rädern gewöhnlich die Zahl der Schaufeln nur eine geringe ist, so kommt eine grössere Menge von dem Wasser, das zwischen die Schaufeln kommt, nicht zum Stoss. Die Leistung des Rades wird nun annähernd durch die Gleichung: $L = \gamma \left[F - \frac{b l^2}{24r} \left(\frac{v}{v-c}\right)^2 \right] \frac{v c (v \sin \delta_1 - c)}{g} - \frac{\mu \rho c}{r} G$ angegeben.

In der That wird die Leistung noch geringer sein, als diese Formel angiebt, da nicht alles Wasser, was die Schaufeln trifft, zum vollständigen Stoss kommt, sondern nur abgelenkt wird. Die Räder sind gewöhnlich 12—15' hoch, haben oft nur 6—8 Schaufeln, deren Länge 6—18' und Breite 1—2' ist; natürlich dürfen dieselben nicht ganz untertauchen. — Der oben berechnete Ausdruck $\frac{\gamma b l^2 v}{24r} \left(\frac{v}{v-c}\right)^2$ für das Gewicht der zwar zwischen die Schaufeln, aber nicht zum Stoss kommenden Wassermenge, setzt voraus, dass $HI \left(= \frac{l^2}{8r} \cdot \left(\frac{v}{v-c}\right)^2 \right)$ kleiner als die Eintauchungstiefe h ist, ist hingegen $h < \frac{l^2}{8r} \left(\frac{v}{v-c}\right)^2$, was bei Schiffmühlenträdern, wo l gross und r klein ist, leicht der Fall sein kann, so ist der Längenschnitt der zwischen zwei Schaufeln zum Stoss kommenden Wassermenge $= \frac{v-c}{c}$ Sgm. $G H G' = \frac{2}{3} \frac{v-c}{c} \cdot G G' \cdot HI$

(angenähert) $= \frac{4}{3} \frac{v-c}{c} h \sqrt{2rh}$ (angenähert). Auf die Zeiteinheit bezogen ist dieser Längenschnitt $= \frac{4}{3} \cdot \frac{v-c}{c} h \sqrt{2rh} : \frac{1}{c} = \frac{4}{3} \frac{h \sqrt{2rh}}{1} (v-c)$, also das Gewicht der zum Stoss kommenden Wassermenge $= \frac{4}{3} \gamma \frac{bh \sqrt{2rh}}{1} (v-c) = \frac{4}{3} \gamma F \frac{\sqrt{2rh}}{1} (v-c)$. In diesem Falle ist daher

$$L = \frac{4}{3} \gamma F \cdot \frac{\sqrt{2rh}}{1} \cdot \frac{c(v-c)(v \sin \delta_1 - c)}{g} - \frac{\mu \varrho c}{r} G.$$

Wollte man $\sin \delta_1 = 1$ setzen, so wäre die Wasserwirkung proportional dem Producte $c(v-c)^2$, was auf ein Maximum führt, wenn $c = \frac{1}{3}v$ ist. (Vgl. § 341, 2.) — Ist α der Winkel, den der Radradius mit der Vertikalen bildet, wenn die Schaufel das Wasser eben berührt, so ist $\cos \alpha = \frac{r-h}{r}$, und das Wasser trifft die Schaufel in dieser Lage unter dem

Winkel $90^\circ - \alpha$. Die Schaufel ändert aber, während sie gestossen wird, ihre Lage, und man kann die Lage als die mittlere ansehen, welche mit der Vertikalen den Winkel $\frac{\alpha}{2}$ bildet. Der Stosswinkel δ_1 war dann

$$90^\circ - \frac{\alpha}{2}, \text{ und es ist } \sin \delta_1 = \cos \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}} = \sqrt{\frac{2r-h}{2r}}; \text{ da}$$

h gegen r nur klein ist, so ist $\sin \delta_1$ nur wenig kleiner als 1.

Aufgabe 130. Die Radhöhe eines freihängenden Rades sei $12'$, die Schaufelzahl 6, ihre Länge $10'$, ihre Eintauchungstiefe $1'$, die Geschwindigkeit des Wassers $4'$, die der Radperipherie $\frac{4}{3}'$; welches ist die Grösse des Wasserstosses?

Auflösung. Es ist $l = \frac{2r\pi}{m} = \frac{12 \cdot \pi}{6} = 6,28$, also ist $\frac{l^2}{8r} \left(\frac{v}{v-c} \right)^2 = 1,8'$, da dieser Ausdruck grösser ist als $h=1'$, so muss die Wasserwirkung berechnet werden nach der Formel $\frac{4}{3} \gamma F \cdot \frac{\sqrt{2rh}}{1} \cdot \frac{c(v-c)(v \sin \delta_1 - c)}{g}$.

Nun ist $F = 10 \cdot 1 = 10$ QF.; $\sin \delta_1 = \sqrt{\frac{20-1}{20}} = 0,975$, $v-c = \frac{8}{3}'$,

$v \sin \delta_1 - c = 2,567'$, also folgt $L = 132,58$ FPf. oder $\frac{11}{40}$ Pferdekraft. Da nun in der Sekunde $10 \cdot 4 = 40$ KF. Wasser mit $4'$ Geschwindigkeit sich gegen das Rad bewegen, so ist deren lebendige Kraft =

$632,32$ FPf., also ist der Wirkungsgrad des Rades $\frac{132,58}{632,32} = 0,209$.

(Wäre die Peripheriegeschwindigkeit $c = 2$, so wäre $L = 110,4$ FPf. und $x = 0,174$.)

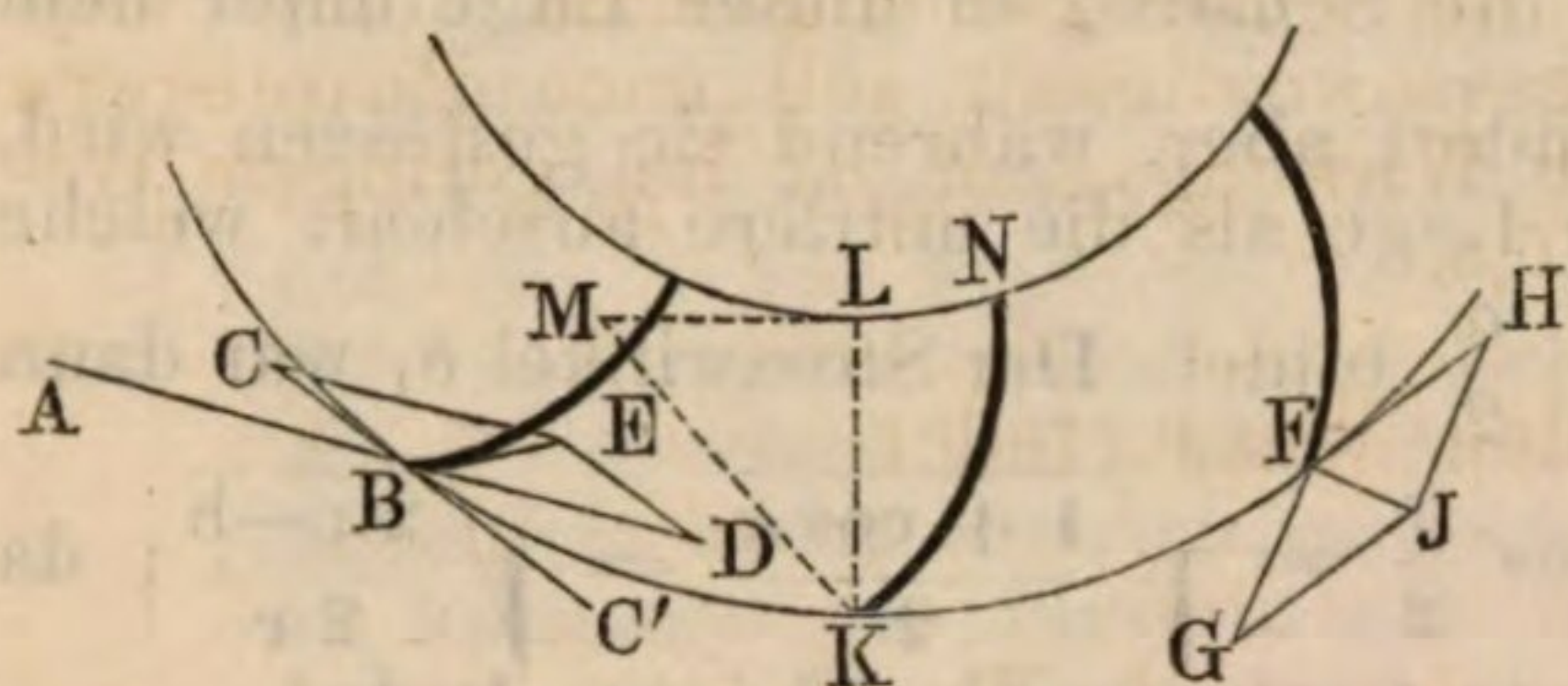
§ 350. Die Poncelet-Räder.

1) Durch die Krümmung der Schaufeln soll hier bewirkt werden: α) dass der Wasserstoss vermieden und ein Druck nur in Folge der Ablenkung des Wasserstrahls hervorgebracht werde; β) dass das Wasser das Rad mit einer kleineren Geschwindigkeit verlasse, als das Rad selbst besitzt; dadurch sollen die Arbeitsverluste vermieden werden, die beim unterschlächtigen Rade theils in Folge des Wasserstosses eintreten, theils als lebendige Kraft im abfliessenden Wasser zurückbleiben.

Im § 339 ist gezeigt, dass eine Wassermenge q , die mit der Geschwindigkeit v eine ebene Schaufel, die mit der Geschwindigkeit c ausweicht, senkrecht trifft, an diese die Arbeit $q \cdot \frac{c(v-c)}{g}$ überträgt; dieser Aus-

druck ist ein Maximum, wenn $c = \frac{1}{2} v$ ist, und hat dann den Werth $\frac{1}{2} q \frac{v^2}{2g}$, welches die Hälfte der im Wasser enthaltenen lebendigen Kraft $q \cdot \frac{v^2}{2g}$ ist. Von letzterer sind also 50% nicht übertragen; hierzu gehört der durch den Stoss herbeigeführte Verlust $q \frac{(v-c)^2}{2g} = \frac{1}{4} q \cdot \frac{v^2}{2g}$, also 25%, und die lebendige Kraft $q \frac{c^2}{2g} = \frac{1}{4} q \cdot \frac{v^2}{2g}$, die im Wasser zurückbleibt, ebenfalls 25%. Diese 50 Procent der ursprünglichen lebendigen Kraft auch noch für das Rad zu gewinnen, ist der Zweck der Schaufelkrümmung im Poncelet-Rade. — Die Anfangskrümmung der Schaufel richtet sich nach dem Winkel $ABC = \alpha$ (Fig. 348),

Fig. 348.



unter welchem das ankommende Wasser die Radperipherie schneidet; bestimmt man durch das Parallelogramm CBDE, in welchem $BD = v$, $BC = c$, $\angle CBD = 180^\circ - \alpha$ ist, die relative Geschwindigkeit $BE = v'$ des Wassers zu $v' = \sqrt{v^2 + c^2 - 2vc \cos \alpha}$, so hat man in BE zugleich eine Tangente für die äusseren Schaufelpunkte. Schneidet die Schaufel die äussere Radperipherie unter dem Winkel

$EBC' = \varphi$, so hat man zur Bestimmung von φ die Gleichung $v' \sin \varphi = v \sin \alpha$, oder man bestimmt φ als Supplement zu CBE aus dem Dreieck CBE, es ist aber $\cos CBE = \frac{c^2 + v'^2 - v^2}{2cv'} = \frac{c - v \cos \alpha}{v'}$.

Das Wasser bewegt sich nun an der Schaufel aufwärts, erreicht hier seinen höchsten Punkt, fliesst wieder zurück und verlässt bei F mit der relativen Geschwindigkeit v' die Schaufel; seine absolute Geschwindigkeit in diesem Augenblicke ($FI = w$) findet man aus dem Parallelogramm FHIG, wenn $FH = c$, $FG = v'$ ist; da nun $\angle HFG = \angle CBE$ ist, so folgt: $w = FI = \sqrt{FH^2 + FG^2 + 2 \cdot FH \cdot FG \cdot \cos HFG}$

$= \sqrt{c^2 + v'^2 + 2cv' \cdot \frac{c - v \cos \alpha}{v'}} = \sqrt{v^2 + 4c^2 - 4cv \cos \alpha}$. Die Wassermenge Q hat beim Eintritt in das Rad die lebendige Kraft $Q \frac{v^2}{2g}$,

beim Austritt aber $Q \frac{w^2}{2g}$, hat also an das Rad die Arbeit $L = Q \frac{v^2 - w^2}{2g}$

$= 4Q \cdot \frac{c(v \cos \alpha - c)}{2g}$ übertragen. Das Maximum dieser Uebertragung tritt ein, wenn $c = \frac{1}{2} v \cos \alpha$ ist, und dann ist $L = \frac{Qv^2 \cos^2 \alpha}{2g}$. Wäre

$\alpha = 0$, so wäre die übertragene Arbeit gleich der ganzen lebendigen Kraft, sonst beträgt aber der Verlust $Q \frac{v^2}{2g} - Q \frac{v^2 \cos^2 \alpha}{2g} = Q \frac{v^2 \sin^2 \alpha}{2g}$.

Ist $c = \frac{1}{2} v \cos \alpha$, so ist $v' = \frac{1}{2} v \sqrt{4 - 3 \cos \alpha}$, mit dieser Geschwindigkeit erlangt das Wasser an der Schaufel die Steighöhe $\frac{v'^2}{2g} = \frac{1}{4} \cdot \frac{v^2}{2g}$ ($4 - 3 \cos \alpha$); damit das Wasser nun nicht über den oberen Schaufelrand hinaussteigt, muss die Schaufelbreite grösser als diese Steighöhe sein; da nun $\frac{v^2}{2g} = h$, $4 - 3 \cos \alpha > 1$, so folgt, dass die Schaufelbreite stets grösser als der vierte Theil des Gefälles sein muss. —

Man lässt die Schaufeln den inneren Kranzrand fast rechtwinklig schneiden und krümmt sie cylindrisch nach einem Radius $MK = MN$, den man findet, wenn man MK normal zum äusseren Schaufelende und

ML senkrecht zu der radial genommenen Kranzbreite zieht. — Die Eintrittsstelle B und die Austrittsstelle F vertheilt man gern so, dass sie symmetrisch zur Mittellinie liegen; zu dem Ende müsste man die Zeitdauer der Bewegung des Wassers auf der Schaufel berechnen, was am besten annähernd geschieht; den untern Theil des Rades umgiebt man mit einem kleinen Kropf. — Da die Schaufeln nur an einer Stelle das Wasser ohne Stoss aufnehmen können, und auch nicht den ganzen Wasserstrahl, sondern nur die Wasserfäden in einer gewissen Höhe, indem in allen andern Lagen der Schaufel und der Wasserfäden die relative Bewegung des Wassers noch einen, wenn auch kleinen Winkel mit der Schaufel bildet, so kann der Wasserstoss nicht vollständig vermieden werden; um den damit verbundenen Verlust gering zu halten, mache man die Zahl der Schaufeln sehr gross. Man wendet die Poncelet-Räder bei kleinen Gefällen bis zu 5' an, lässt das Wasser unter $24-30^\circ$ in das Rad treten und die Schaufeln am äusseren Rande um $8-10''$ von einander abstehen, als Füllungscoefficienten nimmt man $\frac{1}{2}-\frac{2}{3}$; die beste Umdrehungsgeschwindigkeit soll nach Poncelet's Versuchen $c = 0,55 v$ sein. Der Wirkungsgrad ist bei geringem Gefälle 0,6, bei grösserem oft nur 0,5.

b. Die horizontalen Wasserräder.

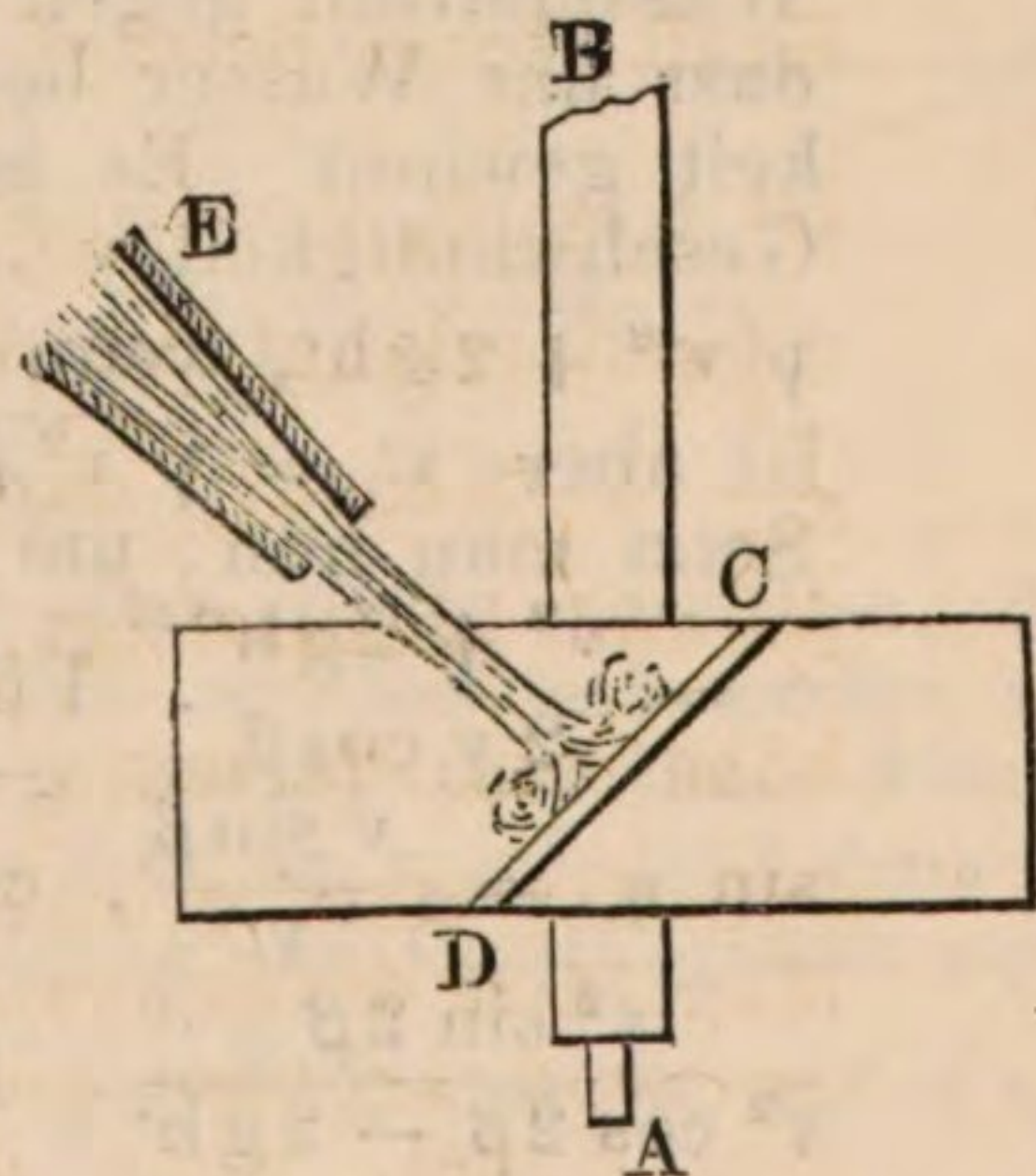
§ 351. Arten derselben.

Die horizontalen Wasserräder, meist auch Turbinen genannt, sind nach der Wirkungsweise des Wassers entweder Stossräder, Druckräder oder Reactionsräder. Die Stossräder haben ebene, um eine vertikale Axe geordnete Schaufeln, welche von dem gegen sie geleiteten Wasserstrahl einen Stossdruck empfangen. Sind die Schaufeln gekrümmt und so angeordnet, dass der Wasserstrahl ohne Stoss auf sie gelangt und hier eine Ablenkung erfährt, so geht das Stossrad in ein Druckrad über. Ist das Rad aber so eng mit der Wasserzuleitung verbunden, dass es nur als ein beweglicher Theil derselben erscheint und die Radkanäle stets vom Wasserstrahl ausgefüllt werden, so ist das Rad ein Reactionsrad; die Reactionsräder heissen vorzugsweise Turbinen. Man unterscheidet auch Vollturbinen und Partialturbinen, je nachdem das Wasser gleichzeitig in alle Radkanäle, oder nur an einer Stelle in das Rad tritt. Die Richtung der Wasserbewegung ist entweder horizontal oder vertikal; im ersten Falle bewegt sich das Wasser entweder von innen nach aussen oder umgekehrt, von aussen nach innen, im zweiten Falle aber meistens von oben nach unten.

§ 352. Die horizontalen Stoss- und Druckräder.

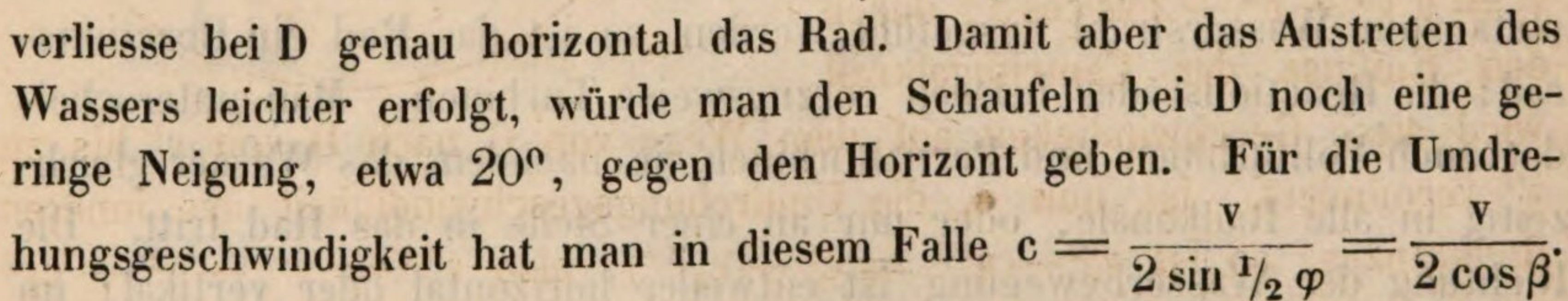
1) Denkt man sich um eine vertikale Axe A B (Fig. 349) mehrere ebene, oder flach schraubenförmig gewundene Schaufeln wie C D angebracht, gegen welche aus einer Zuleitung ein Wasserstrahl geleitet wird, so hat man ein ein-

Fig. 349.



2) Setzt man an die Stelle der ebenen Schaufeln gekrümmte, wie CD in Fig. 350, so kann der theoretische Effect des Rades dadurch erhöht

werden, wenn man die Einrichtung trifft, dass die relative Bewegung des Wassers die Schaufel in C in der Richtung der Tangente trifft. Ist β der Neigungswinkel des Wasserstrahls gegen den Horizont, φ der Krümmungswinkel, L die lebendige Kraft des Wassers, so kann das Rad davon $L \sin (\beta + \frac{1}{2} \varphi)^2$ aufnehmen (nach § 341, 3), also das Ganze, wenn $\beta + \frac{1}{2} \varphi = 90^\circ$ ist. In diesem Falle müsste die Tangente in C mit der Bewegungsrichtung CG den Winkel $\eta = 2\beta$ bilden und das Wasser



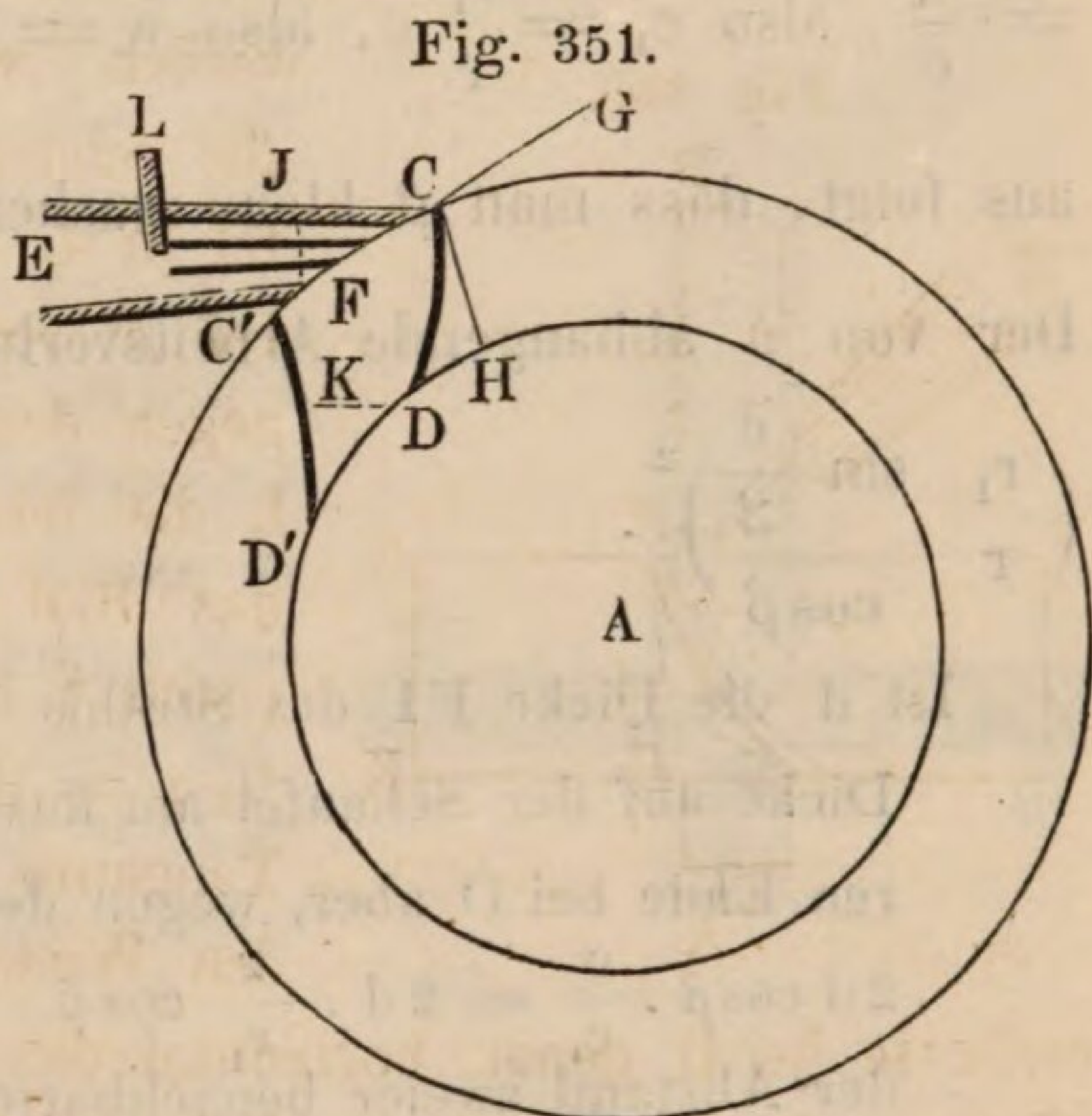
Diese Werthe ändern sich etwas, wenn man einmal den Winkel $\delta = \text{IDK}$ mit in Rechnung bringt, unter welchem der die Schaufeln verlassende Wasserstrahl gegen den Horizont geneigt ist und wenn man beachtet, dass das Wasser beim Herabsinken auf der Schaufel an Geschwindigkeit gewinnt. Es ist nun, wenn die Schaufelhöhe $\text{GK} = h'$ ist, die Geschwindigkeit v'' , mit welcher das Wasser die Schaufel verlässt $= \sqrt{v'^2 + 2gh'}$, wenn v' die relative Anfangsgeschwindigkeit in C ist. Es ist aber $v' = \sqrt{v^2 + c^2 - 2vc \cos \beta}$, also ist $v'' = \sqrt{v^2 + c^2 - 2vc \cos \beta + 2gh'}$. Setzt man nun, um den grössten Effect zu erzielen, $v'' = c$, so folgt

$$\sin \eta = \frac{v \sin \beta}{v'}, \quad \cos \eta = \frac{v \cos \beta - c}{v'}, \quad \text{also} \quad \tan \eta = \frac{v \sin \beta}{v \cos \beta - c} =$$

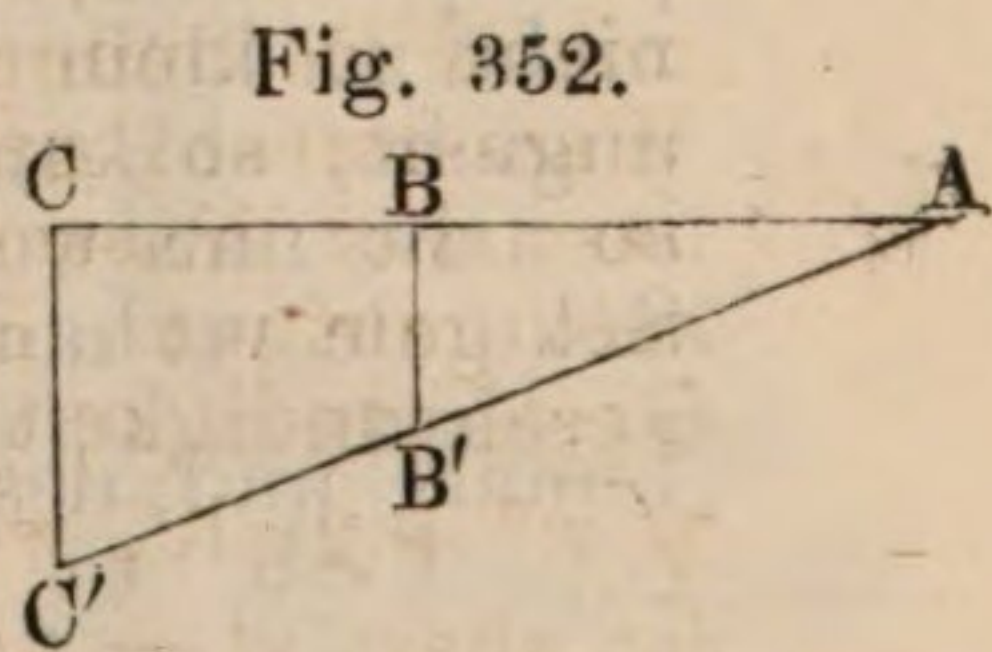
$\frac{v^2 \sin 2\beta}{v^2 \cos 2\beta - 2gh'}$. Setzt man nun bei D die relative Geschwindigkeit

v_1'' , mit welcher das Wasser die Schaufel verlässt, mit der Geschwindigkeit c der Schaufel zusammen, so erhält man die absolute Geschwindigkeit desselben $w = \sqrt{v''^2 + c^2 - 2v''c \cos \delta} = \sqrt{(v'' - c)^2 + 4v''c \sin^2 \left(\frac{\delta}{2}\right)}$
 $= 2c \sin \frac{\delta}{2}$. Die lebendige Kraft dieses Wassers giebt also den theoretischen Effectverlust an und beträgt $Q \cdot \frac{w^2}{2g} = Q \cdot \frac{4c^2 \cdot \sin^2 \frac{\delta}{2}}{2g} = \frac{Q}{2g}$
 $\left(\frac{v^2 + 2gh'}{v \cos \beta}\right)^2 \sin^2 \left(\frac{\delta}{2}\right)$. Da nun die gesammte Leistungsfähigkeit des Wassers $L = Q \cdot \frac{v^2 + 2gh'}{2g}$ ist, so wird davon theoretisch von dem Rade aufgenommen. $L \left[1 - \frac{(v^2 + 2gh') \sin^2 \left(\frac{\delta}{2}\right)}{v^2 \cos^2 \beta} \right]$.

3) Poncelet's Tangentialrad ist ein horizontales Druckrad, bei welchem das Wasser horizontal von aussen nach innen durch die Radkanäle geht; Fig. 351 giebt einen Grundriss davon. Das Wasser tritt unter einem spitzen Winkel $ECF = \beta$ in das Rad, wird durch die krummen Schaufeln abgelenkt und verlässt dieselben bei D am inneren Rande des Radkranzes. Behalten wir die früheren Bezeichnungen bei, so ist die relative Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser seine Bewegung auf der Schaufel beginnt: $v' = \sqrt{v^2 + c^2 - 2vc \cos \beta}$; durch den Einfluss der Centrifugalkraft wird diese Geschwindigkeit auf dem Wege von C nach D von v' bis zu v'' vermindert. Ist nun ω_1 die Umdrehungsgeschwindigkeit des inneren Radkranzes, so ist $v'^2 - v''^2 = c^2 - c_1^2$ *, also $v''^2 = v'^2 - c^2 + c_1^2$



*) Anm. Es sei AB (Fig. 352) eine Gerade, welche sich mit der Winkelgeschwindigkeit φ um A dreht, von B bis C bewege sich ein Körper mit der Anfangsgeschwindigkeit v_1 , unter dem Einfluss der Centrifugalität komme er in C mit der Geschwindigkeit v_2 an; es sei $AB = r_1$, $AC = r_2$, also $BC = r_2 - r_1$. Nach § 229 ist nun $v_2^2 - v_1^2$ gleich der doppelten Summe der Producte aller Wegtheile von BC mit den ihnen zugehörigen Beschleunigungen; diese Productensumme kann man sich als eine Fläche vorstellen, die man erhält, wenn man in allen Punkten von BC Lothe errichtet und sie den zugehörigen Beschleunigungen gleich macht. Man sieht leicht, dass diese Fläche ein Trapez $BB'C'C$ ist, in welchem $BB' = r_1 \varphi^2$, $CC' = r_2 \varphi^2$ ist, denn in einer beliebigen Entfernung r von A ist die Beschleunigung der Centrifugalität $r\varphi^2$. Nun ist aber $BB'C'C = \frac{(r_2 - r_1)(r_2 + r_1)\varphi^2}{2} = \frac{(r_2^2 - r_1^2)\varphi^2}{2}$, also ist $v_2^2 - v_1^2$



$= v^2 + c_1^2 - 2vc \cos \beta$. Lässt man des grössten Effectes wegen das Wasser bei D mit der relativen Geschwindigkeit $v'' = c_1$ austreten, so folgt $c = \frac{v}{2 \cos \beta}$, und für den Winkel $GCH = \eta$, den die Schaufeltangente bei C mit der Radtangente bildet, folgt jetzt wieder $\eta = 2\beta$, denn nach § 340 ist $\sin \eta = \frac{v \sin \beta}{v'}$. Sind die Schaufeln bei D um den Winkel δ gegen die innere Radperipherie geneigt, so folgt wieder für die absolute Geschwindigkeit des austretenden Wassers $w = \sqrt{v''^2 + c_1^2 - 2v''c_1 \cos \delta} = \sqrt{(v'' - c_1)^2 + 4v''c_1} \sin \left(\frac{\delta}{2}\right) = 2c_1 \sin \frac{\delta}{2}$. Ist r der äussere, r_1 der innere Radius des Rades, so ist $\frac{r_1}{r} = \frac{c_1}{c}$, also $c_1 = \frac{r_1}{r} c$, also $w = 2 \frac{r_1}{r} c \sin \frac{\delta}{2} = \frac{r_1}{r} \cdot \frac{v \sin \frac{\delta}{2}}{\cos \beta}$, woraus folgt, dass man β klein machen muss, wenn w gering bleiben soll. Der von δ abhängende Arbeitsverlust ist daher $Q \cdot \frac{w^2}{2g} = Q \cdot \frac{v^2}{2g} \cdot \left(\frac{r_1}{r} \frac{\sin \frac{\delta}{2}}{\cos \beta}\right)^2$.

Ist d die Dicke FI des Strahls beim Eintritt in das Rad, so ist seine Dicke auf der Schaufel am äusseren Ende $d \cdot \frac{v}{c} = 2d \cos \beta$, am inneren Ende bei D aber, wegen der geringer gewordenen Geschwindigkeit $2d \cos \beta \cdot \frac{c}{c_1} = 2d \cdot \frac{r}{r_1} \cos \beta$. Hat nun das Rad n Schaufeln, so ist der Abstand zweier benachbarter Schaufeln am inneren Rande $DD' = \frac{2r_1\pi}{n}$, also die Ausflussöffnung des Radkanals $DK = \frac{2r_1\pi}{n} \sin \delta$; setzt man diese Weite der Dicke des austretenden Strahls gleich, so folgt: $n = \frac{r_1^2 \pi \sin \delta}{rd \cos \beta}$. Da es nun wünschenswerth ist, dass n gross, δ und β klein sind, so muss man d klein nehmen, auch darf r_1 gegen r nicht zu klein werden. Ist n grösser, als die vorstehende Gleichung angiebt, so kann das Wasser nicht frei austreten, ist aber n zu klein, so tritt nur wenig Wasser ohne Stoss in das Rad. Ist V das in der Sekunde vorhandene Wasservolum, so folgt die Höhe des Zuführungskanals und des Rades $\frac{V}{vd}$. Um den Zufluss des Wassers zu regu-

$= (r_2^2 - r_1^2) \varphi^2$, Bezeichnet nun c_1 die Umdrehungsgeschwindigkeit in B und c_2 die in C, so ist $c_1 = r_1 \varphi$, $c_2 = r_2 \varphi$, folglich ist $v_2^2 - v_1^2 = c_2^2 - c_1^2$. Bewegt sich der Körper aber unter dem Einfluss der Centrifugalität von C nach B, so wird in gleicher Weise seine Geschwindigkeit von v_2 auf v_1 vermindert werden. Aendert also ein Körper durch den Einfluss der Centrifugalität seine Geschwindigkeit, so ist die Quadratdifferenz seiner Anfangs- und Endgeschwindigkeit gleich der Quadratdifferenz der Umdrehungsgeschwindigkeiten des Anfangs- und Endpunktes dieser Bewegung.

liren, theilt man den Kanal E C durch 2 — 3 Leitschaufeln in dünnere Kanäle, vor welche man einen Schieber anbringt, durch den einer oder mehrere der kleineren Kanäle abgesperrt werden können. Ausser dem theoretisch angegebenen Effectverluste werden noch andere bedingt durch die Hindernisse im Zuleitungsrohr und beim Ausfluss aus demselben, dadurch, dass nicht alle Wasserfäden ohne Stoss in das Rad treten, durch die Reibung auf den Radschaufeln und die schwer zu vermeidende Contraction beim Austritt des Wassers aus den Radkanälen, durch den Verlust an wirksamer Druckhöhe, im Betrage der Entfernung des Radmittels vom Unterwasserspiegel und durch die Zapfenreibung. Räder dieser Art haben einen effectiven Wirkungsgrad von 0,75 gegeben.

Die Reactionsturbinen.

§ 353. Das Segner'sche Wasserrad. (Fig. 353.)

In seiner einfachsten Gestalt besteht das Segner'sche Wasserrad aus einer um zwei Zapfen drehbaren vertikalen Röhre AB, die oben bei A das Wasser aufnimmt, unten aber mit zwei horizontalen Röhrenarmen BC und BD versehen ist; diese Arme haben bei C und D Seitenöffnungen, die entgegengesetzt gerichtet sind. Die Reaction des aus diesen Oeffnungen ausströmenden Wassers versetzt das Ganze in Rotation. Fig. 354 giebt eine Einrichtung dieses Rades an, in welcher dasselbe zum Maschinenbetriebe gebraucht wird. Das Wasser tritt bei A von unten in das Rad; der untere Theil AC der Welle AB ist hohl und passt genau auf das Ende des Zuleitungsrohres, eine Stopfbüchse bewirkt ausserdem die Dichtung. Der obere Theil der Welle trägt ein Stirnrad zur Fortleitung der Bewegung und hat an einem Ende einen Zapfen. An C schliessen sich die horizontalen Schwungröhren CD und CE an. Die Ausflussöffnungen CD lassen sich durch Schieber bedecken, welche mittelst Stangen und Winkelhebel mit der Hülse F verbunden sind. Durch den Hebel G, der die Hülse umfasst, aber an der Rotation der Welle nicht Theil nimmt, lässt sich die Hülse verschieben und dadurch der Ausfluss des Wassers reguliren.

Fig. 353.

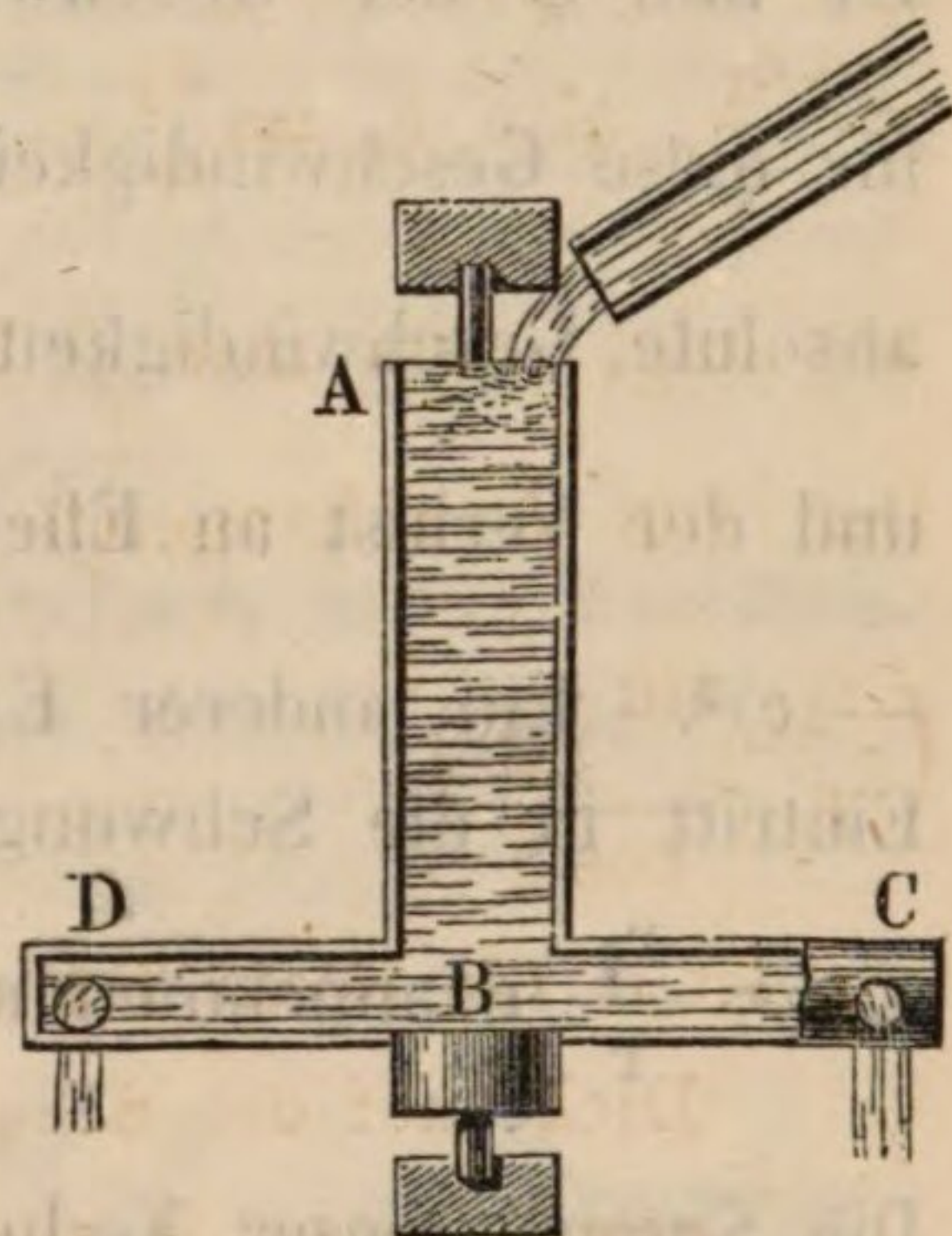
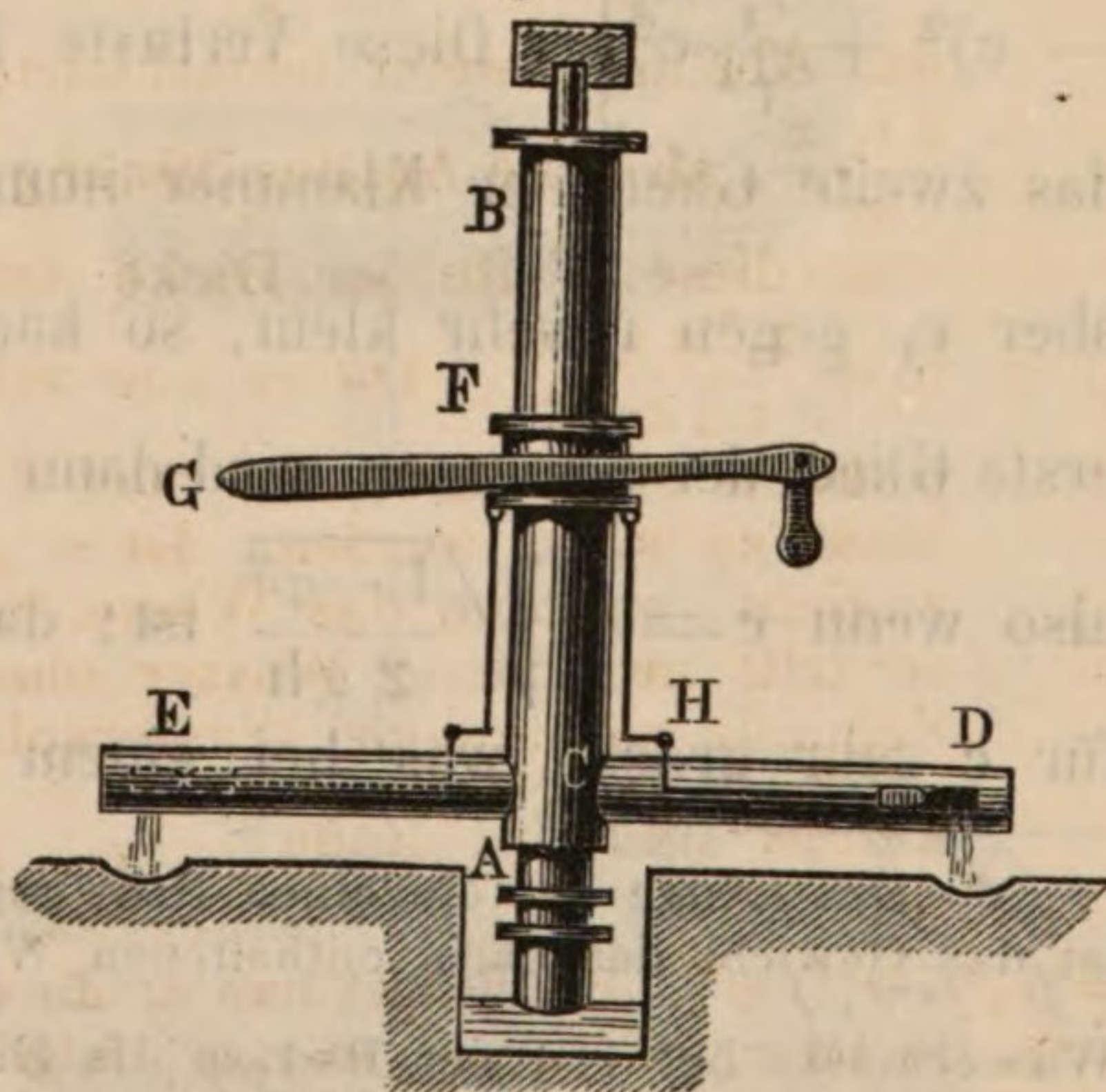


Fig. 354.



Da das Wasser von unten in das Rad tritt, so kann man leicht die Anordnung so treffen, dass der hydrostatische Auftrieb des Wassers gleich dem Gewicht des Rades ist, so dass dieses Gewicht keinen Einfluss mehr auf die Zapfenreibung ausübt, sondern diese nur von der Pressung in der Stopfbüchse und von dem Seitendruck der Transmission abhängt. Es sei h die Druckhöhe des Wassers bis zur Mitte der Ausflussöffnung, r der Radius für die Kreisbewegung der Ausflussöffnung, c die Geschwindigkeit derselben, r_1 sei der Radius der Röhre und c_1 die Umdrehungsgeschwindigkeit am Anfange der Schwungröhren. Durch die Centrifugalität wird die Druckhöhe des Wassers gegen die Ausflussöffnungen um $\frac{c^2 - c_1^2}{2g} = \frac{c^2}{2g} \left(1 - \frac{r_1^2}{r^2}\right)$ vermehrt, da $\frac{c_1}{c} = \frac{r_1}{r}$ ist. *)

Ist nun φ der Geschwindigkeitscoefficient des Ausflusses, so hat man für diese Geschwindigkeit selbst: $v = \varphi \sqrt{2gh + c^2 \left(1 - \frac{r_1^2}{r^2}\right)}$. Die

absolute Geschwindigkeit des ausfliessenden Wassers ist daher $w = v - c$

und der Verlust an Effect $Q \cdot \frac{w^2}{2g} = \frac{Q}{2g} \left(\varphi \sqrt{2gh + c^2 \left(1 - \frac{r_1^2}{r^2}\right)} - c \right)^2$.

Ein anderer Effectverlust rührt daher, dass das Wasser beim Eintritt in die Schwungröhren plötzlich die Umdrehungsgeschwindigkeit

$c_1 = \frac{r_1}{r} c$ annehmen muss; dieser Verlust ist $Q \frac{c_1^2}{2g} = Q \frac{r_1^2}{r^2} \cdot \frac{c^2}{2g}$.

Die Summe dieser Verluste ist nun $\frac{Q}{2g} \left[\left(\varphi \sqrt{2gh + c^2 \left(1 - \frac{r_1^2}{r^2}\right)} - c \right)^2 + \frac{r_1^2}{r^2} c^2 \right]$. Diese Verluste lassen sich nicht ganz beseitigen, da

das zweite Glied der Klammer immer einen positiven Werth behält; ist aber r_1 gegen r sehr klein, so kann man $\frac{r_1}{r}$ vernachlässigen, und das

erste Glied der Klammer wird dann verschwinden, wenn $c = \varphi \sqrt{2gh + c^2}$,

also wenn $c = \varphi \sqrt{\frac{1 - \varphi^2}{2gh}}$ ist; da φ nahezu 1 ist, so ist dieser Werth

für c sehr gross, was bei einem constanten Wasserquantum eine sehr

*) Die Länge der einzelnen Schwungröhren ist $r - r_1$; ist f_1 ihr Querschnitt, so ist das Gewicht des darin enthaltenen Wassers $(r - r_1) f_1 \gamma$; der Schwerpunkt dieser Wassermasse hat von der Radaxe die Entfernung $\frac{r + r_1}{2}$. Ist nun φ die Winkelgeschwindigkeit, so ist die Centrifugalität der Wassermasse nach § 260, 3: $(r - r_1) f_1 \gamma \cdot \frac{(r + r_1) \varphi^2}{2g} = \gamma f_1 \frac{r^2 - r_1^2}{2g} \varphi^2 = \gamma f_1 \frac{(c^2 - c_1^2)}{2g}$. Die entsprechende Druck-

höhe ist also $\frac{c^2 - c_1^2}{2g}$.

kleine Ausflussöffnung bedingen würde. Wollte man $\varphi = 1$ setzen, also auf die Geschwindigkeitsverminderung nicht achten, so würde das Maximum des Effects erst bei $c = \infty$ eintreten. In der Regel wird man bei diesem Rade weniger das Maximum des Effects erstreben, als vielmehr bedacht sein, es bei einer Geschwindigkeit arbeiten zu lassen, die den sonstigen Anforderungen entspricht, wobei man nur darauf zu achten hat, geringe Umdrehungsgeschwindigkeiten zu vermeiden.

Will man die Geschwindigkeit C kennen, bei der überhaupt dieses Rad das Maximum seiner Wirksamkeit hat, für welche also der Werth der obigen [] ein Minimum ist, so giebt unsere, schon wiederholt ange-

wendete Methode den Werth: $C = \sqrt{\frac{a}{2b} \left[\frac{1+b+m}{\sqrt{(1+b+m)^2 - 4b}} - 1 \right]}$,

wenn man um abzukürzen $2\varphi^2 gh = a$, $\varphi^2 \left(1 - \frac{r_1^2}{r^2}\right) = b$ und $\frac{r_1^2}{r^2} =$

m setzt. — Bei einem constanten Wasserquantum ist auch die Geschwindigkeit des Wassers in der Zuleitungsröhre und in den Schwungarmen constant, folglich auch die Widerstandshöhe, welche sämmtlichen Widerständen entspricht, die das Wasser auf diesem Wege findet. Diese Widerstandshöhe ist in den aufgestellten Formeln zuvor von h abzuziehen. Von dem totalen Gefälle geht noch die kleine Höhe von der Ausflussöffnung bis zum Unterwasser verloren.

§ 354. Die schottische oder Whitelaw'sche Turbine

empfängt ihr Wasser ebenfalls von unten durch das Zuleitungsrohr A (Fig. 355), der Uebergang in das Rad B ist ebenfalls durch eine Stopfbüchse gedichtet, die Schwungarme sind gekrümmt, und es sind deren 2—4 vorhanden, auch setzt die Axe derselben nicht rechtwinklig gegen den inneren cylindrischen Raum des Rades ab, sondern im Anfangspunkte E des Armes bildet die Tangente EG der Arm-axe mit der Tangente EF des cylindrischen Kerns einen stumpfen Winkel $FEG = \eta$. Das Rad ist nach oben mit einer massiven Welle H verbunden, welche das Stirnrad zur Transmission der Bewegung trägt und durch ein Halslager oder durch ein Lager für einen Endzapfen ihre sichere Lage erhält. Regulirt kann der Gang dieser Maschine dadurch werden, dass man den Zufluss des Wassers in der Zuleitungsröhre mehr oder min-

Fig. 355 a.

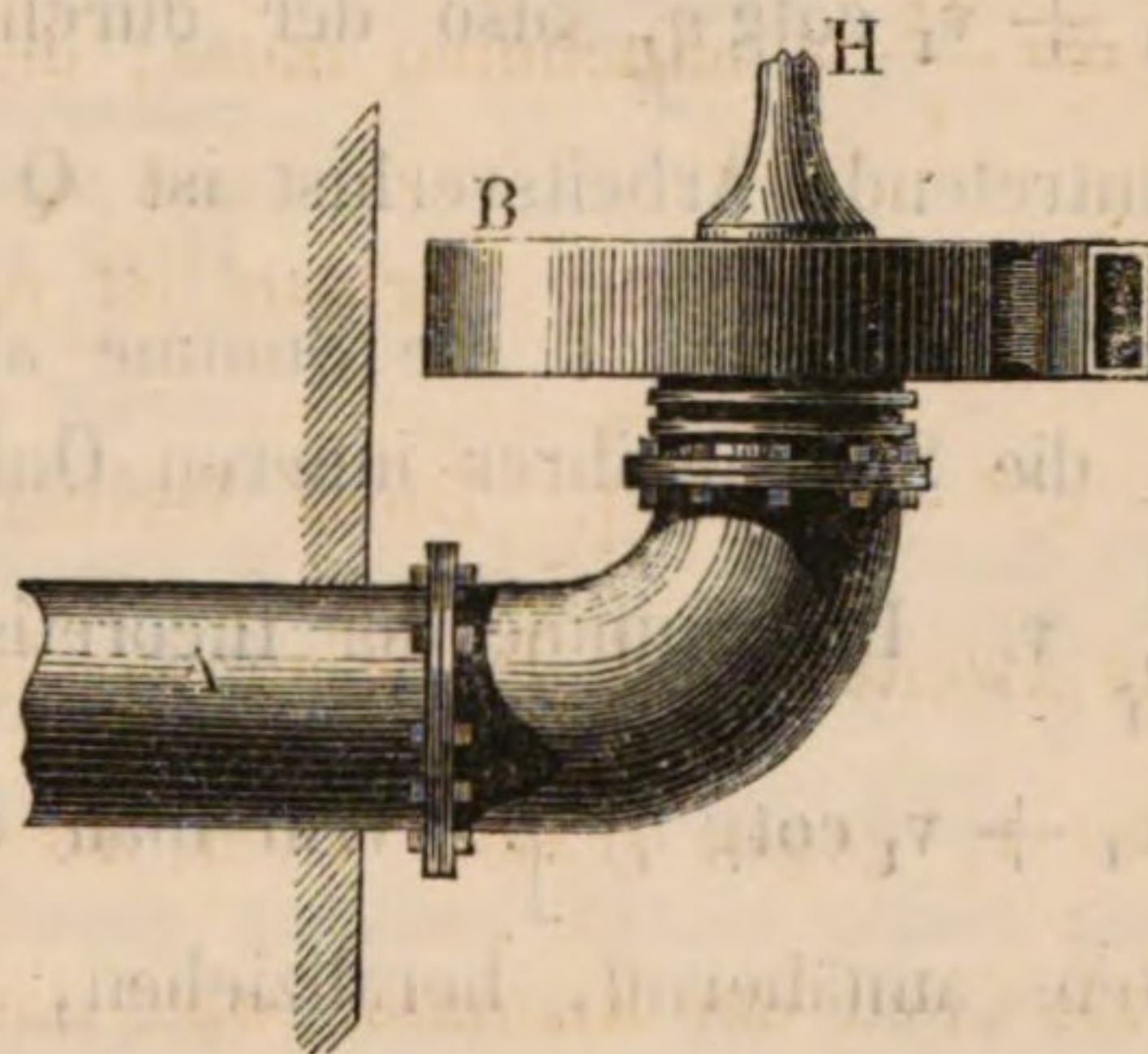
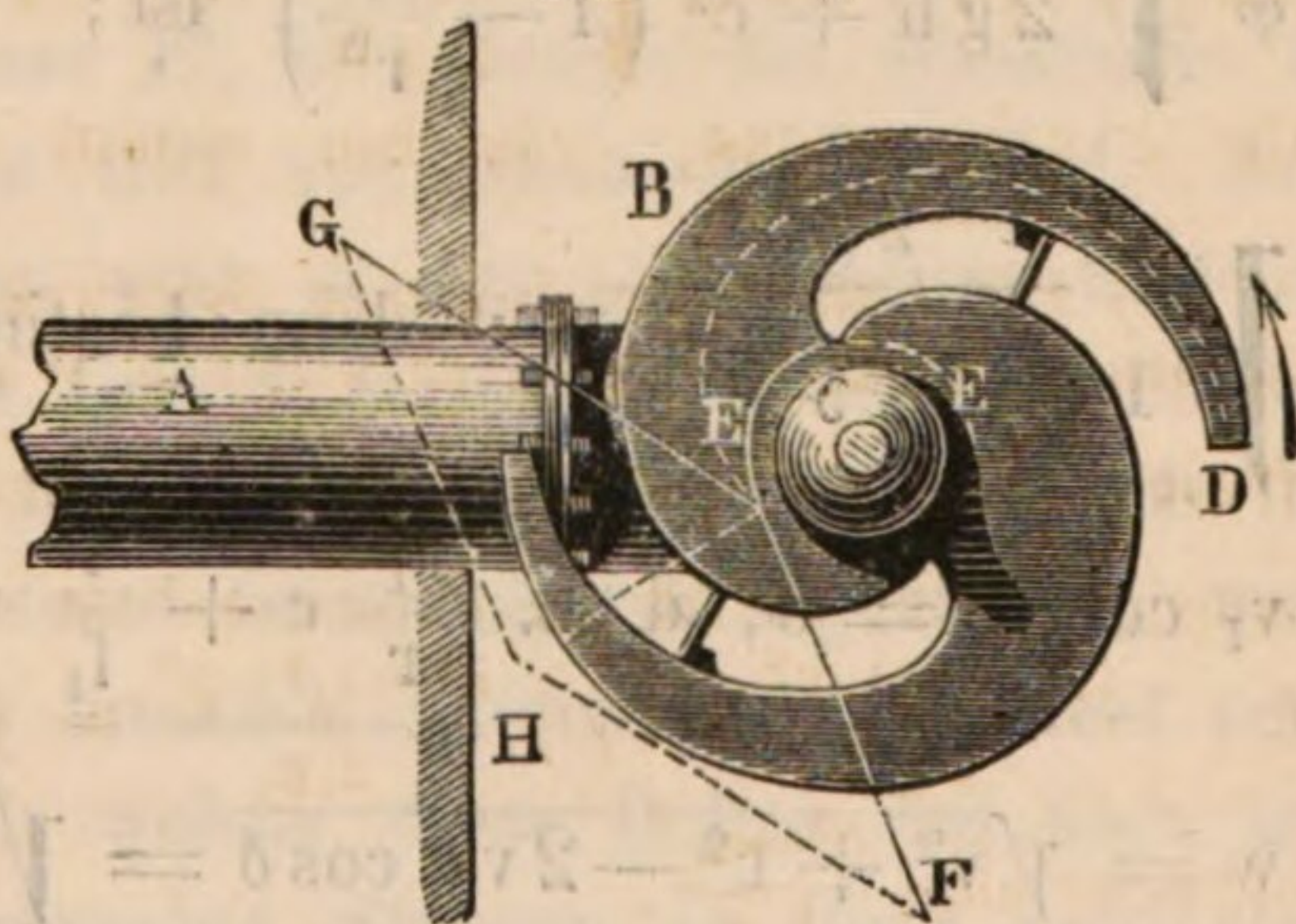


Fig. 355 b.



der absperirt. Die Theorie dieses Rades stimmt im Wesentlichen mit der des im vorigen Paragraphen behandelten überein, nur zwei Unterschiede sind hervorzuheben. Die Axe der Schwungröhre bei D tangirt nicht den mit CD beschriebenen Kreis, sondern ist gegen denselben um den spitzen Winkel δ (etwa 10°) geneigt. Ist nun die relative Ausflussgeschwindigkeit wieder wie oben $v = \varphi \sqrt{2gh + c^2 \left(1 - \frac{r_1^2}{r^2}\right)}$, wenn

h die wirksame Druckhöhe bezeichnet, $CE = r_1$ und $CD = r$ ist, so ist jetzt die absolute Geschwindigkeit des ausgeflossenen Wassers nicht $w = v - c$, sondern w ist die Resultante eines Parallelogrammes der Geschwindigkeiten, deren Seitengeschwindigkeiten v und c den Winkel $180^\circ - \delta$ einschliessen; es ist also $w = \sqrt{v^2 + c^2 - 2vc \cos \delta}$.

Zweitens ist der Stoss des in die Schwungarme eintretenden Wassers gegen die Wandungen derselben geringer als bei der vorigen Turbine. Tritt das Wasser bei E in der Richtung CE und mit der Geschwindigkeit $EH = v_1$ in die Schwungröhre und zerlegt man diese Geschwindigkeit nach EG und EF in Seitengeschwindigkeiten, so erhält man $EF = -v_1 \cotg \eta$; hat aber der Anfang der Schwungröhren die Umdrehungsgeschwindigkeit c , so ist die relative Geschwindigkeit des Wassers gegen die Wände der Schwungröhre im Mittel $= c_1 - EF = c_1 + v_1 \cotg \eta$, also der durch die plötzliche Geschwindigkeitsänderung eintretende Arbeitsverlust ist $Q \frac{(c_1 + v_1 \cotg \eta)^2}{2g}$. Nun ist $c_1 = \frac{r_1}{r} c$, und bezeichnet f die Summe aller Mündungen der Schwungröhren und f_1 die Summe ihrer inneren Oeffnungen, so ist $f_1 v_1 = f v$, also $v_1 = \frac{f}{f_1} v$. Die Summe der theoretischen Effectverluste ist also: $\frac{Q}{2g} \left[w^2 + (c_1 + v_1 \cotg \eta)^2 \right]$. Will man diese Verluste auf ein Minimum, wenigstens annähernd, herabziehen, so bestimme man c so, dass $c = v =$

$\varphi \sqrt{2gh + c^2 \left(1 - \frac{r_1^2}{r^2}\right)}$ ist; in diesem Falle ist also $c = \varphi$

$\sqrt{\frac{2gh}{1 - \varphi^2 \left(1 - \frac{r_1^2}{r^2}\right)}}$; dann bestimme man f und η so, dass $c_1 +$

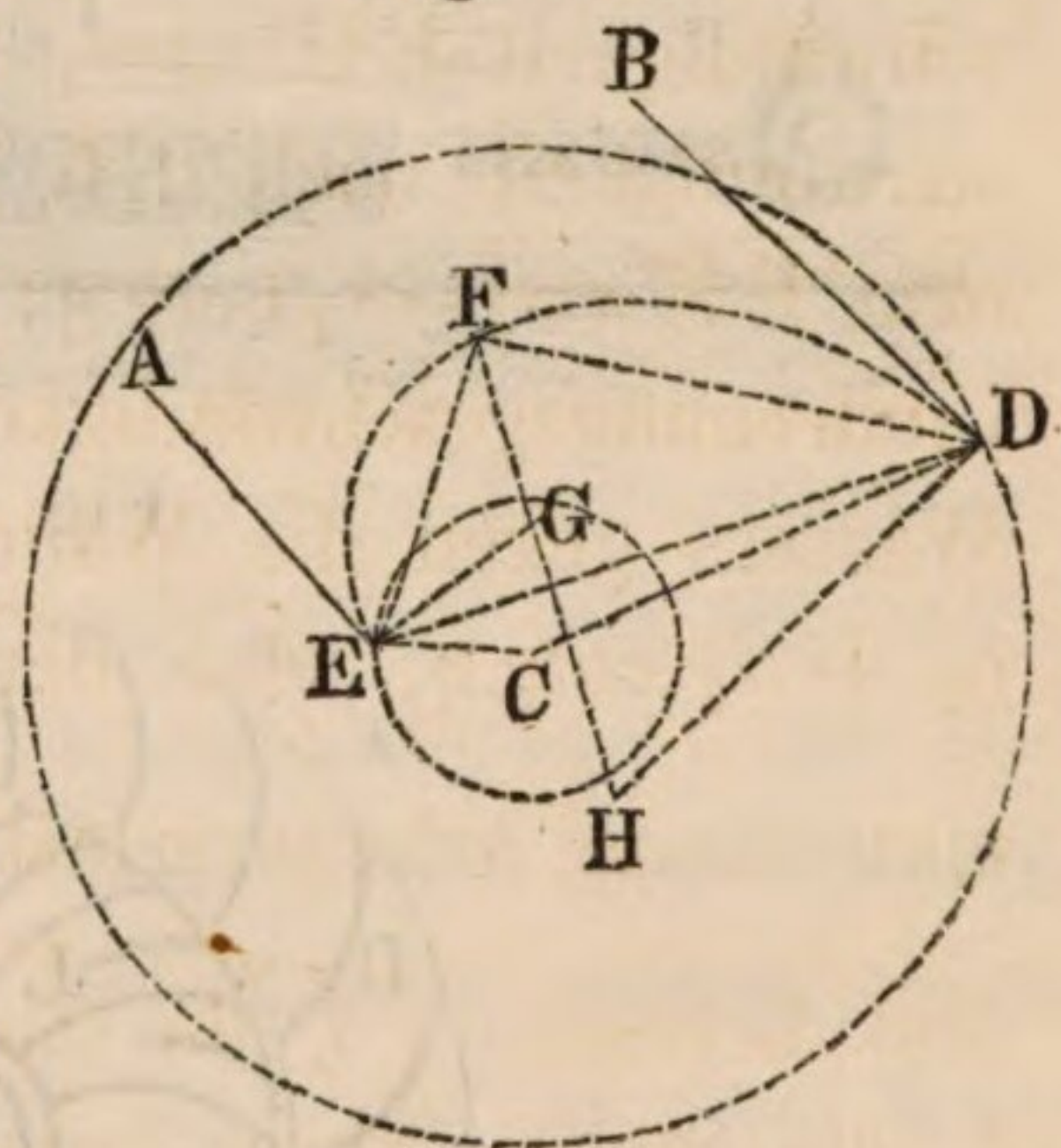
$v_1 \cotg \eta = 0$, d. h. $\frac{r_1}{r} c + \frac{f}{f_1} v \cotg \eta = 0$ ist. Da in diesem Falle

$w = \sqrt{v^2 + c^2 - 2vc \cos \delta} = \sqrt{(v-c)^2 + 4vc \sin^2 \frac{\delta}{2}} = 2c \sin \frac{\delta}{2}$ ist,

so betrüge der ganze theoretische Effectverlust nur $Q \frac{w^2}{2g} = \frac{Q}{2g} \cdot 4c^2 \times \sin \frac{\delta^2}{2} = 4Qh \sin \frac{\delta^2}{2} \cdot \frac{\varphi^2}{1 - \varphi^2 \left(1 - \frac{r_1^2}{r^2}\right)}$.

φ giebt den Geschwindigkeitscoëfficienten für die Bewegung des Wassers in den Schwungröhren an und kann wohl nicht grösser als 0,9 genommen werden. Von dem totalen Gefälle muss, um h zu finden, die Widerstandshöhe für alle Hindernisse abgezogen werden, welche das Wasser auf seinem Wege bis zum Eintritt in die Schwungröhren findet. Die Grösse der Ausflussöffnungen f hängt von dem vorhandenen Wasservolum $V = \frac{Q}{\gamma}$ und der Geschwindigkeit v ab, es ist $f = \frac{V}{v}$; das Verhältniss der Radien $\frac{r}{r_1}$ macht man gleich 2, 3 oder 4, je nachdem 4, 3 oder 2 Schwungarme genommen werden. Die Weite der Zuführungsröhre ist gleich dem inneren Radius r_1 und man wählt diesen so, dass die Geschwindigkeit des Wassers in der Röhre 6' nicht übersteigt. Die Axe des Schwungringes kann man als Spirallinie zeichnen, sie lässt sich aber auch in folgender Weise aus zwei Kreisbogen zusammensetzen. Es sei (Fig. 356) $CE = r_1$ und $CD = r$, E sei der Anfangspunkt und D das Ende der Schwungröhre, den Centriwinkel ECD macht man etwa 130° , 150° oder 180° , je nachdem 4, 3 oder 2 Arme genommen werden. Man ziehe EA und DB so, dass $CEA = 270^\circ - \eta$ und $CDB = 90^\circ - \delta$. Ist über η keine theoretische Bestimmung getroffen, so mache man η etwa gleich 140° . Auf AE und BD errichte man die Lothe EG und DH , ziehe ED , halbire den Winkel AED und BDE ; die Halbirenden schneiden sich in F . Ein in der Mitte von FD errichtetes Loth schneidet DH in H , und die Gerade FH schneidet EG in G ; H und G sind die Mittelpunkte der Kreisbogen FD und EF . Die Radhöhe bestimmt sich danach, dass die inneren Oeffnungen der Arme die ganze Peripherie des Kreises zum Radius CE einnehmen; diese Weite lässt man dann nach aussen allmählig abnehmen. (Vgl. Weisbach, J. M. II § 196.)

Fig. 356.



§ 355. Die Fourneyron'sche Turbine. Fig. 357.

Die vertikale Radwelle A trägt an ihrem unteren Theile einen gusseisernen Teller B , auf dessen horizontalem Rande C die gekrümmten Radschaufeln D stehen, die oben durch einen ringförmigen Kranz E (Radkrone) bedeckt sind; Zwischenkränze E' , E'' theilen die Radkanäle in Abtheilungen (Etagen). Das Wasser tritt von oben in das Rad. Aus dem Zuführungskanale F gelangt es erst in den gusseisernen Einlaufcylinder G , der auf dem eichenen Gebälk H gelagert ist. Damit der Wasserdruck aber nicht auf den Radteller B wirke und dadurch die Zapfenreibung vermehre, ist der eiserne Bodenteller I angebracht, welcher mit der eisernen, die Radwelle umschliessenden Röhre K fest verbunden ist. Die Vorrichtung, durch welche diese Röhre von oben gehalten und durch seitwärts eingeschraubte Stangen in ihrer vertikalen

Fig. 357 a.

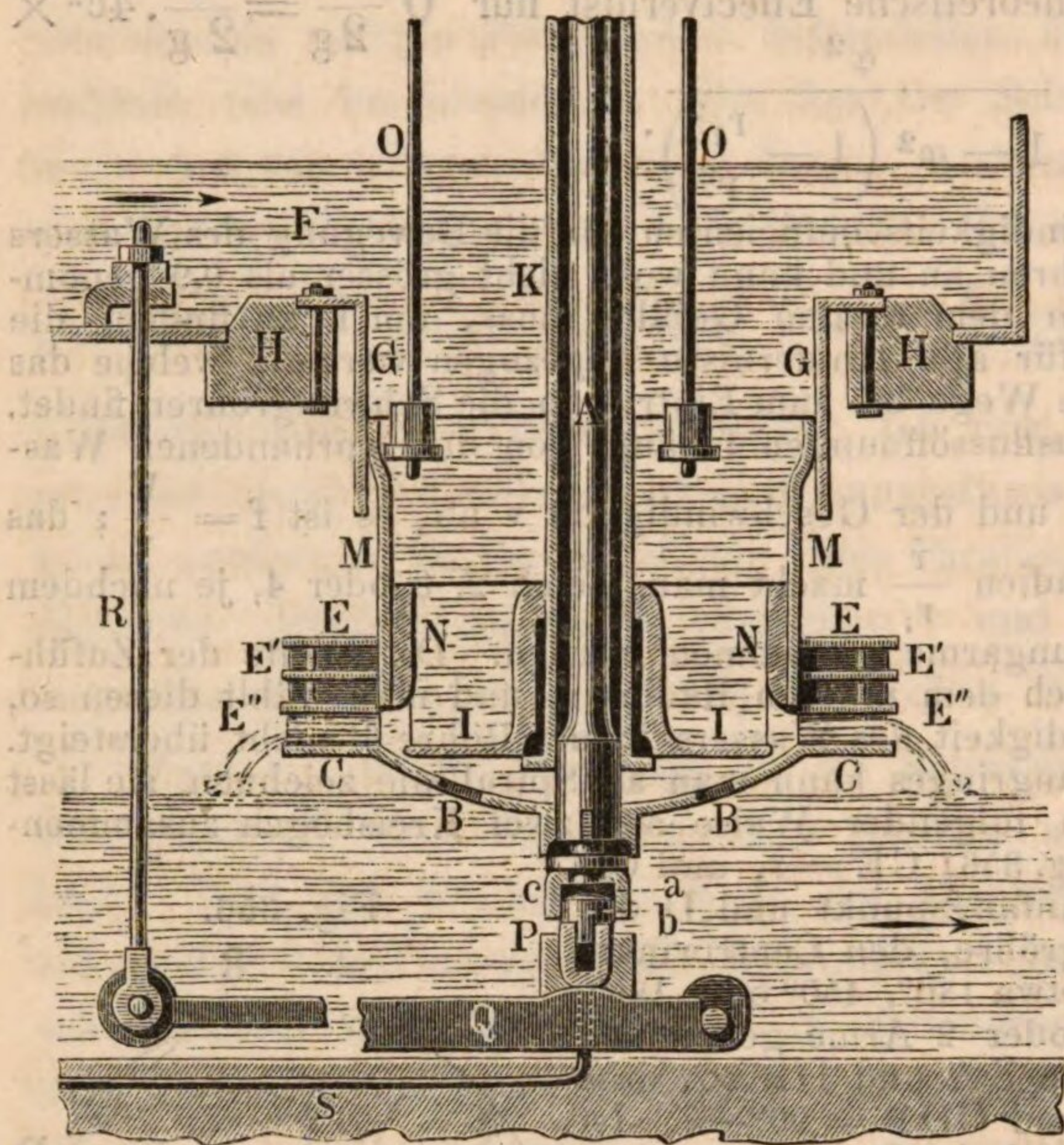
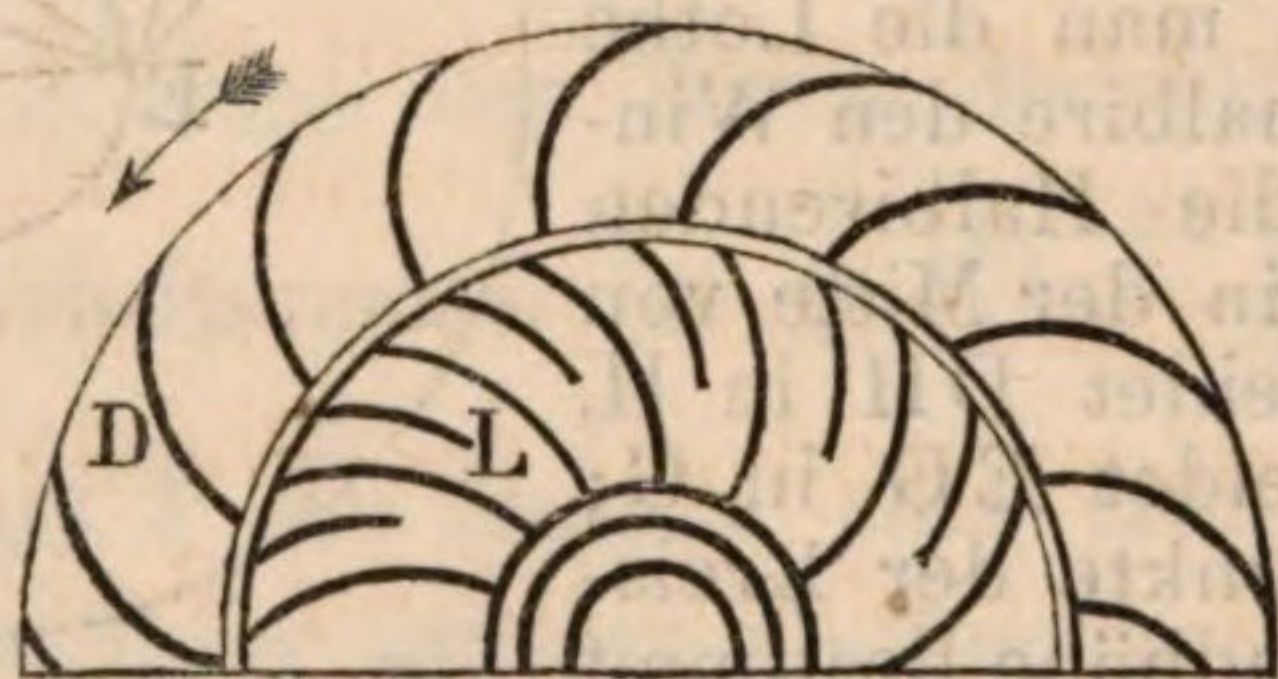


Fig. 357 b.



Lage erhalten wird, ist in der Figur nicht angegeben. Auf dem Bodenteller stehen blechene, cylindrisch gekrümmte Leitschaufeln L (nur im Grundriss angegeben), welche das Wasser in bestimmter Richtung den Radschaufeln zuführen. Das von den Leitschaufeln kommende Wasser kann dadurch ganz oder theilweise von den Radschaufeln abgehalten werden, dass in den schmalen ringförmigen Raum zwischen den Leit- und Radschaufeln der eiserne Schützen-cylinder M eingesenkt wird, der sich an seinem oberen Rande mittelst einer Liederung wasserdicht an den Einlaufcylinder legt, an seinem unteren Ende aber schmale, abgerundete Holzstückchen N, N trägt, welche in die Räume zwischen den Leitschaufelenden passen. Die vertikale Bewegung des Schützencylinders wird durch drei Zugstangen O vermittelt, deren gleichmässige Bewegung gewöhnlich dadurch bewirkt wird, dass diese Stangen oben Schraubengewinde haben, deren Muttern zu drei gleichen Stirnrädern erweitert sind. Ein grösseres, in der Mitte liegendes Stirnrad greift in jene drei gleichmässig ein und wird selbst mittelst einer Schraube ohne Ende in Bewegung gesetzt. Jene drei Stirnrad-Muttern liegen auf einem gemeinschaftlichen eisernen Ringe auf. Das Zapfenlager P ruht auf einem einarmigen Hebel, dem durch die Zugstange R eine kleine Bewegung ertheilt werden kann; dadurch kann der Radwelle die genaue Lage gegeben werden. Durch das Rohr S wird dem Zapfenlager ein ununterbrochener Strom Oel zugeführt.

Die Zeichnung giebt eine in freier Luft gehende Turbine an, es kann aber der Unterwasserspiegel auch über dem Rade stehen, so dass das letztere

Lage erhalten wird, ist in der Figur nicht angegeben. Auf dem Bodenteller stehen blechene, cylindrisch gekrümmte Leitschaufeln L (nur im Grundriss angegeben), welche das Wasser in bestimmter Richtung den Radschaufeln zuführen. Das von den Leitschaufeln kommende Wasser kann dadurch ganz oder theilweise von den Radschaufeln abgehalten werden, dass in den schmalen ringförmigen Raum zwischen den Leit- und Radschaufeln der eiserne Schützen-cylinder M eingesenkt wird, der sich an seinem oberen Rande mittelst einer Liederung wasserdicht an den Einlaufcylinder

unter Wasser geht; im ersten Falle geht immer ein Theil des Gefälles verloren, im letzteren muss das Rad den Widerstand des einhüllenden Wassers überwinden. — Die Zeichnung giebt ferner eine Niederdruckturbine an, bei einer Hochdruckturbine ist der Einlaufcylinder höher und oben geschlossen, so dass die Welle A mit der Röhre K so wie die Zugstangen O durch Stopfbüchsen heraustreten; das von einer grösseren Höhe kommende Wasser wird dann seitwärts durch ein Zuführungsrohr in den Cylinder G geführt.

Eine besondere Berücksichtigung machen die Zapfen der Turbinen nöthig; da sie schnell umlaufen, so nützen sie sich leicht ab, und da sie meist unter Wasser gehen, so ist die gute Schmierung derselben schwierig. Die Stärke des Zapfens ist nur wenig geringer als der Durchmesser der Welle. Bei Fourneyron's Turbine bestehen die sich reibenden Theile aus gehärtetem Stahl, der obere Theil a ist fest mit der Welle A verbunden, der untere b aber in einem Gehäuse, das auf dem Hebel O befestigt ist; die reibenden Flächen sind gewölbt, die obere concav, die untere convex. Durch eine Durchbohrung des unteren Theils b tritt das Oel zwischen die Flächen und wird durch einen Ring c dort zurückgehalten, zugleich wird dadurch die Stellung des Zapfens gesichert; durch eine Durchbohrung der Welle kann das Oel das bereits gewirkt hat, abgeleitet werden.

2) In der Theorie dieser Turbine ist zu unterscheiden, ob sie als Reactionsrad oder als Druckrad wirkt. Das erste ist der Fall, wenn die Radkanäle stets ganz mit Wasser gefüllt sind, also keine Luft enthalten. Die Wassermasse zwischen den Leitschaufeln steht dann mit der zwischen den Radschaufeln im ununterbrochenen Zusammenhange, der hydraulische Druck, der noch in dem Wasser zwischen den Radschaufeln vorhanden ist, wirkt dann beschleunigend auf das Wasser zwischen den Radschaufeln, und der Zug der Centrifugalität, die erst in dem Rade entsteht, wirkt auch rückwärts beschleunigend auf das Wasser zwischen den Leitschaufeln. Das Wasser gewinnt also seinen Ausfluss erst, indem es aus dem Rade tritt. Im Ganzen gelten hier die theoretischen Verhältnisse des vorigen Paragraphen. Es seien ABD und A'B'D' (Fig. 358) zwei benachbarte Radschaufeln, die Normale D'B auf ABD giebt die Weite der Ausflussöffnungen an, und ist E die Mitte von BD', so ist CE = r der in Rechnung zu nehmende äussere Radradius, CA = r₁ ist der innere; die Umdrehungsgeschwindigkeit bei E und A sei bezüglich c und c₁, es ist dann

$$\frac{c}{c_1} = \frac{r}{r_1} \text{ oder } c_1 = \frac{r_1}{r} c.$$
 Wird die Einrichtung so getroffen, dass das Wasser ohne Stoss in das Rad tritt, so geschieht der Ausfluss des Wassers unter dem Einfluss des Wasserdrucks von der Höhe h und der Centrifugalität, welcher eine Druckhöhe $\frac{c^2 - c_1^2}{2g} = \frac{c^2}{2g} \left(1 - \frac{r_1^2}{r^2}\right)$ entspricht. Für die Ausflussgeschwindigkeit v erhalten

wir wieder unter Berücksichtigung der Ausflusshindernisse: $v = \varphi \sqrt{2gh + c^2 \left(1 - \frac{r_1^2}{r^2}\right)}$. Soll des grösseren Effectes wegen diese

Geschwindigkeit wieder der Umdrehungsgeschwindigkeit c gleich sein, so

folgt wieder: $c = \varphi \sqrt{\frac{2gh}{1 - \varphi^2 \left(1 - \frac{r_1^2}{r^2}\right)}}$. Ist c bekannt, so folgen die

übrigen Radverhältnisse. Schneidet die Richtung des bei E ausströmenden Wassers die Radperipherie unter dem Winkel δ , so folgt wieder für die absolute Geschwindigkeit w des ausgeflossenen Wassers $w =$

$\sqrt{(v-c)^2 + 4vc \sin \frac{\delta^2}{2}} = 2c \sin \frac{\delta}{2}$, wenn $v = c$ ist; der Effectver-

lust ist danach $Q \frac{w^2}{2g} = \frac{Q}{2g} \cdot 4c^2 \sin^2 \frac{\delta}{2}$. Auch die übrigen hydraulischen Hindernisse kann man mit c^2 proportional nehmen und ihren Ein-

fluss auf den Effect gleich $Q \cdot \xi \frac{c^2}{2g}$ setzen. ξ ist etwa $= 0,15$. Für

die Weite BD' einer Oeffnung ergibt sich leicht $BD' = DD' \sin \delta$; ist nun e die Radhöhe, so ist die Grösse einer Oeffnung $= DD' \cdot e \sin \delta$, die Summe aller Ausflussöffnungen ist daher $2re\pi \sin \delta$. Bezeichnet nun V wieder das Volum der in der Sekunde zum Ausfluss kommenden Was-

sermenge, so ist $V = 2re\pi \sin \delta \cdot v$, also $e = \frac{V}{2rv\pi \sin \delta} = \frac{Q}{2rv\gamma\pi \sin \delta}$.

Beachtet man die Dicke s der Radschaufel und ihre Anzahl n , so erhält

man: $e = \frac{V}{(2r\pi \sin \delta - ns)v}$. Die Weite einer Ausflussöffnung ist dann

$d = \frac{2r\pi \sin \delta}{n} - s$. Ist nun $\frac{e}{d}$ gegeben, so kann man n finden.

Schneidet der in das Rad tretende Wasserstrom die innere Radperipherie unter dem Winkel β , so hat man für die Oeffnungsweite AF' eines Leitschaufelkanals $AF' = AA' \sin \beta$, also für den Querschnitt des in das Rad tretenden Wassers folgt $2r_1 e \pi \sin \beta$, und ist nun v_1 die Geschwindigkeit dieses Wassers, so folgt $2r_1 e v_1 \pi \sin \beta = 2rev\pi \sin \delta$, also v_1

$= \frac{r \sin \delta}{r_1 \sin \beta} v$. (Ist s_1 die Dicke der Leitschaufeln und n_1 ihre Anzahl,

so ist eigentlich zu setzen: $2r_1 e v_1 \pi \sin \beta - n_1 s_1 v_1 = 2rev\pi \sin \delta -$

$ns v$. Soll die Gleichung $v_1 = \frac{r \sin \delta}{r_1 \sin \beta} v$ bleiben, so muss $\frac{n_1 s_1}{n s} =$

$\frac{r_1 \sin \beta}{r \sin \delta}$ sein, woraus sich n_1 finden lässt.) Bezeichnet nun wieder η

den Winkel, den der Anfang der Radschaufeln mit der inneren Rad-

peripherie bildet, und soll das Wasser ohne Stoss in das Rad übergehen, so folgt nach § 341, 3: $\cot \eta = \cot \beta - \frac{c_1}{v_1 \sin \beta} = \cot \beta - \frac{r_1}{r} c$:
 $\frac{r \sin \delta}{r_1} v = \cot \beta - \frac{r_1^2}{r^2} \frac{c}{v \sin \delta}$, oder wenn $v = c$ ist, $\cot \eta = \cot \beta - \frac{r_1^2}{r^2 \sin \delta}$. Aus dieser Gleichung kann man von den beiden Winkeln β und η den einen durch den andern bestimmen, in allen Fällen muss aber $\eta > \beta$ sein. (Fourneyron macht $\eta = 90^\circ$, $\beta = 30^\circ$ bis 33° ; es ist besser η stumpf als spitz zu nehmen, etwa $\eta = 100^\circ$ bis 120° , $\beta = 50^\circ$ bis 55° .) Es bleibt nun noch der Druck zu bestimmen, mit welchem das Wasser an der Uebergangsstelle aus dem Leitapparat in das Rad gegen die Fugen drückt. Ist h_1 die Druckhöhe des hydrostatischen Druckes an dieser Stelle, so ist die des hydraulischen Druckes zunächst nach § 328 $h_1 - \frac{v_1^2}{2g} = h_1 - \left(\frac{r \sin \delta}{r_1 \sin \beta} \right)^2 \frac{v^2}{2g}$. Nun wirkt aber die Centrifugalität des Radwassers gegen diese Stelle ziehend (oder saugend) mit einer Druckhöhe $\frac{c^2}{2g} \left(1 - \frac{r_1^2}{r^2} \right)$, weshalb für die Druckhöhe x des Wassers gegen jene Fugen folgt $x = h_1 - \left(\frac{r \sin \delta}{r_1 \sin \beta} \right)^2 \frac{v^2}{2g} - \frac{c^2}{2g} \left(1 - \frac{r_1^2}{r^2} \right)$. Hat x einen positiven Werth, so wird das Wasser durch jene Fugen zu dringen suchen; ist der Werth von x aber negativ, so wird Luft an jener Stelle eindringen und in den Radkanal gelangen. Dadurch wird aber die Reactionswirkung des Rades unterbrochen. Am besten ist es $x = 0$ zu machen. Aus der sich hiernach ergebenden Gleichung kann man β bestimmen. Obige Resultate werden durch die Bewegungshindernisse, welche das Wasser zwischen den Leitschaufeln findet, etwas modificirt, so dass nicht immer das Maximum des Effectes für $v = c$ zu erwarten steht.

3) Dringt aus irgend einem Grunde Luft in die Radkanäle, was natürlich nur bei einer in freier Luft ausmündenden Turbine möglich ist, so wird der volle Zusammenhang des Wassers im Rade mit dem in dem Leitapparate aufgehoben und die Turbine wirkt nun als Druckrad. Der eigentliche Ausfluss findet jetzt an der Oeffnung der Leitkanäle statt und die Ausflussgeschwindigkeit v_1 ist jetzt nicht mehr von der Bewegung des Rades, sondern nur von der Druckhöhe h und den auf dem Wege vorkommenden Bewegungswiderständen abhängig. Es ist daher $v_1 = \varphi \sqrt{2gh}$. Unter Beibehaltung der bisherigen Bezeichnungen folgt nun für die relative Geschwindigkeit v' , mit welcher das Wasser seine Bewegung auf den Radschaufeln beginnt, nach § 340 $v' = \sqrt{v_1^2 + c_1^2 - 2v_1 c_1 \cos \beta}$;

$$c_1 = \frac{v_1}{2 \cos \beta}, \text{ und da } c_1 = \frac{r_1}{r} c, \text{ so ist } c = \frac{r}{r_1} \cdot \frac{v_1}{2 \cos \beta} = \frac{\varphi r \sqrt{2gh}}{2 r_1 \cos \beta}.$$

Der Winkel η bestimmt sich nach der Gleichung $\frac{c_1}{v_1} = \frac{\sin(\eta - \beta)}{\sin \eta}$ (§ 341), da aber jetzt $\frac{c_1}{v_1} = \frac{1}{2 \cos \beta}$ ist, so muss $\eta = 2\beta$ sein, wenn das Was-

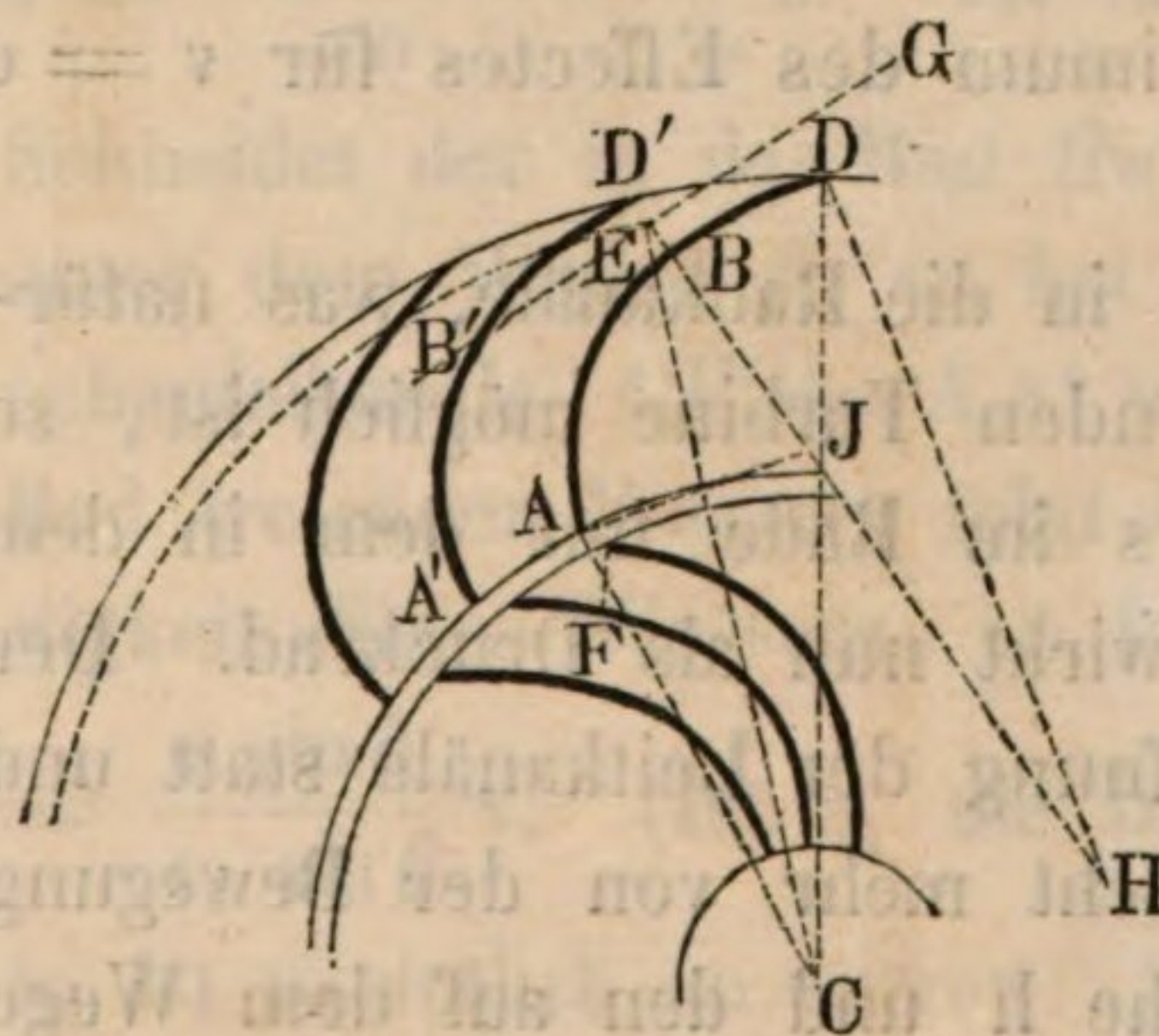
ser ohne Stoss in das Rad treten soll. Für die absolute Geschwindigkeit w des ausgeflossenen Wassers folgt $w = \sqrt{(v-c)^2 + 4 v c \sin^2 \frac{\delta}{2}}$, oder wenn $v = c$ ist, so ist $w = 2 c \sin \frac{\delta}{2}$, und der Effectverlust ist

jetzt $Q \frac{w^2}{2g} = \frac{Q}{2g} \cdot 4c \sin^2 \frac{\delta^2}{2} = Qh \cdot \frac{\varphi^2 r^2 \sin^2 \frac{\delta^2}{2}}{r_1^2 \cos^2 \beta^2}$. Für die Höhe e der

Ausflussöffnungen folgt die Gleichung $2 r_1 e \sin \beta \cdot v_1 = V$, und damit bei einer gleichen Radhöhe das Wasser auch bequem durch das Rad fließen kann, muss sich auch die Gleichung $2 r e \sin \delta \cdot v = V$ erfüllen. Durch die Wahl des Winkels β besitzt man die Möglichkeit, das Rad mit einer bestimmten Geschwindigkeit umlaufen zu lassen, die aber nicht geringer als $\frac{\varphi r \sqrt{2gh}}{2 r_1}$ sein darf. Für die Bestimmung von r_1 hält man fest, dass die Geschwindigkeit des Wassers im Einlaufcylinder 3' nicht übersteige.

Die Radcurven ABD (Fig. 358) kann man so construiren, dass sie aus zwei Kreisbogen AB und BD bestehen, die tangential zusammenstossen. Man

Fig. 358.



ziehen, die tangential zusammenstossen. Man ziehe EG so, dass sie mit der Peripherie des Kreises zum Radius CE den Winkel δ bildet, ziehe EH senkrecht zu EG. Aus der gewählten Schaufelzahl n findet sich die Länge von $DD' = \frac{2r\pi}{n} - s$, daraus findet sich $BD' = d = DD' \sin \delta = \frac{(2r\pi - ns) \sin \delta}{n}$.

Hat man nun $D'E$ und $EB = \frac{1}{2} d$ auf BH abgetragen, so suche man auf BH den Punkt H so, dass $\angle BHD < DCD'$ ist; nun ist H der Mittelpunkt für den Bogen BD ; da nun der Mittelpunkt für $B'D'$ auch auf EH liegen muss, so haben die beiden Schaufelelemente bei B und D' parallele Richtungen und der Wasserstrahl verlässt ohne Con-

traction das Rad. Den Radius $BI = AI = x$ bestimmt man am besten durch Rechnung. Im Dreieck CEI ist $CE = r$, $EI = x + \frac{d}{2}$, $\angle CEI = \delta$, also ist $CI^2 = r^2 + \left(x + \frac{d}{2}\right)^2 - 2r\left(x + \frac{d}{2}\right)\cos\delta$; im Dreiecke CAI ist aber $CA = r_1$, $AI = x$, $\angle CAI = 180^\circ - \eta$, also ist $CI^2 = r_1^2 +$

$x^2 + 2 r_1 x \cos \eta$. Die Gleichsetzung der beiden für CI gefundenen

Werthe liefert $x = \frac{r^2 - r_1^2 - r d \cos \delta + \frac{d^2}{4}}{2 r_1 \cos \eta + 2 r \cos \delta - d}$. — Turbinen dieser Art

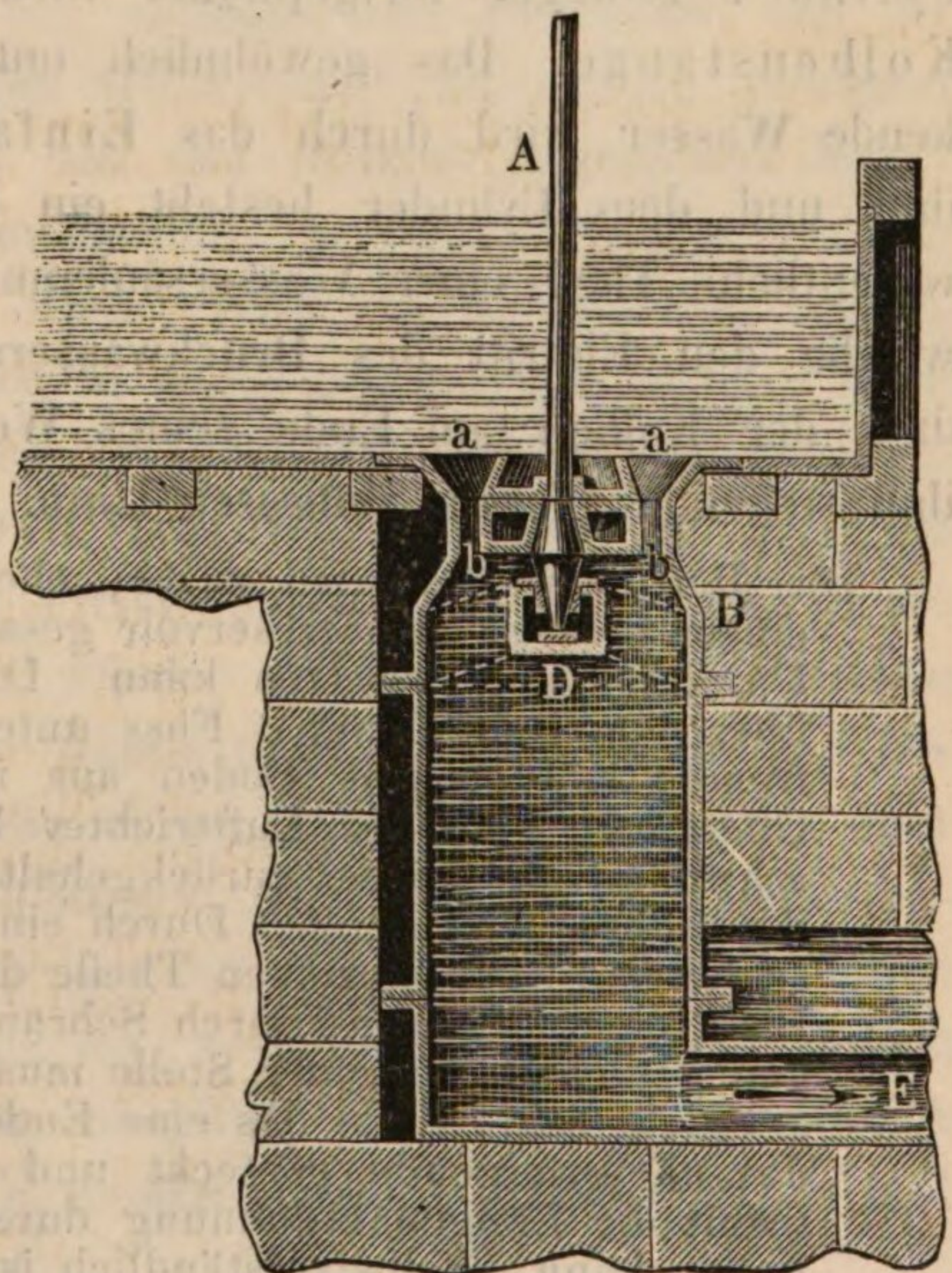
haben einen Wirkungsgrad bis 0,75 gegeben. (S. Weisbach, J. M. II § 194.)

§ 356. Fontaine's und Jonval's Turbinen.

1) Diese beiden Turbinen haben mit der Fourneyron'schen gemein, dass ein besonderer Leitschaufelapparat das Wasser den Radschaufeln zuführt; es steht aber dieser Apparat über dem Rade, so dass das Wasser von oben nach unten durch das Rad geht. Danach richtet sich denn auch die Lage der Radschaufeln. Die Centrifugalität des Wassers hat jetzt auf die Bewegung des Wassers nur untergeordneten Einfluss, dagegen wirkt es für die Radhöhe noch durch sein Gewicht. Bei Fontaine's Turbine steht das Rad wie bei der Fourneyron's unmittelbar über oder unter dem Wasserspiegel, doch fällt der Einlaufcylinder fort, weil der Einlaufapparat mit dem damit verbundenen Bodenteller das Rad hinreichend vom Oberwasser trennen. Der Schützenapparat ist aber complicirter, denn für jeden Raum zwischen zwei neben einander liegenden Leitschaufeln ist ein besonderer Schützen mit einer eigenen Schützenstange vorhanden. Alle Schützenstangen sind aber an einem horizontalen Ringe befestigt, der durch drei vertikale Zugstangen ähnlich wie bei Fourneyron's Turbine gehoben und gesenkt werden kann. —

Das Rad der Jonval'schen Turbine hat gewöhnlich einen geringen Durchmesser und ist von einer Hülse B (Fig. 359) eingeschlossen, welche den Anfang eines vertikalen eisernen Cylinders bildet. A ist die Radwelle, bei a tritt das Wasser durch den Leitschaufelapparat zu den Radschaufeln bei b. Bei D ist das Zapfenlager für den unteren Zapfen. Das Oberwasser wirkt durch Druck auf das Rad, das Wasser aber im Cylinder, so weit es noch über dem Unterwasserspiegel steht, wirkt durch Zug. Die Regulirung des Rades geschieht durch einen Schieber, der entweder den Zufluss des

Fig. 359.



Wassers in das Reservoir über dem Rade, oder der den Abfluss des Wassers bei E mehr oder minder gestattet.

Die Theorie dieser Räder ergibt sich nach dem Obigen unter Berücksichtigung des § 341 in einfacher Weise. Die Schaufeln sind windschiefe Flächen, deren erzeugende Linie auf der Radaxe senkrecht steht und deren Leitlinie auf einer äusseren Cylinderfläche gedacht werden kann. Es stelle Fig. 360 einen Theil dieses aufgewickelten Cylinders

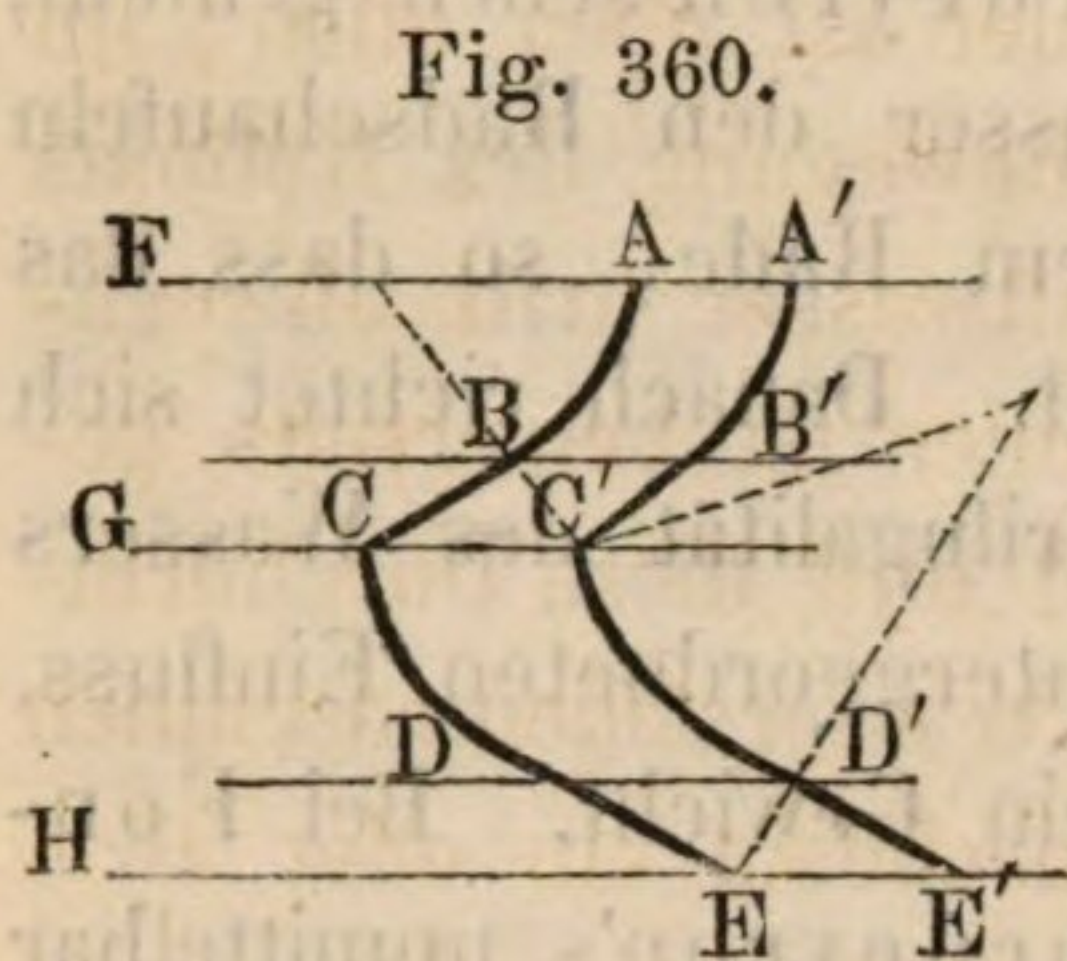


Fig. 360.

dar, so deuten ABC, A'B'C' die Leitcurven, CDE und C'D'E' die Radcurven an; jede derselben kann man aus einem Kreisbogen AB, CD und einer geraden Linie BC, DE zusammensetzen. Hat man theoretisch die Winkel β , η , δ festgestellt und lässt man die Leitschaufeln bei A, A' vertikal beginnen, so findet man die Bestandtheile dieser Curven leicht, wenn zuvor die Höhe des Leitapparates und des Rades, so wie die Schaufelzahl bestimmt ist. — Man hat mit diesen Rädern einen Wirkungsgrad bis zu 0,75, ja nach Abzug der Zapfenreibung bis zu 0,82 erreicht.

c. Die Wassersäulenmaschinen.

§ 357. Haupttheile und Arten.

1) Die Wassersäulenmaschinen sind Kolbenmaschinen, in denen der hydrostatische Druck des Wassers eine hin- und hergehende geradlinige Bewegung hervorbringt. Der Wasserdruck wird durch den Treibkolben aufgenommen, der sich wasserdicht in dem vertikal stehenden Treibcylinder bewegt; fortgepflanzt wird die empfangene Kraft durch die Kolbenstange. Das gewöhnlich unter einer grossen Druckhöhe wirkende Wasser wird durch das Einfallsrohr herabgeleitet, zwischen ihm und dem Cylinder besteht ein Communicationsrohr. Der zweite wesentliche Theil einer Wassersäulenmaschine besteht in der Steuerung, welche den Eintritt des Druckwassers in den Treibcylinder so regelt, dass der Kolben am Ende seines Weges umkehren und dass das vor ihm stehende Wasser abfliessen kann.

Das Betriebswasser wird zuvor, ehe es in das Einfallsrohr gelangt, in einem grossen Speisereservoir gesammelt, in dem es die mitgeführten Unreinigkeiten absetzen kann. Die Einfallröhre mündet etwa 2 Fuss über dem Boden und 4 Fuss unter dem Wasserspiegel, damit weder fremde Körper vom Boden aus in dieselbe gelangen, noch an der Oberfläche sich ein Lufttrichter bilden kann. Durch Gitter werden schwimmende Körper zurückgehalten, oder man richtet die Mündung der Röhre nach unten. Durch ein Ventil lässt sich die Mündung verschliessen. Die einzelnen Theile der Einfallröhre sind gewöhnlich mit Flantschen versehen, durch Schrauben verbunden und mittelst Bleiringen gedichtet; an einer Stelle muss eine sogenannte Compensation angebracht sein, d. h. das eine Ende des Rohrstücks ist verschiebbar in das nächstfolgende gesteckt und durch eine Liederung abgedichtet, damit die Längenausdehnung durch die Wärme ohne Nachtheil stattfinden kann. Selbstverständlich ist es, dass alle Theile der Maschine

so construirt sein müssen, dass sie die auf sie wirkenden Drucke aushalten können. Ueber die Einrichtung des Kolbens siehe § 316.

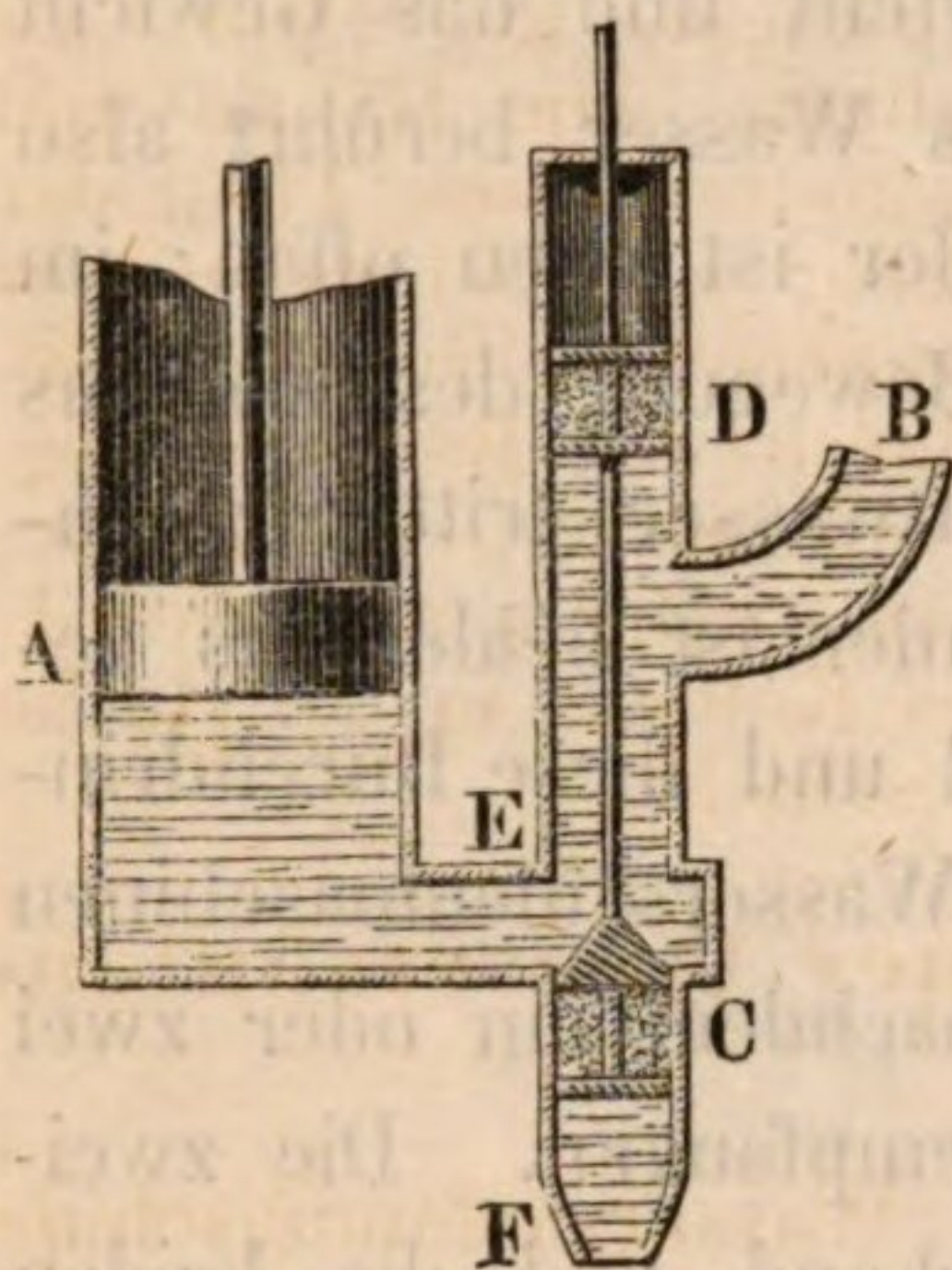
2) Die Wassersäulenmaschinen sind entweder einfach wirkend oder doppelt wirkend; im ersten Falle wird der Kolben durch den Wasserdruck aufwärts bewegt und geht durch sein Gewicht und das Gewicht des mit ihm verbundenen Gestänges zurück, das Wasser berührt also nur die untere Fläche des Kolbens und der Cylinder ist oben offen; im zweiten Falle wird die auf- und die absteigende Bewegung des Kolbens durch den Wasserdruck hervorgebracht, das Kraftwasser tritt abwechselnd über und unter den Kolben und der Cylinder ist beiderseits geschlossen, die Kolbenstange durchdringt den Deckel und diese Durchdringung ist durch eine Stopfbüchse gedichtet. Die Wassersäulenmaschinen sind ferner einstieflig oder zweistieflig, je nachdem ein oder zwei Cylinder ihr Wasser aus derselben Einfallsröhre empfangen. Die zweistiefligen Maschinen sind gewöhnlich einfach wirkend und die beiden Kolbenstangen sind durch einen gemeinschaftlichen Balancier verbunden.

Die Steuerung geschieht entweder durch Hähne oder durch Kolben, die letztere ist die fast allgemein gebräuchliche.

3) Die Steuerung wird deshalb bei diesen Maschinen eine ganz eigenthümliche, weil die bewegende Materie, das Wasser, unelastisch ist. In Folge dieser Eigenschaft des Wassers darf der Zutritt des Wassers zum Treibcylinder nicht plötzlich abgesperrt werden, sondern die Absperrung muss allmählig vor sich gehen, damit die Bewegung des Kolbens gegen das Ende seines Weges in Folge der nachlassenden Druckkraft und der dann zum Uebergewicht kommenden Widerstände angemessen verzögert wird, damit aber auch der Stoss, den das plötzlich abgesperrte Kraftwasser gegen die Wände der Einfallsröhre in Folge seiner lebendigen Kraft ausüben würde, vermieden wird. Wird das Kraftwasser allmählig abgesperrt, so wird der Treibkolben in demselben Augenblicke zur Ruhe kommen, in welchem die Absperrung vollendet ist, und es wird nicht zu fürchten sein, dass der Kolben seinen Weg etwa noch fortsetze und sich von dem abgesperrten Wasser des Treibcylinders losreisse, wodurch ein nachtheiliger leerer Raum entstehen würde. Weil aber der Treibkolben in demselben Augenblicke zur Ruhe kommen muss, in welchem der Zufluss des Wassers abgesperrt ist, der absperrende Theil, der Hahn oder der Steuerungskolben, aber nicht stillstehen darf, weil er sich weiter bewegen und dem im Cylinder abgesperrten Wasser den Abfluss öffnen muss, so folgt, dass die Bewegung der steuernden Theile nicht einfach von der Bewegung des Treibkolbens ausgehen kann (wie es gewöhnlich bei der Dampfmaschine der Fall ist), sondern noch besonderer Kräfte und Vorrichtungen bedarf.

Es sei A (Fig. 361) der Treibcylinder mit dem Treibkolben bei einer einfach wirkenden Maschine, B sei das untere Ende des Einfallsrohrs, CD ein Theil der Steuerung, die innere Steuereung, E die Communication mit dem Cylinder, F die Stelle, bei welcher das Wasser abfließt.

Fig. 361.



Die Steuerung besteht aus zwei Kolben: C dem Steuerungskolben, D dem Gegenkolben; beide Kolben werden durch eine gemeinschaftliche Kolbenstange verbunden; der Steuerungskolben soll den Zugang des Wassers zum Cylinder zulassen und absperren, der Gegenkolben soll den einseitigen Druck des Kraftwassers aufheben. Um die allmähige Absperrung des Kraftwassers zu bewirken, läuft der Steuerkolben oben conisch zu, man kann ihm aber auch an der Seite Einschnitte geben, die nach unten allmähig aufhören; damit aber während des Absperrens der Steuerungskolben keinen einseitigen Druck erfährt, lässt man das Ende des Communicationsrohrs den Steuerungscylinder von allen Seiten umgeben. Hat nun der Kolben C die Communication bei E vollständig abgeschlossen, so steht der Treibkolben still, der Steuerungskolben muss aber noch weiter steigen, damit er dem Wasser, das unter dem Kolben steht, den Abfluss bei F eröffne. Diese weitere Bewegung der inneren Steuerung kann nun nicht direct von dem zum Stillstand gekommenen Treibkolben aus gehen, wohl aber indirect mittelst einer besonderen Vorrichtung, der äusseren Steuerung. Entweder wird durch den Treibkolben ein Gewicht gehoben oder eine Feder gespannt, dann aber kurz zuvor, ehe der Kolben zur Ruhe gelangt, gelöst, so dass Gewicht oder Feder die weitere Bewegung des Steuerungskolbens bewirkt, oder der Treibkolben setzt kurz zuvor, ehe er zur Ruhe kommt, eine kleine Hülfswassersäulenmaschine in Bewegung, welche die weitere Bewegung der inneren Steuerung veranlasst. Hiernach ist die äussere Steuerung entweder eine Gewichts-, Feder- oder hydrostatische Steuerung.

4) Als regulirende Theile kommen noch vor: der Balancier und die Stellhähne. Der Balancier soll die aufsteigende und absteigende Bewegung des Kolbens angemessen ausgleichen; er wird besonders nöthig bei der einstiefligen, einfach wirkenden Maschine. Hebt diese z. B. bei der aufsteigenden Kolbenbewegung das schwere Schachtgestänge in einem Bergwerk, so würde dasselbe, sobald der Wasserdruck aufhört und der Abfluss des Kraftwassers gestattet ist, den Kolben zu schnell herunter treiben, wenn nicht der Balancier eine Gegenwirkung übe. In diesem Falle kann der Balancier durch einen zweiarmigen Hebel gebildet werden, der mit dem einen Ende mit der Kolbenstange verbunden ist, am andern aber entsprechend belastet ist, so dass das niedergehende Gestänge diese Last zu heben hätte; es kann aber auch die Gegenwirkung dadurch geübt werden, dass der niedergehende Kolben des abfließenden Wassers auf eine gewisse Höhe zu drücken hat, so dass der Gegendruck dieses Wassers die Regulirung bewirkt; mechanischer und hydraulischer Balancier. — Eine Regulirung der Bewegung kann auch durch Hähne und Drosselklappen (letztere bei den weiten Röhren), deren Stellung dem Durchgange

des Wassers ein grösseres oder geringeres Hinderniss bereitet, bewirkt werden. Die Drosselklappe im Einfallrohr heisst Tagepipe.

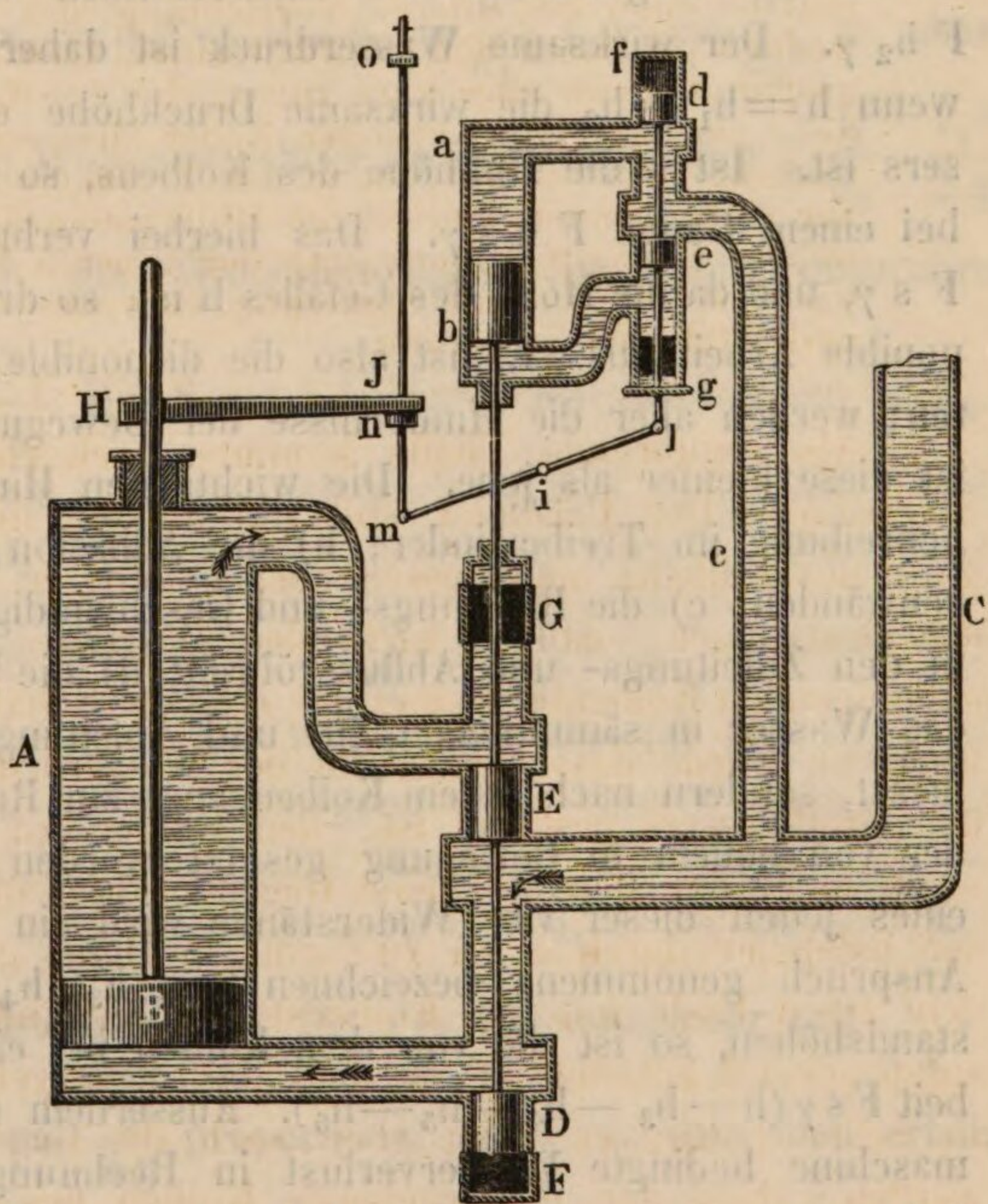
Das Hinderniss, welches der Balancier dem Kolben bei der Bewegung in der einen Richtung entgegenstellt, nämlich die zu hebende Last, tritt bei der Bewegung in der entgegengesetzten Richtung wieder als bewirkende Kraft auf, so dass der Balancier als wirklicher Regulator, als Ausgleicher zwischen Kraft und Widerstand dient. Die Hähne und Drosselklappen schaffen nur ein Hinderniss, sie tödten einen Theil der wirksamen Kraft, ohne ihn wieder zurückzugeben; sie sind daher nur Moderatoren. Deshalb muss die Maschine so eingerichtet werden, dass für den regelmässigen Gang die Regulirung durch den Balancier erfolgt und die Hähne und Klappen nur für den aussergewöhnlichen Gang zu Hülfe genommen werden. — Bei der einstiefigen einfach wirkenden Maschine lässt man den Niedergang des Kolbens in der Hälfte der Zeit stattfinden, in welcher der Aufgang geschieht.

§ 358. Beschreibung und Theorie einer Wassersäulenmaschine.

1) Es stellt Fig. 362 eine doppelt wirkende Wassersäulenmaschine vor; die äussere Steuerung wird durch eine Hülfswassersäulenmaschine besorgt, welche der Hauptmaschine mathe-

Fig. 362.

matisch ähnlich ist. A ist der Treibcylinder, B der Treibkolben, C ist das Einfallrohr, D und E sind zwei an derselben Stange sitzende Steuerkolben, durch deren Stellung es bedingt wird, ob das Kraftwasser über oder unter den Treibkolben tritt, bei F und G kann das Wasser, nachdem es gewirkt hat, die Maschine verlassen. Die Buchstaben a bis g bezeichnen die entsprechenden Theile der Hülfsmaschine. Der Kolben b der Hülfsmaschine sitzt mit den Steuerkolben D und E an derselben Stange, durch welche die Hülfsmaschine die Umsteuerung der Hauptmaschine bewirkt. Die Umsteuerung der Hülfsmaschine durch die Hauptmaschine wird durch folgende Vorrichtung bewirkt. An der



an derselben Stange, durch welche die Hülfsmaschine die Umsteuerung der Hauptmaschine bewirkt. Die Umsteuerung der Hülfsmaschine durch die Hauptmaschine wird durch folgende Vorrichtung bewirkt. An der

Kolbenstange der Hauptmaschine sitzt der Arm H I fest, derselbe umfasst bei I ringförmig die Stange m o, die bei n und o zwei Vorsprünge trägt, welche der Arm kurz vor Beendigung eines Kolbenweges erfasst und so die Stange abwechselnd aufwärts und abwärts stösst; diese Bewegung wird durch den zweiarmigen Hebel m i l auf die Steuerkolbenstange der Hilfsmaschine übertragen. Kurz vor Beendigung eines Kolbenweges ändern also die kleinen Steuerkolben ihre Stelle, das Kraftwasser ergreift den kleinen Kolben b und setzt durch ihn die Steuerkolben D und E in Bewegung. Das Spiel der Maschine erhellt nun leicht aus der Figur.

Die durch die Zeichnung dargestellte Maschine arbeitet zu Ebensee in Oesterreich bei einem Gefälle von 36 Fuss, hat 17" Hubhöhe, $9\frac{1}{2}$ " Cylinderweite und macht 6 Spiele in der Minute.

2) Bezeichnet F den Querschnitt des Treibkolbens und h_1 die Höhe der Mündung des Einlaufsrohres über dem mittleren Kolbenstande, so ist $F h_1 \gamma$ der mittlere Druck des Kraftmessers gegen den Kolben. Bezeichnet h_2 die Höhe der Ausflussmündung über dem mittleren Kolbenstande, so ist der Gegendruck des ausfliessenden Wassers gegen den Kolben $F h_2 \gamma$. Der wirksame Wasserdruck ist daher $F \gamma (h_1 - h_2)$ oder $F h \gamma$, wenn $h = h_1 - h_2$ die wirksame Druckhöhe oder das Gefälle des Wassers ist. Ist s die Hubhöhe des Kolbens, so ist die Arbeit des Kolbens bei einem Gange $F h s \gamma$. Das hierbei verbrauchte Wasserquantum ist $F s \gamma$, und da die Höhe des Gefälles h ist, so drückt $F s \gamma \cdot h$ auch die disponible Arbeit aus. Es ist also die disponible Arbeit gleich der geleisteten; werden aber die Hindernisse der Bewegung in Betracht gezogen, so ist diese kleiner als jene. Die wichtigsten Hindernisse sind: a) die Kolbenreibung im Treibcylinder; b) die Adhäsion des Wassers an den Röhrenwänden; c) die Richtungs- und Geschwindigkeitsänderung des Wassers in den Zuleitungs- und Abflussröhren; d) die Trägheit des Wassers, weil das Wasser in sämtlichen Zu- und Ableitungsröhren nicht continuirlich fliesst, sondern nach jedem Kolbengange zur Ruhe kommt, also dann wieder von neuem in Bewegung gesetzt werden muss. Zur Ueberwindung eines jeden dieser vier Widerstände wird ein Theil der Druckhöhe h in Anspruch genommen; bezeichnen nun h_3 , h_4 , h_5 und h_6 diese Widerstandshöhen, so ist die von dem Kolben bei einem Gange ausgeübte Arbeit $F s \gamma (h - h_3 - h_4 - h_5 - h_6)$. Ausserdem muss der durch die Hilfsmaschine bedingte Wasserverlust in Rechnung genommen werden. Ist f der Querschnitt und σ die Hubhöhe des Kolbens b, so beansprucht die Hilfsmaschine für jeden Gang des Treibkolbens B das Wasservolum $f \sigma$,

daher ist $\frac{F s}{F s + f \sigma}$ das Verhältniss des Wassers, welches in den Treib-

cylinder kommt, zu dem Wasser, welches überhaupt verbraucht wird. Ist nun Q das in der Zeiteinheit disponible Wassergewicht, so kommt davon

$\frac{F s}{F s + f s} \cdot Q$ in den Treibcylinder, und da die wirksame Druckhöhe $h - h_3 - h_4 - h_5 - h_6$ ist, so folgt für die Leistung $L = \frac{F s}{F s + f s} \cdot Q$

$(h - h_3 - h_4 - h_5 - h_6)$. Es bleibt nur noch übrig, die Widerstandshöhen h_3 , h_4 , h_5 und h_6 zu bestimmen. a) Ist d der Durchmesser des Kolbens, b die Breite der Kolbenliederung, so folgt nach § 316, 3 $h_3 =$

$4 \mu b \frac{h_1 + h_2}{d}$, denn der eine Liederungsring erleidet einen Druck von der Höhe h_1 , der andere einen von der Höhe h_2 . In der Regel hat der Coëfficient $\frac{4 \mu b}{d}$ einen Werth zwischen 0,1 und 0,2. b) Es sei d_1

der Durchmesser des Zuleitungsrohres, l_1 seine Länge und v_1 die Geschwindigkeit des Wassers in ihm, d_2 , l_2 , v_2 mögen dasselbe beim Abführungsrohre bezeichnen, und v sei die Geschwindigkeit des Kolbens. Dann ist nach § 320, 2 $d^2 v = d_1^2 v_1 = d_2^2 v_2$, also $v_1 = \frac{d^2}{d_1^2} v$, $v_2 = \frac{d^2}{d_2^2} v$. Aus

§ 330, 1 folgt nun für die Widerstandshöhe im Zuleitungsrohre $\zeta \frac{l_1}{d_1} \cdot \frac{v_1^2}{2g}$
 $= \zeta \frac{l_1 d^4}{d_1^5} \cdot \frac{v^2}{2g}$ und für die Widerstandshöhe im Abführungsrohre

$\zeta \frac{l_2}{d_2} \cdot \frac{v_2^2}{2g} = \zeta \frac{l_2 d^4}{d_2^5} \cdot \frac{v^2}{2g}$. Die Summe beider Widerstandshöhen ist h_4 .

Der jedesmalige Werth von ζ richtet sich nach v_1 und v_2 (§ 330), ist aber d_1 nicht sehr von d_2 verschieden, so weicht auch v_1 nicht sehr

von v_2 ab, und man kann dann $h_4 = \zeta \left(\frac{l_1}{d_1^5} + \frac{l_2}{d_2^5} \right) \frac{d^4 v^2}{2g}$ setzen und

angenähert $\zeta = 0,02$ nehmen. c) Die Widerstandshöhe für die verschiedenen Richtungsänderungen in der Bewegung des Wassers müssen für jede besonders nach § 330, 4 bestimmt werden. Für plötzliche Geschwindigkeitsänderungen kann man sie nach § 324, 1 berechnen. Die

Summe dieser Widerstandshöhen wird für das Zuleitungsrohr mit $\frac{v_1^2}{2g}$,

für das Abführungsrohr mit $\frac{v_2^2}{2g}$ proportional sein, so dass man erhält

$h_5 = \zeta_1 \frac{v_1^2}{2g} + \zeta_2 \frac{v_2^2}{2g} = \left[\zeta_1 \left(\frac{d}{d_1} \right)^4 + \zeta_2 \left(\frac{d}{d_2} \right)^4 \right] \frac{v^2}{2g}$. d) Das Gewicht der

im Zuleitungsrohr befindlichen Wassermasse ist $\frac{d_1^2 \pi}{4} \cdot l_1 \gamma$, die lebendige

Kraft derselben, welche nach jedem Kolbengange vernichtet wird, ist also $\frac{d_1^2 \pi}{4} l_1 \gamma \cdot \frac{v_1^2}{2g} = \frac{d^2 \pi}{4} \cdot \left(\frac{d}{d_1}\right)^2 l_1 \gamma \frac{v^2}{2g} = F \left(\frac{d}{d_1}\right)^2 l_1 \gamma \frac{v^2}{2g}$. Ebenso findet man den Arbeitsverlust aus der Trägheit des Wassers im Abführungsrohr zu $F \left(\frac{d}{d_2}\right)^2 l_2 \gamma \frac{v^2}{2g}$; folglich ist der ganze Verlust bei jedem Kolbengange $F \gamma \left[\left(\frac{d}{d_1}\right)^2 l_1 + \left(\frac{d}{d_2}\right)^2 l_2 \right] \cdot \frac{v^2}{2g}$. Wird diese Arbeit auf einem Kolbenweg s vertheilt, so ist der Verlust an Druck $F \gamma \left[\left(\frac{d}{d_1}\right)^2 l_1 + \left(\frac{d}{d_2}\right)^2 l_2 \right] \frac{v^2}{2g s}$, folglich an Druckhöhe $h_6 = \left[\left(\frac{d}{d_1}\right)^2 l_1 + \left(\frac{d}{d_2}\right)^2 l_2 \right] \frac{v^2}{2g s}$.

Es kommt nun darauf an, die Verluste an Effect so viel als möglich herabzuziehen. Damit zunächst die Hülfsmaschine nur wenig Wasser in Anspruch nimmt, muss f und s klein genommen werden. Der Wasserdruck gegen den Kolben b hat nur die Reibung dieses und der beiden Steuerkolben D und E zu überwinden, denn die Wasserdrucke gegen diese beiden Kolben heben sich gegenseitig auf. Obwohl diese Kolben gewöhnlich aus über einander gelegten Lederscheiben bestehen, die nachher genau abgedreht werden, so kann man die Reibung derselben ebenso gross annehmen, als wenn sie eine Kappenliederung besässen. Ist nun d_3 der Durchmesser der Kolben D und E , so beträgt die Reibung bei einem derselben $\mu \gamma \pi b d_3 (h_1 + h_2)$ (§ 316, 3). Setzt man nun $b = 0,15 d_3$ und $\mu = 0,25$ so ist die Reibungsgrösse $= 0,0375 \gamma \pi d_3^2 (h_1 + h_2)$, bei beiden Kolben also $0,075 \gamma \pi d_3^2 (h_1 + h_2)$. Ist nun d_4 der Durchmesser des Kolbens b der Hülfsmaschine, so ist die Reibung desselben $0,0375 \gamma \pi d_4^2 (h_1 + h_2)$; der wirksame, gegen diesen Kolben gerichtete Wasserdruck ist aber $\gamma \frac{d_4^2 \pi}{4} (h_1 - h_2)$. Setzt man diesen Druck gleich der Summe jener Reibungen, so folgt die Gleichung: $0,075 d_3^2 (h_1 + h_2) + 0,0375 d_4^2 (h_1 + h_2) = \frac{d_4^2}{4} (h_1 - h_2)$, und hieraus

$$d_4 = d_3 \sqrt{\frac{0,3 (h_1 + h_2)}{0,85 h_1 - 1,15 h_2}} = 0,6 d_3 \sqrt{\frac{h_1 + h_2}{h_1 - 1,35 h_2}}.$$

Die Hubhöhe σ des Kolbens b muss mindestens gleich der Höhe eines Steuerkolbens (D, E) vermehrt um die Höhe a_1 der Communicationsröhre. Damit diese letztere Höhe so gering als möglich werde, macht man das Communicationsrohr nicht cylindrisch, sondern giebt ihm einen rechteckigen Querschnitt an der Breite d des Treibcylinders. Soll nun die Weite des Communicationsrohrs der des Einfallsrohrs gleich sein, so folgt

$$a_1 d = \frac{d_1^2 \pi}{4}, \text{ also } a_1 = \frac{d_1^2 \pi}{4 d}.$$

Damit aber der Steuerkolben auf halbem Wege genau das Communicationsrohr abschliesse, macht man $a = 3 a_1$, woraus folgt: $\sigma = a + a_1 = 4 a_1 = \frac{d_1^2 \pi}{d}$. — Die Widerstands-

höhe h_3 der Kolbenreibung kann nur durch sorgfältige Arbeit bei Herstellung des Kolbens und des Treibcylinders niedrig gehalten werden. Die übrigen Widerstandshöhen h_4, h_5, h_6 hängen von den Geschwindigkeiten v, v_1, v_2 ab, diese Werthe werden gering bleiben, wenn man den Treibkolben sich langsam bewegen lässt, die Durchmesser d_1, d_2 der Leitungsröhren aber hinreichend weit macht; auch sieht man aus der

Formel für h_6 , dass es bei gleicher Kolbengeschwindigkeit vortheilhafter ist, eine grössere Hubhöhe anzunehmen. —

Ausgeführte Wassersäulenmaschinen haben einen Wirkungsgrad von 0,84 gegeben; der Effect ist daher vortheilhafter als bei den Turbinen. Meist werden die Wassersäulenmaschinen nur beim Bergbau zum Wasserheben angewendet, und zuweilen ist die Pumpenstange eine blosser Verlängerung der Treibkolbenstange.

§ 359. Vermischte Aufgaben.

326. Welche Arbeitskraft kann man von einem Wasserrade erwarten, das bei einem Gefälle von 4' in der Sekunde 18 K.F. Wasser aufnimmt, wenn der Wirkungsgrad 0,65 ist? Aufl. 6,02 Pfdkft.

327. Welchen Wirkungsgrad giebt ein Wasserrad, das bei 12' Gefälle und 10 K.F. Wasser in der Sekunde einen Nutzeffect von 9,5 Pferdekraften giebt? Aufl. 0,615.

328. Bei einem Gefälle von 5' will man ein Wasserrad von 12' Durchmesser construiren, das in der Minute 6mal umlaufen soll. An welcher Stelle der Radperipherie muss man das Wasser einführen, wenn die Geschwindigkeit des Aufschlagwassers doppelt so gross als die Peripheriegeschwindigkeit des Rades sein soll? Aufl. $70^{\circ} 32'$ über dem tiefsten Radpunkte.

329. Wie viel mal wird ein Wasserrad von 12' Durchmesser bei 5' Gefälle in der Minute umlaufen, wenn das 30° über dem tiefsten Radpunkte eintretende Wasser eine doppelt so grosse Geschwindigkeit als die Radperipherie hat, und wenn zwischen dem tiefsten Radpunkte und dem Unterwasserspiegel ein Abstand von 4" bleibt? Aufl. 11,7 mal.

330. Wenn bei dem in voriger Aufgabe gedachten unterschlächtigen Wasserrade der aufschlagende Wasserstrahl 5" Dicke erhält, wie breit muss bei einem sekundlichen Wasserquantum von 40 K.F. das Rad gemacht werden? Aufl. 6,53'.

331. Ein überschlächtiges Wasserrad habe 20' Höhe, 60 Zellen von 1' Höhe und der Theilungswinkel sei gleich dem Schaufelwinkel. An welcher Stelle der Radperipherie beginnt der Ausfluss des Wassers und an welcher ist er beendet, wenn der Fällungscoefficient $\frac{1}{3}$ ist? Aufl. Die erste Stelle liegt $38^{\circ} 45'$ unter der Radmitte, die zweite $60^{\circ} 56'$.

332. Wie werden sich die Resultate der vorigen Aufgabe ändern, wenn man bei 12 Umgängen in der Minute die Centrifugalität in Betracht zieht? Aufl. Die beiden Werthe gehen über in $15^{\circ} 33'$ und $46^{\circ} 44'$.

333. Wie viel würde bei dem im § 347 berechneten Kropfrade der durch den schädlichen Raum bedingte Effectverlust betragen, wenn der Abstand der Radperipherie vom Kropf 1" betrüge? Aufl. 993 F.Pf.

334. Ein im Schnurgerinne hängendes unterschlächtiges Wasserrad von 16' Höhe, 6' Breite und 48 Schaufeln drehe sich in der Minute 10mal um; das Wasser treffe die Schaufeln fast senkrecht mit der doppelten Peripheriegeschwindigkeit. Wie gross ist der Effectverlust, der von demjenigen Wasser herrührt, das zwar zwischen die Schaufeln kommt, sie aber nicht erreicht? Aufl. 318,5 F.Pf.

335. Wie viel beträgt dieser Verlust in Procenten der lebendigen Kraft des zwischen die Schaufeln gelangenden Wassers, wenn der stossende Wasserstrahl 6" dick ist und das Rad nur 1" vom Gerinnboden absteht? Aufl. 2,74 %.

336. Man hat bei 90' Gefälle ein sekundliches Wasservolum vom 1 K.F. und will damit ein horizontales Druckrad nach Art des im § 351,2 behandelten construiren. Das Rad stehe 6" über dem Unterwasserspiegel und sei 1' hoch, das Aufschlagwasser sei um 45° , die unteren Schaufelenden seien um 20° gegen den Horizont geneigt. Das Einfallsrohr sei 85' lang und in ihm soll sich das Wasser mit 5' Geschwindigkeit bewegen; aus ihm wird das Wasser durch ein 4' langes Zuleitungsrohr auf das Rad geführt. Man soll

angeben: 1) die Weite D des Einfallsrohres; 2) die des Zuleitungsrohres (d); 3) die Geschwindigkeit des Aufschlagwassers (v); 4) den Nutzeffect (L); 5) den Wirkungsgrad (x). Aufl. 1) $D = 0,504'$. 2) $d = 0,154'$. (Nach § 330, 2 durch mehrmalige Annäherung, wenn man $\xi_1 = 0,505$ und $\xi = 0,015$ nimmt. Die Widerstandshöhe im Einfallrohre ist $1,489'$, also die wirksame Druckhöhe $88,5 - 1,489 = 87,011'$.) 3) $v = 53,57$. (§ 330, 2.) 4) $L = 5,66$ Pf.K. 5) $x = 0,499$. (Der Hauptverlust an Nutzeffect rührt von der Zuleitung her; der Verlust im Rade beträgt nur $0,372$ Pf.Kr.)

337. Der mittlere Durchmesser des in voriger Aufgabe behandelten Rades betrage $3'$, wie viel Umdrehungen macht es in der Minute? Aufl. $246,4$.

338. Welchen Winkel bildet die Tangente des obersten Schaufelpunktes mit der Richtung der Umdrehungsbewegung? Aufl. $91^\circ 15'$.

339. Das in Aufgabe 336 gedachte Rad habe einen stehenden Zapfen von $1''$ Durchmesser, wie gross ist die Arbeit der Zapfenreibung, welche vom Wasserdruck herrührt, wenn $\mu = 0,16$ ist? Aufl. $17,48$ F.Pf. (Nach § 341 folgt hier der Normaldruck $84,57$ Pfd. Da dieser Druck unter $35^\circ 37\frac{1}{2}'$ gegen den Horizont geneigt ist, so ist der Horizontaldruck $68,72$ Pfd. und der Vertikaldruck $49,25$ Pfd; aus jenem ergibt sich die Arbeit der Reibung zu $11,83$ F.Pf. und aus diesem zu $5,65$ Pf.)

340. Man hat (wie in der Aufgabe 336) bei $90'$ Gefälle ein sekundliches Wasservolum von 1 K.F. und will damit ein Segner'sches Wasserrad nach Art des im § 353 behandelten treiben. Das Wasser werde in einem $96'$ langen, $6''$ weiten Rohre mit doppeltem rechtwinkligen Knie zugeführt. Die hohle Welle des Rades habe eine Weite von $6''$ und das Rad selbst einen dynamischen Durchmesser von $4'$, die Ausgussöffnungen befinden sich $6''$ über dem Unterwasser. Die Umdrehungszahl sei 240 und der Geschwindigkeitscoefficient $0,94$. Man soll angeben: 1) den theoretischen Nutzeffect des Rades (L); 2) den Wirkungsgrad (x); 3) die Grösse der einzelnen Ausflussöffnung (f); wenn auf die Reibungshindernisse des Wassers im Rade keine Rücksicht genommen wird. Aufl. 1) $L = 9,976$ Pf.Kr. 2) $x = 0,86$. 3) $f = 0,86$ Q.Z. (Die Widerstandshöhe im Zuleitungsrohr beträgt $2,57'$, also die wirksame Druckhöhe $86,93'$. Die Ausflussgeschwindigkeit ist $83,656'$, die Umdrehungsgeschwindigkeit $50,266'$.)

341. Für ein Gefälle von 5 Fuss und ein Aufschlagquantum von 30 K.F. soll eine Fourneyron'sche Turbine construiert werden. Ueber dieselbe werden von vorn herein folgende Annahmen festgestellt: Das Wasser habe im Zuführungskanale eine Geschwindigkeit von $3'$, trete unter einem Winkel $\beta = 30^\circ$ in das Rad und unter einem Winkel von $\delta = 15^\circ$ aus dem Rade; das Verhältniss der Radradien sei $\frac{r}{r_1} = 1,35$, das Rad habe 32 Schaufeln, und Rad- und Leitschaufeln seien $\frac{1}{4}''$ stark. Der Ausflusscoefficient sei $0,8$. Man soll nun angeben: 1) die beiden Radradien r und r_1 ; 2) den Winkel η , den die Radschaufeln mit der inneren Peripherie bilden; 3) die äussere Umdrehungsgeschwindigkeit c und die Umdrehungszahl u ; 4) Höhe e und Weite d der Ausflussöffnungen; 5) die Anzahl der Leitschaufeln n_1 ; 6) Nutzeffect L und Wirkungsgrad x . Aufl. 1) $r_1 = 1,784'$, $r_2 = 2,408'$. 2) $\eta = 111^\circ 52'$. 3) $c = 17,58'$, $u = 71,3$. 4) $e = 6'',33$, $d = 1'',22$. 5) $n_1 = 45,79$, wofür 44 oder 48 zu nehmen ist. 6) $L = 7264,5$ F.Pf. $= 15,135$ Pf.Kr. $x = 0,784$.

342. Man soll für ein Gefälle von 350 Fuss und ein Aufschlagquantum von 2 K.F. eine doppelwirkende Wassersäulenmaschine nach Art der im § 358 behandelten construiert. Der Kolben habe eine mittlere Geschwindigkeit von $1'$ und mache 4 Spiele (Doppelbewegungen) in der Minute. Zuleitungsrohr, Ableitungsrohr und Steuercylinder sollen eine Weite von $8''$ erlangen; ersteres ist $360'$ lang und hat ein rechtwinkliges Knie, letzteres $10'$ lang, mit eben solchem Knie, giesst aber das Wasser in der mittleren Cylinderhöhe aus. Der Lederrand der Treibkolbenliederung sei $0,15$ vom Durchmesser und der Reibungscoefficient $0,25$. Man soll angeben: 1) Kolbenfläche F und Kolbendurchmesser d ; 2) Hubhöhe s des Treibkolbens; 3) Höhe a_1 des Communicationsrohrs; 4) Höhe der Steuerkolben a , Hubhöhe σ der

Hülfsmaschine, Durchmesser d_4 ihres Kolbens; 5) die vier Widerstandshöhen h_3, h_4, h_5, h_6 (§ 358); 6) das Verhältniss des Wasserverlustes durch die Hülfsmaschine; 7) Nutzeffect L und Wirkungsgrad x . Aufl. 1) $F = 2 \text{ QF}$. $d = 1,596' = 19,15''$. 2) $s = 7,5'$. 3) $a_1 = 2,6''$. 4) $a = 7,8''$; $\sigma = 10,4''$; $d_4 = 4,8''$. 5) $h_3 = 52,50'$; $h_4 = 6,204'$; $h_5 = 4,136''$; $h_6 = 4,523''$. 7) 0,0072. 8) 72,2 Pf. Kr. $x = 0,802$.

Fünfter Abschnitt.

AEROMECHANIK. I.

Die Mechanik der permanenten Gase.

Einundzwanzigstes Kapitel.

Vom Gleichgewichte und dem Drucke der permanenten Gase.

§ 360. Grundprincip der Aerostatik.

Die luftförmigen Körper haben das Bestreben, einen grösseren Raum einzunehmen; wird die fortschreitende Ausdehnung (Expansion) durch feste Körper (z. B. Gefässwände) oder andere flüssige Schichten gehindert, so üben sie dagegen einen Druck aus. Wird auf eine abgeschlossene Luftmasse von aussen nach innen ein Druck ausgeübt, so wird dieser Druck nicht blos nach allen Richtungen gleichmässig fortgepflanzt, sondern die Luftmasse wird auch unter wachsendem Gegendruck auf ein immer kleiner werdendes Volum zusammengedrückt.

Die Kraft, mit welcher eine Luftmasse auf ihre Umgebung drückt, heisst ihre Elasticität oder Spannkraft; am einfachsten bezieht man sie auf die Flächeneinheit, den Quadratzoll oder Quadratfuss der gedrückten Fläche und giebt sie in Pfunden an. Ist der Gegendruck der gedrückten Fläche gleich der Elasticität der Luftmasse, so ist Gleichgewicht vorhanden; ist er kleiner, so dehnt sich die Luftmasse aus, indem sie eine oder mehrere der sie einschliessenden Flächen zurückschiebt; ist er aber grösser, so wird die Luftmasse auf einen kleineren Raum zusammengedrückt, comprimirt. In ihrem Verhalten bei der fortschreitenden Compression unterscheiden sich die Luftarten in solche, welche bei grösserem Drucke zum Theil tropfbar flüssig werden, coërcibele Gase, und in solche, die stets luftförmig bleiben, permanente Gase. Der Hauptvertreter der ersten Art ist der Wasserdampf, der der zweiten Art die atmosphärische Luft. Da beide Arten in ihrem mechanischen Verhalten wesentliche Verschiedenheiten zeigen, so legen wir hier diese Verschiedenheit der Eintheilung der Mechanik der luftförmigen Körper zum Grunde. An der Stelle der permanenten Gase überhaupt handeln wir aber vorzugsweise von dem mechanischen Verhalten der atmosphärischen Luft.

§ 361. Atmosphärendruck.

Die atmosphärische Luft wird an der Erdoberfläche durch die Anziehungskraft der Erde zurückgehalten; ihre Elasticität ist im freien Zustande stets dem Gewichte der über ihr stehenden Luftsäule gleich. Dieselbe wird durch das Barometer gemessen und ist an der Erdoberfläche im Mittel dem Druck einer Quecksilbersäule von 76 Centimeter oder von 29,06 pr. Zoll Höhe, oder dem einer Wassersäule von 32,93 pr. Fuss Höhe gleich. Auf den Quadratzoll bezogen beträgt dieser Druck 14,12 Pfd., auf den Quadratfuss also $144 \cdot 14,12 = 2033$ Pfd.

Einrichtung und Anwendung des Barometers wird hier als aus der Physik bekannt vorausgesetzt. Der Zusammenhang vorstehender Zahlen ergibt sich daraus, dass 1 Meter = 3,1862' pr. ist, dass das specifische Gewicht des Quecksilbers 13,6 beträgt und ein KF. Wasser $61\frac{3}{4}$ Pf. wiegt. Weiter folgt aus vorstehenden Zahlen, dass:

1 Pfd. Druck auf den QZ. = 0,0708 Atmosphären = 2,058 Z. Quecksilber,
1 Zoll Quecksilberdruck = 0,0344 Atmosphären = 0,486 Pf. auf den QZ.

§ 362. Mariotte'sches Gesetz.

Wird dasselbe Luftquantum entweder auf ein kleineres Volumen zusammengedrückt, oder lässt man es sich auf ein grösseres Volumen ausdehnen, und bleibt die Temperatur der Luft dabei unverändert, so verhalten sich die Spannungen (Druckkräfte) umgekehrt wie die Volumina oder gerade wie die Dichten.

Wird ein Luftquantum auf die Hälfte, das Drittel des ursprünglichen Volums zusammengedrückt, so steigt die Spannung der Luft auf das Zweifache, Dreifache; dabei ist ebenfalls die Dichte der Luft auf das Zweifache, Dreifache gestiegen. Lässt man umgekehrt ein Luftquantum auf das Vierfache seines ursprünglichen Volums sich ausdehnen, so sinkt nicht blos die Dichte, sondern auch die Spannung auf das Viertel. Dehnt sich ein Luftvolum v auf das andere Volum v' aus und ändert sich dabei die Spannung p in p' und die Dichte γ in γ' , so ist $\frac{v}{v'} = \frac{p'}{p} = \frac{\gamma'}{\gamma}$. Für die Folge soll v das Volumen von 1 Pfd. Luft und γ das Gewicht von 1 Kubikfuss Luft bezeichnen. Für die Temperatur von 0°C und der Spannung von einer Atmosphäre ist $v = 12,4456$ KF.; also $\gamma = 0,08035$ Pfd.

§ 363. Gay-Lussac'sches Gesetz.

Wird ein Luftquantum bei unverändertem Drucke erwärmt, so wächst sein Volumen, und die Zunahme des Volumens ist der Zunahme der Temperatur proportional. Geht das Volumen bei constantem Drucke von v_0 in v_1 über, wenn die Temperatur von 0 auf t Grad C. steigt, so ist also $\frac{v_1 - v_0}{v_0} = \alpha t$, wobei α ein constanter Erfahrungscoefficient ist; also ist $v_1 = v_0 (1 + \alpha t)$. War p_0 der bis jetzt constante Druck, und geht derselbe bei unveränderter Temperatur in p über, wobei das Volu-

men v_1 in v übergeht, so ist $\frac{v}{v_1} = \frac{p_0}{p}$, also $v = \frac{p_0}{p} v_1 = \frac{p_0 v_0 (1 + \alpha t)}{p}$,
 oder $\frac{p v}{1 + \alpha t} = p_0 v_0 = \frac{p}{\gamma (1 + \alpha t)}$.

Nach Versuchen von Gay-Lussac, die in der neueren Zeit von Magnus und Regnault wiederholt wurden, ist $\alpha = 0,00367$. So sehr sich auch p , v und t ändern mögen, so bleibt doch $\frac{p v}{1 + \alpha t}$ constant, denn $p_0 v_0$ ist es. Unsere Gleichung lässt sich auch in folgende Form bringen: $\frac{p v}{a + t} = \frac{p}{\gamma (a + t)} = \alpha p_0 v_0 = A$. Hierin ist $a = \frac{1}{\alpha} = 272,48$. Bezeichnet nun p den Druck auf einen Quadratfuss in Pfunden und v das Volumen von einem Pfund Luft, so ist $A = 0,00367 \cdot 144 \cdot 14,12 \cdot 12,4456 = 92,87$. (Ist p in Pfunden auf den Quadratzoll angegeben, so ist $A = 0,645$; ist es in Atmosphären gegeben, so ist $A = 0,0457$; ist es endlich in Quecksilberzollen gegeben, so ist $A = 1,327$.)

§ 364. Clausius'scher Grundsatz der mechanischen Wärmelehre.

„In allen Fällen, wo durch Wärme Arbeit entsteht, verschwindet eine der erzeugten Arbeit proportionale Wärmemenge, oder wird verbraucht, und umgekehrt durch Verrichtung einer eben so grossen Arbeit kann dieselbe Wärmemenge erzeugt werden.“

Ein gewisses Luftquantum lässt sich mit einer gespannten Feder vergleichen; beide können, indem sie sich ausdehnen, Widerstände zurückdrängen, also mechanische Arbeit verrichten. So besitzt ein bestimmtes Luftquantum auch ein bestimmtes Arbeitsvermögen, wenn man annimmt, es könne sich bis zum gänzlichen Verlust seiner Spannung ausdehnen und dabei Widerstände zurückdrängen. Die Grösse dieses Arbeitsvermögens wird selbstverständlich von der Gewichtsmenge der Luft und ihrer Spannung bedingt sein. Erwärmt man aber in einem abgeschlossenen Raume jenes Luftquantum, so steigert sich seine Spannung, also auch sein Arbeitsvermögen. Zuführung von Wärme ist also gleichbedeutend mit Vermehrung des Arbeitsvermögens und Ableitung von Wärme mit Verminderung des Arbeitsvermögens, beides bei unverändertem Volumen. — Wird Luft auf einen kleineren Raum zusammengepresst, so wird dabei die Spannung der Luft zurückgedrängt, also Arbeit verrichtet; gleichzeitig bemerkt man aber eine Steigerung der Temperatur. Dehnt sich aber die Luft auf ein grösseres Volumen aus und kann dabei die Luft auf die zurückweichenden Wände drücken, also Arbeit verrichten, so sinkt zugleich ihre Temperatur. Verbreitet sich aber die Luft aus einem abgeschlossenen Raum noch über einen andern, der vorher luftleer gemacht war, so kann die Luft beim Einströmen in den keinen Widerstand bietenden Raum auch keine Arbeit verrichten und man hat in diesem Falle beobachtet, dass die Temperatur der Luft unverändert blieb. Unser Satz behauptet die Proportionalität zwischen der erzeugten oder übertragenen Arbeit und der verbrauchten oder erzeugten Wärme; davon ist schon § 271, Anm. die Rede gewesen. Dort wurde angegeben, dass eine Wärmeeinheit das mechanische Aequivalent von 1350 Fusspfund habe, wenn unter Wärmeeinheit diejenige Wärmemenge verstanden wird, durch welche ein Pfund Wasser um einen Centesimalgrad erwärmt wird. — In der Gleichung $\frac{p v}{a + t} = A$ kommen die drei Veränderlichen p , v , t vor; ändert sich eine von ihnen, so werden sich in der Regel die beiden andern

auch ändern; wie sie sich aber ändern werden, wird davon abhängen, ob Wärme zugeführt und Arbeit verrichtet ist.

§ 365. Wärmecapazität der Luft.

Wärmecapazität eines Körpers ist die Wärmemenge, durch welche ein Pfund dieses Körpers um einen Centesimalgrad erwärmt wird. Nimmt Luft Wärme auf, während sie sich in einem abgeschlossenen Raume befindet, die Erwärmung also keine Volumensvermehrung hervorbringen kann, so gebraucht sie für eine bestimmte Steigerung der Temperatur davon weniger, als wenn sie sich während der Erwärmung bei constantem Drucke ausdehnt, da während der Ausdehnung Arbeit verrichtet wird, durch welche ein gewisses Wärmequantum in Anspruch genommen wird. Daher ist die Wärmecapazität der Luft bei constantem Drucke (c) grösser als die bei constantem Volumen (c_1). Bezeichnet W das mechanische Aequivalent der Wärme, so ist $c - c_1 = \frac{A}{W} = 0,069$.

Um diese letzte Behauptung zu beweisen, denken wir uns zuerst das Volumen constant, und indem zu einem Pfund Luft das Wärmequantum q_1 zugefügt wird, steigere sich die Temperatur um τ Grad; es ist dann offenbar $q_1 = c_1 \tau$. Da aber die Gleichung $\frac{p v}{a + t} = A$ stets richtig bleiben muss, muss auch p wachsen, und zwar in demselben Verhältniss als $a + t$; steigert sich p um π , so muss $\frac{\pi}{p} = \frac{\tau}{a + t}$ sein. Da nun $\tau = \frac{(a + t) \pi}{p} = \frac{v \pi}{A}$ ist, so ist auch $q_1 = \frac{c_1 v \pi}{A}$. Jetzt denken wir uns p als constant, und es sei bei steigendem Volumen die Wärmemenge q nöthig, damit die Temperatur um τ wachse; es ist alsdann $q = c \tau$. Während dieser Erwärmung habe v um φ zugenommen, und es muss in demselben Verhältniss als $a + t$ grösser geworden sein; es ist $\frac{\varphi}{v} = \frac{\tau}{a + t}$, also $\tau = \frac{(a + t) \varphi}{v} = \frac{p \varphi}{A}$; folglich ist $q = \frac{c p \varphi}{A}$. Diese Wärmemenge besteht aus zwei Theilen; der eine Theil entspricht der Arbeit der Ausdehnung, der andere der Temperaturerhöhung. Wir trennen zunächst beide Vorgänge in der Vorstellung. Die Volumensvermehrung können wir so denken, dass in einem Cylinder ein Kolben mit einem Querschnitt von F Quadratfuss um die Länge x fortgeschoben werde, dann ist $F x = \varphi$. Der Druck auf den Kolben von Seiten der Luft ist $F p$, die Arbeit der Ausdehnung ist also $F p x = p \varphi$. Damit aber bei diesem Vorgange p als unveränderlich angesehen werden kann, müssen alle Veränderungen φ , τ als sehr klein gedacht werden. Jener Arbeit entspricht nun die Wärmemenge $\frac{p \varphi}{W}$. So viel Wärme muss also zunächst zugeführt werden, damit bei der Ausdehnung von v auf $v + \varphi$ die Temperatur t nicht sinke. Die Gleichung $\frac{p v}{a + t} = A$ fordert aber, dass bei gleichbleibendem t und wachsendem v der Werth von p abnehme und zwar in demselben Verhältnisse. Ist daher p bei der Ausdehnung um π kleiner geworden, so muss $\frac{\pi}{p} = \frac{\varphi}{v}$, also $v \pi = p \varphi$ sein. Damit aber die Spannung p unverändert bleibe, muss so

viel Wärme zugeführt werden, dass die Spannung $p - \pi$ wieder um π wächst, dazu gehört die Wärmemenge $\frac{c_1 v \pi}{A}$, wie oben entwickelt ist, oder was dasselbe ist $\frac{c_1 p \varphi}{A}$. Im Ganzen muss also, damit p unverändert bleibe, t um τ und v um φ wachse, die Wärmemenge $\frac{p \varphi}{W} + \frac{c_1 p \varphi}{A}$ zugeführt werden. Setzen wir diesen Ausdruck dem oben angegebenen $\frac{c p \varphi}{A}$ gleich, so folgt $c - c_1 = \frac{A}{W} = 0,069$. Nach Versuchen von Regnault ist $c = 0,2377$ und für verschiedene Temperaturen constant. Versuche anderer Physiker haben den Werth von $\frac{c}{c_1}$ im Mittel bestimmt zu 1,41, daraus folgt $c_1 = 0,2377 : 1,41 = 0,1687$. Diese beiden empirisch bestimmten Werthe geben die Differenz $c - c_1 = 0,069$ in Uebereinstimmung mit der vorstehenden theoretischen Entwicklung und zur Bestätigung des Clausius'schen Grundsatzes. Im Folgenden wird auch c_1 als constant angenommen, obwohl dafür bis jetzt noch der physikalische Beweis fehlt.

§ 366. Hauptgleichungen der mechanischen Wärmelehre.

Der Anfangszustand der Gewichtseinheit Luft sei nach Spannung, Volumen und Temperatur durch p , v und t gegeben; diese Werthe sollen gleichzeitig um die kleinen Werthe π , φ und τ zunehmen, während der Luft die kleine Wärmemenge q zugeführt und von ihr die Arbeit l ausgeübt ist. Zwischen diesen Grössen bestehen folgende Gleichungen:

$$\text{I. } l = p \varphi. \quad \text{II. } q = \frac{c p \varphi + c_1 v \pi}{A}.$$

$$\text{III. } \tau = (p \varphi + v \pi) \frac{a + t}{p v} = \frac{p \varphi + v \pi}{A}.$$

Die beiden ersten Gleichungen setzen aber voraus, dass die Luft während ihrer Expansion mit vollem Druck gegen die zurückweichenden Wände wirkt.

Die Gleichungen I. und II. ergeben sich leicht aus den Entwicklungen des vorigen Paragraphen; dort ist schon die Leistung der sich unter dem Drucke p um das kleine Volum φ ausdehnenden Luft zu $p \varphi$ berechnet; da φ nur klein ist, so kann p als constant angenommen werden. — Dehnt sich die Luft bei constantem Drucke um φ aus, so ist die Wärmemenge $\frac{c p \varphi}{A}$ zuzuführen; steigert sich aber bei constantem Volumen die Spannung um π , so ist die Wärmemenge $\frac{c_1 v \pi}{A}$ nöthig; soll also gleichzeitig p um π und v um φ wachsen, so muss die Wärmemenge $\frac{c p \varphi + c_1 v \pi}{A}$ der Luft zugeführt werden. — Da die Gleichung $p v = A (a + t)$ allgemein gültig ist, so muss auch $(p + \pi) (v + \varphi) = A (a + t + \tau)$ sein; subtrahirt man von dieser Gleichung die andere $p v = A (a + t)$ und vernachlässigt das kleine Product $\pi \varphi$, so erhält man Gleichung III.

§ 367. Ausdehnung der Luft bei constanter Temperatur unter Zuführung von Wärme.

1) Dehnt sich die Luft unter Ausübung ihres Druckes aus und wird durch Wärmezuführung die Temperatur constant erhalten, so ist die geleistete Arbeit gleich dem Aequivalent der zugeführten Wärme. Wird umgekehrt die Luft zusammengepresst und durch Wärmeableitung die Temperatur constant erhalten, so ist auch die auf das Zusammenpressen verwendete Arbeit gleich dem Aequivalent der gewonnenen Wärme. Das ursprüngliche Leistungsvermögen der Luft ist also bei constanter Temperatur unverändert geblieben.

Aus Gl. III folgt für $\tau = 0$, $p\varphi + v\pi = 0$, also $v\pi = -p\varphi$. Setzt man dies in Gl. II, so folgt: $q = \frac{(c-c') p\varphi}{A} = \frac{p\varphi}{W}$ (nach § 365) $= \frac{l}{W}$ (nach Gl. I); also ist $l = qW$. Diese Gleichung muss auch für beliebig grosse Werthe von l und q gelten; nennt man diese L und Q , so ist $L = QW$. Diese Gleichung gilt eben so gut für übertragene Wärme Q und gewonnene Arbeit L , als für übertragene Arbeit L und gewonnene Wärme.

2) Dehnt sich die Gewichtseinheit Luft bei constanter Temperatur vom Volumen v_1 bis zum Volumen v_2 , oder von der Spannung p_1 bis zur Spannung p_2 aus, so ist die dabei gewonnene Arbeit $L = p_1 v_1 \log. \text{nat.} \frac{v_2}{v_1} = p_1 v_1 \log. \text{nat.} \frac{p_1}{p_2}$, und dabei ist die Wärmemenge $Q = \frac{L}{W}$ zuzuführen. Soll umgekehrt die Gewichtseinheit Luft vom Volumen v_2 bei constanter Temperatur auf das kleinere Volumen v_1 , oder von der Spannung p_2 bis zur grösseren Spannung p_1 zusammengepresst werden, so ist eine gleiche Arbeit L nöthig, und es wird ein gleiches Quantum Q Wärme frei.

Da φ sehr klein gegen v ist, so ist $\frac{\varphi}{v} = \log. \text{nat.} \left(1 + \frac{\varphi}{v}\right) = \log. \text{nat.} \frac{v + \varphi}{v}$. *) Also ist $\varphi = v \log. \text{nat.} \frac{v + \varphi}{v}$, $p\varphi = p v \log. \text{nat.} \frac{v + \varphi}{v} = A(a + t) \log. \text{nat.} \frac{v + \varphi}{v}$. Nach Gl. I. ist daher $l = p\varphi = A(a + t) \log. \text{nat.} \frac{v + \varphi}{v} = A(a + t) \left(\log. \text{nat.} (v + \varphi) - \log. \text{nat.} v \right)$. Nun denke man sich, das Volumen v_1 dehne sich nach und nach auf die Volumina $v_1 + \varphi$, $v_1 + 2\varphi$, $v_1 + 3\varphi$, ... $v_1 + n\varphi = v_2$ aus und die dadurch bei abnehmender Spannung p gewonnenen Arbeitsgrössen seien der Reihe nach l_1 , l_2 , l_3 , ... l_n , so ist:

$$\begin{aligned} l_1 &= \\ l_2 &= \\ l_3 &= A(a + t) \left\{ \begin{array}{l} \log. \text{nat.} (v_1 + \varphi) - \log. \text{nat.} v_1 \\ \log. \text{nat.} (v_1 + 2\varphi) - \log. \text{nat.} (v_1 + \varphi) \\ \log. \text{nat.} (v_1 + 3\varphi) - \log. \text{nat.} (v_1 + 2\varphi) \\ \vdots \\ \log. \text{nat.} (v_1 + n\varphi) - \log. \text{nat.} (v_1 + (n-1)\varphi) \end{array} \right. \\ l_n &= \end{aligned}$$

*) Es ist $\log. \text{nat.} (1 + x) = x - \frac{1}{2} x^2 + \frac{1}{3} x^3 - \dots$, für ein sehr kleines x kann man also ohne merklichen Fehler $\log. \text{nat.} (1 + x) = x$ und umgekehrt setzen.

Da t constant ist, so erhält man durch Summirung

$$L = A(a+t) \left[\log. \text{nat.} (v_1 + n\varphi) - \log. \text{nat.} v_1 \right] = A(a+t) \log. \text{nat.} \frac{v_2}{v_1}.$$

Da nun $A(a+t) = p_1 v_1 = p_2 v_2$, also $\frac{v_2}{v_1} = \frac{p_1}{p_2}$ ist, so gelten auch

$$\text{folgende Formeln: } L = p_1 v_1 \log. \text{nat.} \frac{v_2}{v_1} = p_2 v_2 \log. \text{nat.} \frac{v_2}{v_1} = p_1 v_1$$

$$\log. \text{nat.} \frac{p_1}{p_2} = p_2 v_2 \log. \text{nat.} \frac{p_1}{p_2} = A(a+t) \log. \text{nat.} \frac{p_1}{p_2}. \quad \text{Umge-}$$

kehrt ist $\frac{p_1}{p_2} = \frac{v_2}{v_1} = e^{\frac{A(a+t)}{L}}$; und da $L = QW$ ist und nach

$$\S 365 \text{ auch } c - c_1 = \frac{A}{W}, \text{ so ist auch } \frac{p_1}{p_2} = \frac{v_2}{v_1} = e^{\frac{(c-c_1)(a+t)}{Q}}.$$

Anmerkung. Auch diese Formeln geben indirect einen Beweis von der Richtigkeit der mechanischen Wärmelehre. Früher nahm man von vornherein an, dass die Luft bei der Expansion ihre Temperatur bewahre und entwickelte danach die obige Formel für die Expansionsarbeit. Abgesehen davon, dass diese Annahme schon durch die Erfahrung widerlegt wird, würde auch aus ihr durch obige Formel folgen, dass einer Expansion bis auf die absolute Verdünnung, also von v_1 bis auf $v_2 = \infty$ oder von p_1 bis auf $p_2 = 0$, ein Arbeitsquantum $L = \infty$ entsprechen müsste, was widersinnig ist, da ein bestimmtes Luftquantum nur ein endliches Arbeitsvermögen besitzen kann.

§ 368. Ausdehnung der Luft, ohne dass Wärme zu- oder abgeführt wird.

1) Dehnt sich die Luft unter Ausübung ihres Druckes aus, ohne dass Wärme zu- oder abgeführt wird, so vermindert sich ihre Temperatur und die geleistete Arbeit ist das Aequivalent der verlorenen Wärme. Wird unter derselben Voraussetzung Luft zusammengepresst, so erhöht sich ihre Temperatur und die verbrauchte Arbeit ist gleich dem Aequivalent der erzeugten Wärme. Sind t_1 und t_2 die Anfangs- und Endtemperatur und ist L die dazwischen liegende Arbeit, so ist, $t_1 > t_2$ vorausgesetzt, $L = c_1(t_1 - t_2)W$.

Da keine Wärme zu- oder abgeführt wird, so ist $q = 0$, also ist nach

$$\text{Gl. II } cp\varphi + c_1 v\pi = 0 \text{ oder } v\pi = -\frac{c_1}{c} p\varphi. \text{ Setzt man diesen Werth}$$

$$\text{in Gl. III, so ist } \tau = -\frac{p\varphi(c-c_1)}{c_1 A} = -\frac{p\varphi}{c_1 W} (\S 365). \text{ Also ist nach}$$

Gl. I $l = p\varphi = -c_1 \tau W$, d. h. die in jedem Augenblicke bei der Expansion erzeugte Arbeit ist der Temperaturerniedrigung ($-\tau$) proportional. Die gleiche Proportionalität gilt daher auch für jede Temperaturerniedrigung $t_1 - t_2$, und es ist also $L = c_1(t_1 - t_2)W$. Es ist aber $c_1(t_1 - t_2)$ die aus der Gewichtseinheit Luft bei dieser Temperaturerniedrigung verlorene Wärmemenge.

2) Ändert sich das Volumen der Lufteinheit durch Ausdehnung oder Zusammenpressung von v_1 bis auf v_2 und geht dabei die Spannung von p_1 in p_2 über, ohne dass Wärme zu- oder abgeführt wird, so ist $\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^m$, wobei $m = \frac{c}{c_1} = 1,41$ ist.

Für $q = 0$ folgt aus Gl. II $c_p \varphi + c_v \pi = 0$, oder $m \frac{\varphi}{v} = -\frac{\pi}{p}$, d. h. das Verhältniss $\left(-\frac{\pi}{p}\right)$ der Spannungsverminderung ist stets ein m -faches von dem Verhältniss $\left(\frac{\varphi}{v}\right)$ der Volumensvermehrung. Nun sei x ein sehr kleiner Bruch und n eine sehr grosse Zahl, und wir nehmen an, die Luft expandire n mal hintereinander so, dass die Volumensvermehrung stets das x fache des jedesmaligen Volumens ist; jedes folgende Volumen ist dann das $(1+x)$ fache des vorhergehenden, und die einzelnen Volumina sind dann: $v_1, v_1(1+x), v_2(1+x)^2, v_3(1+x)^3, \dots, v_1(1+x)^n$. Nun ist aber auch die einzelne Spannungsverminderung das mx -fache der jedesmaligen Spannung, jede Spannung ist das $(1-mx)$ fache der vorhergehenden, und die einzelnen Spannungen sind in ihrer Aufeinanderfolge: $p_1, p_1(1-mx), p_1(1-mx)^2, p_1(1-mx)^3, \dots, p_1(1-mx)^n$. Nun setzen wir $v_1(1+x)^n = v_2$ und $p_1(1-mx)^n = p_2$. Unter der Voraussetzung, dass x sehr klein und n sehr gross ist, ist aber $(1+x)^n = e^{nx}$ und $(1-mx)^n = e^{-mnx}$, wobei $e = 2,71828\dots$ ist. Nun ist $v_2 = v_1 e^{nx}$ und $p_2 = p_1 e^{-mnx}$. Hieraus folgt $e^{mnx} = \frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^m$. Diese Gleichung heisst das Poisson'sche Gesetz oder nach Redtenbacher das potenzierte Mariotte'sche Gesetz.

3) Unter der Voraussetzung, dass Wärme weder zu- noch abgeführt wird, können wir nun aus dem Anfangszustande p_1, v_1, t_1 der Gewichtseinheit Luft und einer Bestimmung über den Endzustand die übrigen Bestimmungen desselben finden. a) Ist v_2 bekannt, so ist: $p_2 = p_1 \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^m$; $t_2 = (a + t_1) \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{m-1} - a$; $L = c_1 (a + t_1) \left[1 - \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{m-1}\right] W = \frac{p_1 v_1}{m-1} \left[1 - \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{m-1}\right]$. b) Ist p_2 bekannt, so ist: $v_2 = v_1 \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1}{m}}$; $t_2 = (a + t_1) \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{m-1}{m}} - a$; $L = c_1 (a + t_1) \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{m-1}{m}}\right] W = \frac{p_1 v_1}{m-1} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{m-1}{m}}\right]$. c) Ist t_2 bekannt, so ist: $v_2 = v_1 \left(\frac{a + t_1}{a + t_2}\right)^{\frac{1}{m-1}}$; $p_2 = p_1 \left(\frac{a + t_2}{a + t_1}\right)^{\frac{m}{m-1}}$; $L = c_1 (t_1 - t_2) W = \frac{A (t_1 - t_2)}{m-1}$. Von den Formeln für L gelten diejenigen, welche v_1 als Factor enthalten, auch dann noch, wenn v_1 ein beliebiges Volumen bezeichnet.

Diese Formeln ergeben sich durch einfache Umformung der oben entwickelten Gleichungen. Aus $\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^m$ folgt: $\frac{p_1 v_1}{p_2 v_2} = \frac{v_1}{v_2} \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^{\frac{m-1}{m}} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^{\frac{m-1}{m}}$. Ebenso: $\frac{v_2}{v_1} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1}{m}}$, $\frac{p_2 v_2}{p_1 v_1} = \frac{p_2}{p_1} \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1}{m}} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{m-1}{m}}$. Nach § 363 ist aber $\frac{p_1 v_1}{p_2 v_2} = \frac{a + t_1}{a + t_2}$; also ist $\frac{a + t_1}{a + t_2} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^{\frac{m-1}{m}} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{m-1}{m}}$. Ferner ist nach § 365 $W = \frac{A}{c - c_1}$; also $c_1 W = \frac{A c_1}{c - c_1} = \frac{A}{\frac{c}{c_1} - 1}$; es ist aber $A (a + t_1) = p_1 v_1$; $\frac{m-1}{m} = 0,29078$; $\frac{m}{m-1} = 3,439$.

4) Absolute Temperatur. Dehnt sich die Luft bis zum Verschwinden aller Spannung oder, was dasselbe ist, bis zur gänzlichen Zerstreuung ihrer kleinsten Theilchen aus, so sinkt die Temperatur bis auf $-a$, d. i. bis auf -272°C . Diesen Temperaturzustand kann man als den Anfangspunkt der Temperatur überhaupt ansehen, und man nennt dann die von diesem Punkt (272 Centesimalgrad unter dem Gefrierpunkt) gerechnete Temperatur die absolute Temperatur. Das gesammte Leistungsvermögen L_1 der Gewichtseinheit Luft ist daher $c_1 (a + t_1) W$, also der absoluten Temperatur proportional, woraus sich der auch mit der physikalischen Wärmetheorie übereinstimmende Schluss ergibt, dass die Elasticität der Luft eine Folge der in ihr enthaltenen Wärme ist. Setzt man die oben entwickelten Werthe ein, so folgt noch $L_1 = c_1 (a + t_1) W = \frac{c_1}{c - c_1} A (a + t_1) = \frac{c_1 p_1 v_1}{c - c_1}$.

Man erhält die angegebenen Werthe, wenn man in vorstehende Gleichungen $v_2 = \infty$ oder $p_2 = 0$ setzt. Setzt man $a + t_1 = T_1$, $a + t_2 = T_2$ und $L_1 = c_1 (a + t_1) W$ in die früheren Gleichungen ein, so nehmen sie noch einfachere Formen an. — Ein Pfund Luft von 0°C Temperatur hat demnach ein absolutes Leistungsvermögen von $c_1 a W = \frac{c_1 W}{\alpha} = 62056$ Fusspfund, wie gross auch das anfängliche Volumen und die anfängliche Spannung sein mögen; die gesammte darin enthaltene Wärme beträgt $c_1 a = \frac{c_1}{\alpha} = 46$ Wärmeeinheiten, durch welche also bei 0°C Temperatur der gasförmige Zustand in einem Pfund Luft erhalten wird. Diese Zahlen sind aber nur unter der Voraussetzung richtig, dass c_1 und α für alle Temperaturen constant sind, was noch keineswegs feststeht.

§ 369. Arbeit durch Wärmeübertragung.

1) Beim Uebergange einer gewissen Wärmemenge aus einem Körper von höherer Temperatur zu einem anderen von niedriger Temperatur durch Vermittlung eines dritten Körpers entsteht ein gewisses Arbeitsquantum, wenn im Zustande des vermittelnden Körpers keine bleibenden Veränderungen eintreten. Die dabei verschwindende Wärmemenge ist der Temperaturdifferenz der beiden Körper, die Mengen der aus dem ersten Körper ausgehenden und der vom zweiten Körper aufgenommenen Wärme sind aber den absoluten Temperaturen dieser Körper proportional.

Man kann einen elastischen Körper unter Wärmezuführung expandiren lassen und erhält dann mechanische Arbeit, die der Menge der zugeführten und der aus dem Körper verschwundenen Wärme äquivalent ist; aber der Körper selbst hat dabei seinen Zustand geändert. Durch Compression und Wärmeentziehung kann man den Körper wieder in den anfänglichen Zustand zurückführen, gebraucht aber dazu mechanische Arbeit, welche wiederum der dem Körper entzogenen und der in ihm wieder erzeugten Wärme äquivalent ist. Trifft man die Einrichtung so, dass beim zweiten Process der Körper alle Zustände, die er beim ersten hatte, wieder in umgekehrter Reihenfolge durchläuft, bis er zum anfänglichen Zustand gelangt, so wird ihm dieselbe Menge Wärme wieder entzogen, die ihm anfänglich ertheilt wurde, und zur

Compression gebraucht man dieselbe Menge Arbeit, als bei der Expansion gewonnen würde. Wärme und Arbeit gleichen sich vollständig aus: es ist keine Wärme verloren, keine Arbeit erzeugt, keine Zustandsänderung im vermittelnden Körper eingetreten. Man kann aber den vermittelnden Körper nach seiner Expansion durch eine andere Reihe von Zuständen in den Anfangszustand zurückführen, als die Reihe war, die er bei der Expansion durchmachte; dann aber wird in der Regel sich die entzogene Wärme mit der übertragenen nicht ausgleichen, und auch nicht die bei der Expansion erzeugte Arbeit mit der bei der Compression verbrauchten. Es wird eine Wärmedifferenz bleiben, die der Arbeitsdifferenz äquivalent ist. Geschieht die Zurückführung des Körpers in den anfänglichen Zustand bei einer durchschnittlich geringeren Temperatur als die war, bei welcher er expandirte, so ist schliesslich Wärme verschwunden und Arbeit erzeugt; geschieht sie bei einer durchschnittlich höheren Temperatur, so ist schliesslich Arbeit verschwunden und Wärme erzeugt.

Unser Satz gilt in der mechanischen Wärmelehre allgemein, nicht allein von der Luft. Der erste Theil wurde zuerst von Carnot (1824) aufgestellt und später durch Clapeyron und Holtzmann weiter verfolgt. Seine Richtigkeit weisen wir an der atmosphärischen Luft nach.

Der Anfangszustand der Gewichtseinheit Luft sei durch p_1, v_1, t_1 bezeichnet. Man lasse diese Luft unter Ausübung ihres Druckes expandiren und füge gleichzeitig aus einem Körper von der Temperatur t_1 die Wärmemenge Q hinzu, so dass die Temperatur t_1 unverändert bleibt.

Für das Ende dieser Wärmezuführung hat man: $p_2 = p_1 e^{\frac{Q_1}{(c-c_1)(a+t_1)}}$, $t_2 = t_1$ und die gewonnene Arbeit $L_1 = Q_1 W$. (§ 367.) Jetzt lasse man die Luft ohne Wärmezuführung weiter expandiren, bis die Temperatur auf t_3 gesunken ist. Für das Ende dieser Expansion ist: $p_3 =$

$p_2 \left(\frac{a+t_3}{a+t_2} \right)^{\frac{m}{m-1}}$, und die gewonnene Arbeit ist $L_2 = c_1 (t_2 - t_3) W$.

(§ 368.) Jetzt werde die Luft comprimirt, die dabei frei werdende Wärme Q_2 werde aber sofort auf einen anderen, natürlich kühleren Körper von der Temperatur t_3 übertragen, so dass die Temperatur t_3 erhalten bleibe. Für den Endpunkt dieses Vorganges hat man: $p_4 =$

$p_3 e^{\frac{Q_2}{(c-c_1)(a+t_3)}}$, $t_4 = t_3$ und die verbrauchte Arbeit $L_3 = Q_2 W$.

Nun werde ohne Wärmeableitung comprimirt, bis die Temperatur auf t_5 gestiegen ist. Die dann eingetretene Spannung ist $p_5 = p_4 \left(\frac{a+t_5}{a+t_4} \right)^{\frac{m}{m-1}}$

und die in Anspruch genommene Arbeit $L_4 = c_1 (t_5 - t_4) W$. Nun nehmen wir an, die ganze Operation sei so geleitet, dass der Endzustand der Luft (p_5, t_5) genau mit dem Anfangszustande (p_1, t_1) übereinstimme. Setzt man nun in den letzten Gleichungen $p_5 = p_1$ und $t_5 = t_1$ und

eliminiert die Zwischenwerthe p_4, p_3, p_2, t_4, t_2 , so folgt: $e^{\frac{1}{c-c_1} \left(\frac{Q_2}{a+t_3} - \frac{Q_1}{a+t_1} \right)} = 1$ und hieraus $\frac{Q_1}{a+t_1} = \frac{Q_2}{a+t_3}$, $\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{a+t_1}{a+t_3}$. Da

der innere Zustand der Luft sich schliesslich nicht geändert hat, so ist eine Wärmemenge $Q_1 - Q_2$ verschwunden, nun ist $\frac{Q_1 - Q_2}{Q_2} = \frac{t_1 - t_3}{a+t_3}$,

oder $Q_1 - Q_2 = (t_1 - t_3) \frac{Q_2}{a+t_3} = (t_1 - t_3) \frac{Q_1}{a+t_1}$. Die gewonnene Arbeit ist $L = L_1 + L_2 - L_3 - L_4$, nun ist $L_2 = L_4 = c_1 (t_1 - t_3) W$; also

ist $L = L_1 - L_2 = (Q_1 - Q_2) W = (t_1 - t_3) \frac{Q_1 W}{a+t_1}$.

2) Wenn man zu einem Quantum Luft bei constantem Volumen Wärme zuführt, dieselbe dann ohne weitere Erwärmung expandiren lässt, ihr darauf bei constantem Volumen eine gewisse Wärmemenge entzieht und sie nun durch blosse Compression in den anfänglichen Zustand zurückkehren lässt; so sind auch in diesem Falle die beiden Wärmemengen von den vorkommenden Pressungen unabhängig und nur den absoluten Temperaturen proportional, die am Anfange und am Ende der Expansion oder der Compression stattfinden.

Der Anfangszustand der Luft sei wieder durch p_1, v_1, t_1 bezeichnet. Man führe ohne Volumänderung die Wärmemenge Q_1 zu; steigt dabei die Temperatur auf t_2 , so ist $Q_1 = c_1 (t_2 - t_1)$. Die Spannung ändert sich nach dem Gay-Lussac'schen Gesetz, und es ist $p_2 = p_1 \left(\frac{a+t_2}{a+t_1} \right)$. Jetzt lasse man die Luft ohne Wärme zuzuführen expandiren, bis die Temperatur auf t_3 gesunken ist; nun ist $p_3 = p_2 \left(\frac{a+t_3}{a+t_2} \right)^{\frac{m}{m-1}}$, und die gewonnene Arbeit beträgt $L_1 = c_1 (t_2 - t_3) W$. Dann entziehe man der Luft bei unverändertem Volumen die Wärmemenge Q_2 , wobei die Temperatur auf t_4 sinke; es ist nun $Q_2 = c_1 (t_3 - t_4)$, und die Spannung ist jetzt $p_4 = p_3 \left(\frac{a+t_4}{a+t_3} \right)$. Zuletzt comprimire man die Luft wieder, ohne Wärme abzuführen oder zuzuführen, bis die Temperatur auf t_5 gestiegen ist; dann ist $p_5 = p_4 \left(\frac{a+t_5}{a+t_4} \right)^{\frac{m}{m-1}}$; die dazu nöthige Arbeit ist $L_2 = c_1 (t_5 - t_4) W$. Soll auch jetzt der Endzustand der Luft (p_5, t_5) genau mit dem Anfangszustande (p_1, t_1) zusammenfallen, so führt die Einsetzung von $p_5 = p_1, t_5 = t_1$ in die letzten Gleichungen und die Elimination der Zwischenwerthe zu der Gleichung $\frac{(a+t_2)(a+t_4)}{(a+t_1)(a+t_3)} = 1$.

Hieraus folgt nun weiter: $\frac{a+t_1}{a+t_2} = \frac{a+t_4}{a+t_3}$ und $\frac{t_2-t_1}{a+t_2} = \frac{t_3-t_4}{a+t_3}$ und $\frac{t_2-t_1}{t_3-t_4} = \frac{a+t_2}{a+t_3}$. Nun ist aber auch $\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{c_1 (t_2-t_1)}{c_1 (t_3-t_4)} = \frac{t_2-t_1}{t_3-t_4} = \frac{a+t_2}{a+t_3}$. Ferner ist $\frac{Q_1-Q_2}{Q_2} = \frac{t_2-t_3}{a+t_3}$, also $Q_1 - Q_2 = (t_3-t_4) \frac{Q_2}{a+t_4} = (t_3-t_4) \frac{Q_1}{a+t_3}$. Die gewonnene Arbeit ist $L = L_1 - L_2 = c_1 (t_2 + t_4 - t_1 - t_3) W$; da aber $Q_1 - Q_2 = c_1 (t_2 + t_4 - t_1 - t_3)$, so folgt auch hier $L = (Q_1 - Q_2) W$.

§ 370. Gleichgewicht der Erd-Atmosphäre.

Die übereinander liegenden Luftschichten der Erdatmosphäre haben nach unten hin zunehmende Dichte und Spannung, weil jede untere Schicht durch das Gewicht der über ihr stehenden gedrückt wird. Daher ist auch der Elasticitätsdruck irgend einer Luftschicht gleich dem Gewicht der ganzen über ihr stehenden Luftmasse. Hieraus folgt die Möglichkeit, aus den bekannten Spannungen der atmosphärischen Luft p_1, p_2 , die an zwei übereinander liegenden Stellen stattfinden, die Vertikalentfernung h dieser beiden Stellen annähernd zu finden. Unter der Vor-

aussetzung, dass in dem zwischen beiden Stellen befindlichen Raume dieselbe Lufttemperatur t stattfindet, ist $h = A (a + t) \log. \text{nat.} \frac{p_1}{p_2}$.

Man denke sich eine vertikale Luftsäule von der Höhe h , dem Querschnitt f , der gleichmässigen Temperatur t , mit der Spannung p_1 am unteren und der Spannung p_2 am oberen Ende; man denke ferner diese Säule so in eine grosse Zahl n horizontale Schichten getheilt, dass die Spannung jeder nach oben folgenden Schicht um π abnehme. Diese Spannungen sind daher in der Reihe von oben nach unten $p_2, p_2 + \pi, p_2 + 2\pi, \dots, p_2 + n\pi = p_1$; die Dicke dieser Schichten sei in derselben Reihenfolge $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$. Das Volumen der oberen Schicht ist fx_1 ; bezeichnet nun wie bisher v_2 das der Spannung p_2 entsprechende Volumen der Gewichtseinheit Luft, so ist das Gewicht der obersten Luftschicht $\frac{fx_1}{v_2}$. Dieses Gewicht bewirkt nach unten die Zunahme der Spannung um π ; gegen die in Quadratfuss gemessene Fläche ist also die Zunahme des Druckes $f\pi$; wird dieser Werth gleich dem oben gefundenen Gewicht der Luftschicht gesetzt, so folgt $x_1 = v_2 \pi$. Nun ist aber allgemein $p v = A (a + t)$, also in unserem Falle ist $v_2 = \frac{A (a + t)}{p_2}$, und es folgt $x_1 = A (a + t) \frac{\pi}{p_2}$. Da π sehr klein ist, so

kann man setzen: $\frac{\pi}{p_2} = \log. \text{nat.} \left(1 + \frac{\pi}{p_2}\right) = \log. \text{nat.} \left(\frac{p_2 + \pi}{p_2}\right) = \log. \text{nat.} (p_2 + \pi) - \log. \text{nat.} p_2$. Es ist also $x_1 = A (a + t) [\log. \text{nat.} (p_2 + \pi) - \log. \text{nat.} p_2]$. Ebenso folgt:

$$x_2 = A (a + t) [\log. \text{nat.} (p_2 + 2\pi) - \log. \text{nat.} (p_2 + \pi)]$$

$$x_3 = A (a + t) [\log. \text{nat.} (p_2 + 3\pi) - \log. \text{nat.} (p_2 + 2\pi)] \text{ u. s. f.,}$$

die Addition giebt dann $h = A (a + t) [\log. \text{nat.} p_1 - \log. \text{nat.} p_2] = A (a + t) \log. \text{nat.} \frac{p_1}{p_2}$. Sind b_1 und b_2 die an beiden Orten vorkom-

menden Barometerhöhen und γ_1 und γ_2 die entsprechenden Dichten, so ist $\frac{p_1}{p_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{\gamma_1}{\gamma_2}$, also ist auch $h = A (a + t_1) \log. \text{nat.} \frac{b_1}{b_2} =$

$A (a + t_1) \log. \text{nat.} \frac{\gamma_1}{\gamma_2}$. Selten wird die Temperatur durch die ganze

Luftsäule dieselbe sein; ist t_1 die untere und t_2 die obere Temperatur, so erhält man ein angenähertes Resultat, wenn man $\frac{t_1 + t_2}{2}$ an die Stelle von t setzt. Danach ist $h = A \left(a + \frac{t_1 + t_2}{2}\right) \log. \text{nat.} \frac{p_1}{p_2}$. Nun

ist $A = 92,87$ und $\log. \text{nat.} \frac{p_1}{p_2} = 2,30258 \log. \frac{p_1}{p_2}$, folglich ist auch

$$h = 213,863 \left(a + \frac{t_1 + t_2}{2}\right) \log. \frac{p_1}{p_2}.$$

§ 371. Vermischte Aufgaben.

343. Wie viel Atmosphären beträgt ein Druck von 100 Pfd. auf den Quadratzoll? Aufl. 7,08 A.

344. Wenn der Ueberdruck comprimierter Luft 3 Zoll Quecksilbersäule ausmacht, wie stark wird dann ein cylindrischer Kolben von 3' Durchmesser gedrückt? Aufl. Mit 1484 Pfd.

345. Welches Volumen nimmt ein Pfund Luft bei einem Barometerstand von 28" und bei 0° Temperatur ein? Aufl. 12,9168 KF.

346. Wie viel wiegen 10 KF. Luft bei 20° C. Temperatur und 28" Barometerstand? Aufl. 0,72142 Pfd.

347. Wie viel Wärme gehört dazu, um 1 KF. Luft von 0° und dem ein-

fachen Atmosphärendruck ohne Volumveränderung bis zu 100° C. zu erwärmen? Aufl. 1,3555 WE.

348. Drei KF. Luft von 50° C. und drei Atmosphären Spannung expandiren bei constanter Temperatur, bis die Spannung auf eine Atmosphäre gesunken ist. Wie viel Wärme muss zugeführt werden und welche Arbeit wird verrichtet? Aufl. 20104,08 FPf.; werden davon die 12199,68 FPf. des Luftwiderstandes abgezogen, so bleiben 7904,4 FPf. — 14,89 WE.

349. Ein Pfund Luft von 30° C. Temperatur und einer Spannung von $1\frac{1}{2}$ Atmosphäre dehne sich unter Ausübung des eigenen Druckes aus, bis die Spannung 1 A. beträgt, ohne dass Wärme zugeführt wird. Welches ist die Endtemperatur, welches die geleistete Arbeit? Aufl. — $3,64^{\circ}$. 7661,25 FPf.

350. Wie gross ist im Fall der vorigen Aufgabe das anfängliche (v_1) und das endliche (v_2) Volumen der Luft, wie viel beträgt die Arbeit des Widerstandes der äusseren Luft und wie viel beträgt die wirkliche resultirende Arbeit? Aufl. $v_1 = 9,2155$ KF. $v_2 = 12,2860$. Die Arbeit des Luftwiderstandes ist $= 6243,19$ FPf., also die nutzbare Arbeit $= 1418,06$ FPf.

351. Ein Pfund Luft von 0° Temperatur und der Spannung einer Atmosphäre wird zusammengepresst, bis seine Spannung sich verdoppelt hat. Welche Temperatur t_2 hat die Luft angenommen, welche Arbeit L war zur Compression nöthig, welche Volumveränderung fand statt, und wie gross ist der Antheil L' an der Arbeit, der durch die Spannung der äusseren Luft verrichtet würde? Aufl. $t_2 = 60,84^{\circ}$. $L = 13856$ FPf. $v_1 = 12,4456$ KF. $v_2 = 7,6124$. $L' = 9827$ FPf. $L - L' = 4029$ FPf.

352. Man denke sich ein Pfund Luft von 100° C. Temperatur und 3 Atmosphären Spannung in einen Cylinder eingeschlossen, in welchem die Luft gegen einen beweglichen Kolben drücken kann. Die Luft schiebt den Kolben unter Ausübung ihres Druckes zurück; durch Zuführung einer Wärmemenge Q_1 bleibt aber die Temperatur $t = 100^{\circ}$ unverändert; dabei wird die totale Arbeit L_1 verrichtet. Darauf expandirt die Luft weiter ohne Wärmezuführung, so dass endlich die Spannung bis zu $p_3 = 1$ Atmosphäre und die Temperatur bis auf $t_3 = 20^{\circ}$ gesunken ist. Hierbei wird die totale Arbeit L_2 verrichtet. Wie gross ist Q_1 , L_1 , L_2 ; wie gross sind die Volumina v_1 , v_2 , v_3 (§ 369), und wie gross ist die wirkliche nutzbare Arbeit? Aufl. $Q = 6,8648$ WE. $L_1 = 9267,48$ FPf. $L_2 = 15942,15$ FPf. $v_1 = 5,674$ KF. $v_2 = 7,411$ KF. $v_3 = 13,366$ FPf. Wegen des Luftwiderstandes muss L_1 um 3531,81 und L_2 um 12108,18 FPf. vermindert werden, es bleibt daher an nutzbarer Arbeit $5735,67 + 3833,97 = 9569,64$ FPf.

353. Die bei dem Verfahren der vorigen Aufgabe übrig gebliebene Luft werde bei constanter Temperatur ($t_3 = 30^{\circ}$) comprimirt und ihr dabei die Wärmemenge Q_2 entzogen, dabei werde die Arbeit L_3 im Ganzen verrichtet. Dann werde die Luft ohne Wärmeabführung durch Aufwendung der Arbeit L_4 comprimirt und der anfängliche Zustand von 100° Temperatur und 3 Atmosphären Spannung gewonnen. Wie gross ist Q_2 , L_3 , L_4 , v_4 ? Aufl. $Q_2 = 5,3904$ W. C. $L_3 = 7277,04$ FPf. $L_4 = 15942,15$ FPf. $v_4 = 10,0233$ KF.

354. Wenn die in den beiden vorigen Aufgaben gedachten Vorgänge zusammengefasst werden, so soll angegeben werden: 1) wie gross der gewonnene Nutzeffect ist; 2) wie viel derselbe in Procenten der Leistungsfähigkeit der ganzen aus der Wärmequelle gewonnenen Wärme beträgt? Aufl. 1) 1990,44 FPf. 2) 21,48%.

355. Es bleibe Alles wie in der Aufgabe 352—354, nur sei die Luft anfänglich auf 1) 200° , 2) 300° , 3) 400° C. erwärmt; wie gross ist jetzt der Procentwerth des Nutzeffects. Aufl. 1) 38,09 %. 2) 48,91 %. 3) 56,51 %.

356. Man denke sich wieder ein Pfund Luft von einer Atmosphäre Spannung und 20° C., dieselbe werde zuerst durch die Arbeit L_1 bis auf 3 Atmosphären Spannung comprimirt, und darauf werde 10 WE. Wärme bei constantem Volumen zugeführt. Dann lasse man die Luft unter Ausübung ihres Druckes expandiren, bis sie das ursprüngliche Volumen annimmt, wobei die Arbeit L_2 verrichtet ist. Durch Entziehung der Wärmemenge Q_2 wird der

ursprüngliche Zustand wieder hergestellt. Wie gross ist L_1 , L_2 , Q_2 ? Aufl. $L_1 = 25072,3$ F.Pf., $t_2 = 130,07^\circ$. $t_3 = 189,35^\circ$. $L_2 = 28761,9$ F.Pf. $t_4 = 63,06^\circ$. $Q_2 = 7,264$ W.E.

357) Wie viel Procent der aus der Wärmequelle entnommenen Wärme sind im Falle der vorigen Aufgabe in Arbeit verwandelt? Aufl. 27,36 %.

358) Der in Aufgabe 356 angegebene Vorgang werde so abgeändert, dass man die erwärmte Luft bis zur Spannung der äusseren Atmosphäre sich ausdehnen lässt, dann aber werde diese Luft, obwohl sie noch etwas erwärmt sein wird, nicht weiter benutzt, sondern für die Fortsetzung der Arbeit werde frische Luft von 20° C. Temperatur verwendet. Welche nutzbare Arbeit wird jetzt gewonnen, und wie gross ist jetzt der Procentwerth der in Arbeit verwandelten Wärme? Aufl. 29,03 %. (Es ist $p_3 = 3,4437$ Atm. Bei der Expansion ist jetzt $L_2 = 31766,2$ F.Pf. und $t_4 = 49,87^\circ$. Da aber die Luft am Ende des Vorganges ein grösseres Volumen einnimmt als am Anfange, so gleicht sich jetzt der Luftwiderstand nicht aus. Es war $v_1 = 13,365$ KF., und es wird jetzt $v_4 = 14,731$ KF. Die Ausdehnung beträgt daher 1,365 KF. Dieser Ausdehnung entspricht die Arbeit des Luftwiderstandes zu 2775,4 KF. Daher beträgt jetzt die nutzbare Arbeit 3918,5 F.Pf. gegen 3689,6 F.Pf. im vorigen Falle. Am Schluss der Operation sind von den 10 W.E. noch 5,04 W.E. in der Luft vorhanden; 2,9 W.E. sind in Arbeit verwandelt und 2,06 auf die Vermehrung des Volumens verwendet.)

Zweiundzwanzigstes Kapitel.

Von der Bewegung der permanenten Gase.

§ 372. Ausfluss aus Wandöffnungen.

1) Befindet sich in einem Gefässe Luft von der Spannung p , der Temperatur t und der Dichte γ , strömt dieselbe durch eine Oeffnung in einen Raum, in welchem sich Luft von Spannung p_0 befindet und nimmt man an, dass die Luft im Augenblicke des Ausströmens ihre frühere Dichte nicht geändert hat, so ist die theoretische Ausflussgeschwindigkeit $V =$

$$V = \sqrt{\frac{2g(p - p_0)}{\gamma}} = \sqrt{\frac{2gA(a + t)(p - p_0)}{p}}.$$

Hierbei giebt p , p_0 den Druck auf den Quadratfuss in Pfunden an, γ ist das Gewicht von einem Kubikfuss Luft, g ist die Beschleunigung der Schwere. Der Ueberdruck der inneren Luft über die äussere ist $p - p_0$, diesen Druck denke man sich hervorgebracht durch das Gewicht einer Luftsäule von der Höhe h und der Dichte γ . Das Gewicht einer solchen Säule von 1 QF. Querschnitt wäre $h\gamma$. Setzt man diesen Werth gleich $p - p_0$, so folgt $h = \frac{p - p_0}{\gamma} = A(a + t) \frac{p - p_0}{p}$. Eine Flüssigkeitssäule von der Höhe h liefert aber nach § 321 die Ausflussgeschwindigkeit $\sqrt{2gh}$, die Substitution des Werthes für h giebt nun den obigen Werth. Strömt die Luft in den luftleeren Raum, so ist $p_0 = 0$,

also $V = \sqrt{\frac{2gp}{\gamma}} = \sqrt{2gA(a + t)}$. Ist $t = 0$, so ist $V = 1257,7$.

2) Bleibt die Ausflussgeschwindigkeit constant, so ist bei einer Ausflussöffnung f die sekundliche Ausflussmenge dem Volum nach $fV =$

$$f \sqrt{\frac{2g(p - p_0)}{\gamma}}, \text{ und dem Gewicht nach } fV\gamma = f \sqrt{2g\gamma(p - p_0)} =$$

f $\sqrt{\frac{2 g p (p - p_0)}{A (a + t)}}$. Aber auch beim Ausfluss der Luft findet eine Contraction des Strahls statt, so dass die eben angegebenen Ausflussmengen noch mit einem Ausflusscoëfficienten μ zu multipliciren sind. Als Ausflusscoëfficienten kann man dieselben Werthe nehmen, die für den Ausfluss des Wassers gelten.

Die von verschiedenen Physikern aus directen Versuchen bisher für den Ausfluss von Luft abgeleiteten Ausflusscoëfficienten weichen noch sehr von einander ab, so dass man für die richtigen Werthe noch keine hinreichende Sicherheit hat.

3) Hat die ausgeflossene Luft unmittelbar nach dem Ausfluss noch die ursprüngliche höhere Dichte und Spannung, so dehnt sie sich in Folge hiervon noch weiter aus, bis ihre Spannung der der äusseren Luft gleich kommt, wodurch sich ihre Geschwindigkeit noch etwas steigert.

Man kann diese Steigerung der Geschwindigkeit in folgender Weise annähernd berechnen. Man denke sich, die Gewichtseinheit Luft vor der Spannung p , dem Volumen v und der Temperatur t sei mit der Geschwindigkeit V ausgeflossen und befinde sich in einem Luftraume, in dem die Spannung p_0 herrscht. Diese Luft wird sich selbständig ausdehnen, bis ihre Spannung auf p_0 gesunken ist; dabei verrichtet sie

nach § 368,3 die Arbeit $L = \frac{p v}{m - 1} \left[1 - \left(\frac{p_0}{p} \right)^{\frac{m-1}{m}} \right]$. Wollte man nun annehmen, sie dehnte sich jetzt auch in derselben Weise aus, wie es unter den Umständen der Fall ist, die im § 368 angenommen sind, so würde sie sich bis zu dem Volumen $v_0 = v \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{1}{m}}$ ausdehnen. Da sie

hierbei die äussere Luft um das Volumen $v_0 - v = v \left[\left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{1}{m}} - 1 \right]$ zurückdrängen muss, so muss sie dabei die Arbeit $L' = p_0 (v_0 - v) = p_0 v \left[\left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{1}{m}} - 1 \right] = p v \left[\left(\frac{p_0}{p} \right)^{\frac{m-1}{m}} - \frac{p_0}{p} \right]$ verrichten. Die bei der Ex-

pansion sich ergebende Arbeit ist nun hiernach $L - L' = \frac{p v}{m - 1}$

$\left[1 - m \left(\frac{p_0}{p} \right)^{\frac{m-1}{m}} + (m - 1) \frac{p_0}{p} \right] = \frac{m p}{(m - 1) \gamma} \left[1 - \left(\frac{p_0}{p} \right)^{\frac{m-1}{m}} \right] - \frac{p}{\gamma} \times \left(1 - \frac{p_0}{p} \right)$. Diese Arbeit, welche nicht auf die Ueberwindung eines

äusseren Widerstandes verwendet werden kann, dient zur Beschleunigung der ausgeflossenen Luft selbst. Nimmt diese die Geschwindigkeit V_1 an, so folgt nach dem Princip der lebendigen Kräfte: $\frac{V_1^2 - V^2}{2 g} =$

$L - L'$. Die Substitution der bekannten Werthe für V und $L - L'$

führt auf: $V_1 = \sqrt{\frac{2 m g p}{(m - 1) \gamma} \left[1 - \left(\frac{p_0}{p} \right)^{\frac{m-1}{m}} \right]} =$

$\sqrt{\frac{2 m g A (a + t)}{m - 1} \left[1 - \left(\frac{p_0}{p} \right)^{\frac{m-1}{m}} \right]}$. Ist t_0 die Temperatur der ausgeflossenen expandirten Luft, so folgt unter der Voraussetzung, dass

die Bedingungen des § 368 auch jetzt gelten: $t - t_0 = (a + t) \left[1 - \left(\frac{p_0}{p} \right)^{\frac{m-1}{m}} \right]$. Die lebendige Kraft, welche die Gewichtseinheit Luft er-

langt, wenn sie zuerst durch die Spannung der Luft im Gefässe in Bewegung gesetzt wird, dann aber in Folge ihrer eigenen höheren Spannung expandirt, ist nun $\frac{V_1^2}{2g} = \frac{mA(a+t)}{m-1} \left[1 - \left(\frac{p_0}{p} \right)^{\frac{m-1}{m}} \right]$. Strömt die Luft in den luftleeren Raum, so ist $p_0 = 0$ zu setzen, und es ist dann

$$V_1 = \sqrt{\frac{2mgA(a+t)}{m-1}}; \text{ für } t=0 \text{ ist dann } V = 2332,3'.$$

Anm. Die Unsicherheit der theoretischen hydraulischen Resultate, von welcher § 320 die Rede war, steigert sich bei der Untersuchung über die Bewegung der Luft noch im hohen Grade. Die Navier'sche Formel über die Ausflussgeschwindigkeit der Luft findet sich noch in den meisten Lehrbüchern und ist nach unserer Bezeichnung $V_1 =$

$$\sqrt{\frac{2gp}{\gamma} \log. \text{ nat. } \frac{p}{p_0}} = \sqrt{2gA(a+t) \log. \text{ nat. } \frac{p}{p_0}}; \text{ sie kann aber in ihrer}$$

Allgemeinheit nicht richtig sein, denn für $p_0 = 0$ würde folgen: $V_1 = \infty$, was nicht möglich ist; sie giebt also in der Regel zu grosse Werthe. Die Ursache ihrer Unzuverlässigkeit liegt darin, dass bei ihrer Ableitung auf die bei jeder Luftexpansion stattfindende Temperaturverminderung nicht Rücksicht genommen wird. Ist p nur wenig grösser als p_0 , dann stimmt die Navier'sche Formel mit den beiden oben für

V und V_1 aufgestellten überein; denn es ist dann annähernd $\log. \text{ nat. } \frac{p}{p_0}$

$$= \log. \text{ nat. } \left(1 + \frac{p - p_0}{p_0} \right) = \frac{p - p_0}{p_0} = \frac{p - p_0}{p}. \text{ In derselben Voraus-}$$

$$\text{setzung ist aber auch } \left(\frac{p_0}{p} \right)^{\frac{m-1}{m}} = \left(1 - \frac{p - p_0}{p} \right)^{\frac{m-1}{m}} = 1 - \frac{m-1}{m}$$

$$\left(\frac{p - p_0}{p} \right), \text{ also ist dann } \frac{m}{m-1} \left[1 - \left(\frac{p_0}{p} \right)^{\frac{m-1}{m}} \right] = \frac{p - p_0}{p}.$$

§ 373. Ausfluss bei abnehmendem Drucke.

1) Strömt aus einem Gefässe die Luft aus, ohne dass durch Zuführung neuer Luft oder Volumensverminderung die ursprüngliche Spannung erhalten wird, so nimmt im Gefässe die Spannung, Dichte und die Temperatur der Luft fortwährend ab und zwar in derselben Weise, als wenn die Luft unter Ausübung ihres Elasticitätsdruckes ohne Wärmezuführung expandirte.

Die Abnahme der Dichte der Luft im Gefässe hängt von der Luftmenge ab, die ausgeflossen ist; die Abnahme der Temperatur aber hängt von der Arbeit ab, welche die im Gefässe zurückgebliebene Luft ausübt, in dem sie der ausfliessenden Luft ihre Geschwindigkeit ertheilt. Ist in einer kleinen Zeit das Luftvolum φ mit der Geschwindigkeit V und der Dichte γ ausgeflossen, so ist $\varphi \gamma$ das Gewicht dieses Volums und $\varphi \gamma \times \frac{V^2}{2g}$

$= \varphi (p - p_0)$ ist die lebendige Kraft desselben. Die ausströmende

Luft hat aber ein gleiches Volum φ der äusseren Luft, welche die Spannung p_0 hat, zurückgedrängt, und dabei ist die Arbeit φp_0 verrichtet. Die Gesamtarbeit, welche von der Elasticität der im Gefässe zurückgebliebenen Luft verrichtet ist, ist demnach $\varphi (p - p_0) + \varphi p_0 = \varphi p$; so gross wäre aber auch die Arbeit gewesen, wenn die eingeschlossene Luft sich unter Ausübung ihres Druckes um das Volum φ ausgedehnt hätte, daher ändern sich die Zustände der im Gefäss zurückbleibenden Luft eben so, wie es im § 368 für den Fall der Expansion ohne Wärmezuführung berechnet ist. Ist daher p_1 die anfängliche Spannung und γ_1 die anfängliche Dichte, bezeichnen ferner p_2 und γ_2 Spannung und Dichte in einem späteren Augenblick, so ist nach § 368

$\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{\gamma_1}{\gamma_2}\right)^m$ und $\frac{\gamma_1}{\gamma_2} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1}{m}}$. Sinkt die Spannung um π , während die Dichte um δ sinkt, so ist $\frac{\pi}{p} = m \cdot \frac{\delta}{\gamma}$.

2) Hat das Gefäss, aus welchem die Luft ausströmt, $\mathfrak{B}$ Kubikfuss Inhalt, bezeichnen p_1, γ_1, t_1 Spannung, Dichte und Temperatur der eingeschlossenen Luft im Anfange des Ausströmens, sinken diese Werthe nach der Zeit z auf p_3, γ_3, t_3 herab, ist p_0 die Spannung der äusseren Luft, f die Ausflussöffnung und μ der Ausflusscoefficient: so ist angenähert:

$$z = \frac{\mathfrak{B} (p_1 - p_3)}{6 \cdot m \mu f} \left[\frac{1}{p_1 \sqrt{p_1 - p_0}} + \frac{4}{p_2 \sqrt{(p_2 - p_0) \frac{\gamma_1}{\gamma_2}}} + \frac{1}{p_3 \sqrt{(p_3 - p_0) \frac{\gamma_1}{\gamma_3}}} \right] \sqrt{\frac{p_1}{2 g A (a + t_1)}}.$$

Hier bezeichnet p_2 das arithmetische Mittel zwischen p_1 und p_3 und γ_2 die zur Spannung p_2 gehörigen Dichte. Ist ferner G das Gewicht der in dieser Zeit ausgeflossenen Luft, so ist ebenso angenähert:

$$G = \frac{\mathfrak{B} (p_1 - p_3) \gamma_1}{6 m A (a + t)} \left[\frac{1}{p_1} + \frac{4}{p_2} \cdot \frac{\gamma_2}{\gamma_1} + \frac{1}{p_3} \cdot \frac{\gamma_3}{\gamma_1} \right].$$

Aus § 368 folgt noch $t_3 = (a + t_1) \left(\frac{p_3}{p_1}\right)^{\frac{m-1}{m}} - a$.

Bezeichnet ζ eine sehr kleine Zeit, so ist im Allgemeinen das Volumen der in dieser Zeit ausgeflossenen Luft $\varphi = \mu f \zeta \sqrt{\frac{2 g (p - p_0)}{\gamma}}$. Hat

sich in dieser Zeit die Dichte um δ vermindert, so ist $\frac{\delta}{\gamma} = \frac{\varphi}{\mathfrak{B}}$, denn das Verhältniss der Verminderung der Dichte ist stets gleich dem Verhältniss der Volumsvermehrung. Nun ist aber $\frac{\delta}{\gamma} = \frac{\pi}{m p}$, wenn π die gleich-

zeitige Verminderung der Spannung bedeutet; also ist $\frac{\varphi}{\mathfrak{B}} = \frac{\pi}{m p}$, oder

$$\varphi = \frac{\mathfrak{B} \cdot \pi}{m p} = \mu f \zeta \sqrt{\frac{2 g (p - p_0)}{\gamma}}; \text{ hieraus folgt } \zeta = \frac{\mathfrak{B} \cdot \pi}{m \cdot \mu f \sqrt{2 g}}.$$

$$\frac{\pi \sqrt{\gamma}}{p \sqrt{p - p_0}} = \frac{\mathfrak{B}}{m \cdot \mu f} \sqrt{\frac{p_1}{2 g A (a + t_1)}} \cdot \frac{\pi}{p \sqrt{(p - p_0) \frac{\gamma_1}{\gamma}}}. \text{ Summirt}$$

man nun mittelst der Simpson'schen Regel die einzelnen Werthe von ζ , die man erhält wenn man p_1 nach und nach durch gleiche Intervalle in p_3 übergehen lässt, so erhält man für den einfachsten Fall einer Zweitheilung der Differenz $p_1 - p_3$ die obige Formel für z . Man sieht leicht, wie sich die Formel ändern würde, wenn man $p_1 - p_3$ in 4 oder 6 gleiche Theile theilen wollte. Sind die Spannungen p nicht in Pfunden auf den Quadratfuss gegeben, sondern in Quecksilberzollen, so ist die Formel für z unverändert zu gebrauchen ($A = 92,87$). — Das in der Zeit ζ ausgeflossene Luftgewicht ist aber $\varphi \gamma = \frac{\mathfrak{B} \gamma \pi}{m p}$. Die Sum-

mirung nach der Simpson'schen Regel giebt die obige Formel, in welcher $A = 1,327$ gesetzt werden muss, wenn p in Quecksilberzollen gegeben ist.

3) Eine interessante Bestätigung der vorstehenden Rechnungen ergibt sich, wenn man die Frage der Rechnung unterwirft: wie gross die lebendige Kraft von der Gewichtseinheit Luft sein wird, wenn man dieselbe aus einem abgeschlossenen Gefäss durch eine Oeffnung in den unbegrenzten luftleeren Raum strömen lässt. Man erhält genau denselben Werth, der sich oben (§ 368, 4.) als Werth für das gesammte Leistungsvermögen der Gewichtseinheit Luft ergeben hat.

Das Gewicht der in einem Zeitaugenblick ausfliessenden Luft ist schon oben angegeben zu $\varphi \gamma = \frac{\mathfrak{B} \gamma \pi}{m p}$. Diese Luft erhält, wenn sie in den luftleeren Raum fliesst und sich noch durch ihre eigene Elasticität

ausdehnt, nach § 372, 3 die Geschwindigkeit $V' = \sqrt{\frac{2 m g}{m-1} A (a + t)}$;

also ist ihre lebendige Kraft $\varphi \gamma \cdot \frac{V'^2}{2 g} = \frac{\mathfrak{B} \gamma \pi}{m p} \cdot \frac{m}{m-1} A (a + t) = \frac{\mathfrak{B} \pi}{m-1}$, denn nach § 362 ist $\frac{A \gamma (a + t)}{p} = 1$. Es ist also die leben-

dige Kraft der in irgend einem Augenblick in die Luftleere ausfliessenden Luft stets proportional mit der Spannungsverminderung π , welche gleichzeitig im Gefässe eintritt. Fliesst nun alle Luft aus dem Gefässe aus, so ist die Summe der lebendigen Kräfte der ganzen ausgeflossenen Luft $\frac{\mathfrak{B} p_1}{m-1}$. Da aber die ursprünglich im Gefässe vor-

handene Luft nur 1 Pfund wiegen soll, so ist $\mathfrak{B} = v_1$ im Sinne des vorigen Kapitels, und es folgt jetzt $\frac{p_1 v_1}{m-1} = \frac{c_1 p_1 v_1}{c - c_1} = \frac{c_1 A (a + t_1)}{c - c_1}$.

Vgl. § 368, 4.

Aufgabe 131. Der 50 Fuss lange und 5 Fuss weite cylindrische Windregulator eines Gebläses ist mit Luft angefüllt, dessen Manometerstand 10" und Thermometerstand 6° beträgt. Die Luft strömt durch eine 1" weite runde Mündung in einen Raum, dessen Barometerstand 27" beträgt. In welcher Zeit z sinkt die Spannung im Regulator um 3", und wie viel Luft ist in dieser Zeit ausgeströmt, wenn der Ausflusscoëfficient $\mu = 0,62$ ist?

Auflösung. Es ist hier $\mathfrak{B} = \frac{\pi}{4} \cdot 5^2 \cdot 50 = 981,75$ KF., $f = \frac{\pi}{4} (1/12)^2 = 0,005454$ QF. Drücken wir alle Spannungen in Quecksilberzollen aus, so ist $p_1 = 27 + 10 = 37''$, $p_3 = 37 - 3 = 34''$, $p_2 = \frac{p_1 + p_3}{2} = 35,5''$. Die Quotienten $\frac{\gamma_1}{\gamma_2}$, $\frac{\gamma_1}{\gamma_3}$ findet man aus $\left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1}{m}}$, $\left(\frac{p_1}{p_3}\right)^{\frac{1}{m}}$.

Es folgt nun

$$z = \frac{981,75 \cdot 3 \cdot \sqrt{37}}{6 \cdot 12 \cdot 1,41 \cdot 0,62 \cdot 0,005454 \sqrt{62,5} \cdot \sqrt{92,87} \cdot 278,48} \left[0,0085467 + 0,0380846 + 0,0107882 \right] = 28,283 \text{ Sek.}$$

$$G = \frac{981,75 \cdot 3 \cdot 37}{6 \cdot 1,41 \cdot 1,327 \cdot 278,48} \left[0,027037 + 0,109690 + 0,027700 \right] = 5,7314 \text{ Pfd.}$$

Das Gewicht der anfänglich im Regulator befindlichen Luft beträgt 98,2968 Pfd., darum sind nur 5,83% ausgeflossen. Die ausgeflossene Luft nimmt bei einer Temperatur von 6° und einem Drucke von 27" ein Volumen von 78,445 KF. ein. Ferner ist $t_3 = 278,48 \left(\frac{34}{37}\right)^{0,29} - 272,48 = -0,75^{\circ}$.

Anmerkung. Diese Aufgabe ist aus Weisbach's Ingenieur- und Maschinen-Mechanik I § 394 entlehnt, wo dieselbe nach Formeln berechnet ist, die aus der Navier'schen Ausflussformel resultiren. Dort ist das Volumen der ausgeflossenen Luft zu 109,06 KF. gefunden, was 8,1% betragen würde. Die Zeit z ist zwar dort zu 30,3 Sek. gefunden, aber es ist dabei auf den Ausflusscoëfficienten nicht geachtet. Wollten wir auch $\mu = 1$ setzen, so würde $z = 17,535$ Sek. folgen. Die Resultate nach den beiden Theorien weichen also auffallend ab, so dass es nicht schwer sein kann, die Richtigkeit der einen auch experimentell nachzuweisen. Nach der mechanischen Wärmelehre fällt die Spannung der zurückbleibenden Luft schneller, als wenn man das Mariotte'sche Gesetz allein zu Grunde legt.

§ 374. Bewegung der Luft in Röhren.

Aus einem Luftbehälter, in welchem sich comprimirt Luft von der Spannung p , der Dichte γ und der Temperatur t befindet, trete die Luft in eine cylindrische Röhrenleitung von der Länge l und der Weite d ; am Ende derselben befinde sich eine Düse, welche der Luft zum Austritt eine Oeffnung zum Durchmesser d_1 lässt. Unter dem Einfluss der Elasticität der im Behälter enthaltenen Luft tritt die Luft in die Röhrenleitung, und es liegt die Annahme nahe, dass sie im Anfange der Röhre dieselbe Spannung und Dichte hat als im Behälter. Während die Luft aber in der Röhre weiter schreitet, expandirt sie in Folge ihrer grösseren Spannung. In dem Masse, in welchem ihre Dichte abnimmt, wächst ihre Geschwindigkeit, zugleich sinkt ihre Spannung und ihre Temperatur. Am Ende der Röhrenleitung erfährt der Querschnitt der Röhre durch die Düse eine Verminderung, darum wird die Luft mit einer noch grösseren Geschwindigkeit austreten, als sie gegen das Ende der Röhrenleitung besass; denn in jedem Augenblick wird dieselbe Gewichtsmenge Luft ausfliessen, als gleichzeitig durch einen beliebigen Querschnitt der Röhrenleitung hindurch geht. Damit nun die letzte Steigerung in der Geschwindigkeit der Luft eintrete, muss die Spannung der Luft hinter der Düse, am Ende der Röhrenleitung noch etwas grösser sein, als die der äusseren Luft. Dieser Vorgang würde im Allgemeinen stattfinden, wenn auch keine Reibung zwischen der Luft und den Röhrenwänden vorhanden wäre; die Ueberwindung dieser Reibung beansprucht aber einen Theil der Arbeit, welche sonst auf die Beschleunigung der ausfliessenden Luft verwendet worden wäre, und die Ausflussgeschwindigkeit fällt deshalb geringer aus. Die genaue Berechnung aller mit diesem Vorgange verbundenen Umstände ist mit zur Zeit noch unüberwundenen Schwierigkeiten verbunden, doch kann man angenäherte Werthe aus der Analogie mit der Bewegung des Wassers in Röhrenleitungen aufstellen.

Bezeichnet V_1 die Geschwindigkeit des Luftstroms kurz nach dem Ausfluss, wo die Spannung bereits bis zur Spannung p_0 der äusseren Luft herabgegangen ist, und ist G das Gewicht der in der Sekunde ausgeflossenen Luft, so kann man setzen:

$$V_1 = \sqrt{\frac{2 m g \left[p - p_0 \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{1}{m}} \right]}{(m-1) \gamma \left[1 + \xi \frac{l d_1^4}{d^5} \right]}}; \quad G = \mu f \sqrt{\frac{2 g \gamma (p - p_0)}{1 + \xi \frac{l d_1^4}{d^5}}}; \quad \text{oder:}$$

$$V_1 = \sqrt{\frac{2 m g A (a + t) \left[1 - \left(\frac{p_0}{p} \right)^{\frac{m-1}{m}} \right]}{(m-1) \left[1 + \xi \frac{l d_1^4}{d^5} \right]}};$$

$$G = \mu f \sqrt{\frac{2 g p (p - p_0)}{A (a + t) \left[1 + \xi \frac{l d_1^4}{d^5} \right]}}.$$

Hierin bezeichnet ξ den Erfahrungscoefficienten 0,024, f die Ausflussöffnung, μ den Ausflusscoefficienten.

Man kann, analog der Theorie über die Bewegung des Wassers in Röhren, die zur Ueberwindung der Reibung der Luft in der Röhre nöthige Arbeit proportional setzen der Länge l der Röhre, dem Quadrat der mittleren Geschwindigkeit V der Luft in der Röhre und indirect proportional der Röhrenweite d , also proportional dem Ausdruck $\frac{1}{d} \cdot \frac{V^2}{2g}$.

Die Geschwindigkeit V geht, nachdem die Luft durch die Düsenöffnung zur Weite d_1 gegangen ist, in die Geschwindigkeit V_1 über; wenn man nun auch jetzt nicht, wie bei der Bewegung des Wassers, $\frac{V d^2 \pi}{4} = \frac{V_1 d_1^2 \pi}{4}$ setzen kann, weil die Dichte der Luft bei der Bewegung nicht unveränderlich bleibt, so kann man doch angenähert V

proportional mit $V_1 \frac{d_1^2}{d^2}$ nehmen und danach die Arbeit zur Ueberwindung der Reibung an der Röhre proportional mit $\frac{l d_1^4}{d^5} \cdot \frac{V_1^2}{2g}$ setzen.

Es bezeichne nun $\xi \cdot \frac{l d_1^4}{d^5} \cdot \frac{V_1^2}{2g}$, wenn ξ ein Erfahrungscoefficient ist, diese Arbeit für die Gewichtseinheit Luft; die Arbeit aber, welche nöthig ist, um der gleichen Luftmenge die Geschwindigkeit V_1 zu ertheilen, ist $\frac{V_1^2}{2g}$. Die Summe beider Arbeitsgrössen kann man der Arbeit

beim $\frac{m}{(m-1) \gamma} \cdot \left[p - p_0 \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{1}{m}} \right]$ gleich setzen, welche nach § 372, 2 durch die Elasticität der Luft im Gefässe, sowie durch die Elasticität der ausströmenden Luft, wenn dieselbe bis zur Spannung der äusseren Luft expandirt, der Gewichtseinheit ertheilt wird. Aus der Gleichung $\frac{V_1^2}{2g} + \xi \frac{l d_1^4}{d^5} \frac{V_1^2}{2g} = \frac{m}{(m-1) \gamma} \left[p - p_0 \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{1}{m}} \right]$ folgt der oben für V_1 angegebene Werth. Der Werth für G folgt aus der zwar nahe liegenden, aber noch nicht hinreichend begründeten Annahme, dass durch die Reibung in der Röhre die Menge der ausströmenden Luft in demselben Verhältniss als ihre Geschwindigkeit vermindert werde.

§ 375. Stoss und Widerstand der Luft.

1) Für den Stoss und den Widerstand der Luft gelten im Allgemeinen dieselben Gesetze, wie für den Stoss und den Widerstand des unbegrenzten Wassers. Die Formel $P = \zeta \gamma f \frac{v^2}{2g}$ aus § 342 gilt auch hier, wenn P die Kraft des Stosses oder des Widerstandes, f die Grösse der ebenen gestossenen oder widerstehenden Fläche, v die Geschwindigkeit der Bewegung und γ das Gewicht der Volumeinheit Luft, ζ den von dem Querschnitt f und der Länge des Körpers abhängigen Erfahrungscoëfficienten bezeichnet, dessen Werth aus § 342 zu entnehmen ist. Ist die getroffene Fläche nicht eben, sondern conisch, cylindrisch oder kugelförmig gestaltet, so kann man ausser ζ noch die § 339, 3 berechneten Factoren dem obigen Ausdrücke zufügen.

Eigentlich gilt die obige Formel nur für mässige Geschwindigkeiten. Bei grösseren Geschwindigkeiten findet an der Vorderfläche des Körpers eine grössere und an der Hinterfläche eine geringere Dichte der Luft statt, so dass für γ dann ein grösserer Werth γ' zu setzen wäre. Duchenin schlägt vor, in diesem Falle $\gamma' = \gamma \left(1 + \frac{v}{c}\right)$ zu setzen und für c die Geschwindigkeit zu nehmen, mit welcher die Luft in den luftleeren Raum einströmt. Setzen wir nach § 372, 1 $c = 1257$ oder einfacher 1250, so wäre $\gamma' = \gamma \left(1 + \frac{v}{1250}\right) = \gamma (1 + 0,0008 v)$, für $v > 1250$ soll man aber $\gamma' = 2 \gamma$ setzen.

2) Streng genommen giebt der Stoss einer elastischen Flüssigkeit einen doppelt so grossen Druck, als der einer unelastischen unter gleichen Verhältnissen. Trifft ein Luftstrom von der Dichte γ und dem Querschnitt f mit der Geschwindigkeit v eine ebene Tafel rechtwinklig und weicht diese Tafel mit der Geschwindigkeit c aus, so kann man annehmen, dass in jedem Augenblicke eine unendlich kleine Luftwelle die Tafel trifft und für die Geschwindigkeit der stossenden Luftwelle nach dem Stosse findet man nach § 286: $v' = v - 2(v - c) = 2c - v$. Da jetzt kein Verlust an lebendiger Kraft stattfindet, so ist jetzt die an die Tafel übertragene Arbeit Pc gleich der Differenz der lebendigen Kräfte; ist nun q das in der Sekunde zum Stoss kommende Luftgewicht, so ist

$$Pc = q \frac{v^2}{2g} - \frac{q v'^2}{2g} = \frac{q v^2 - q (2c - v)^2}{2g} = 4q \frac{c(v - c)}{2g}, \text{ also } P =$$

$$4q \cdot \frac{v - c}{2g}. \text{ Nach § 339 war für den unelastischen Wasserstoss } P =$$

$$2q \cdot \frac{v - c}{2g},$$

Dieses Verhältniss wird besonders bei dem schiefen Luftstoss zu beachten sein, weil beim geraden Luftstoss dieser Gewinn an Druck wieder dadurch ausgeglichen wird, dass die zurückspringende Luft die nach-

folgende hindert, weshalb dann mehr die Verhältnisse der Ablenkung einer flüssigen Masse (§ 340) eintreten.

3) Poncelet nimmt an, dass Stoss und Widerstand der Luft nicht mit f , sondern mit $f^{1,1}$ proportional sind. — Nach demselben kann man den Luftwiderstand, den die Schaufeln eines Wasserrades finden, wenn n die Schaufelzahl und f die Schaufelfläche in QF. bezeichnet, $0,0023 n f v^2$ setzen. — Nach Redtenbacher kann man den Luftwiderstand, den ein Bahnzug bei der Geschwindigkeit v findet, wenn F die Vorderfläche der Locomotive, f die eines Bahnwagens und n die Anzahl der letzteren bezeichnet, gleich $0,00136 (F + \frac{1}{4} n f) v^2$ setzen. Hierbei kann man F zu 70—80 QF., f zu 40 QF. annehmen.

Aufgabe 132. Es bewege sich ein Körper vom Gewicht G in einem widerstrebenden Mittel, Luft oder Wasser; er werde in der Richtung der Bewegung von einer constanten Kraft P beschleunigt. In welcher Zeit t wird seine Geschwindigkeit von v_0 bis v_n wachsen, und welcher Weg s wird in dieser Zeit zurückgelegt? Querschnitt f des Körpers und Widerstandscoefficient ζ seien bekannt.

Auflösung. Ist in einem Augenblick von der Dauer τ die Geschwindigkeit v , so ist der Widerstand des Mittels gleich $\zeta \gamma f \frac{v^2}{2g}$, also die bewegende Kraft $P - \zeta \gamma f \frac{v^2}{2g} = P (1 - \alpha v^2)$, wenn wir der Kürze wegen $\frac{\zeta \gamma f}{2gP} = \alpha$ setzen. Die Beschleunigung ist daher jetzt nach § 230:

$\frac{Pg(1 - \alpha v^2)}{G}$; wächst nun die Geschwindigkeit v in der Zeit τ um φ , so ist wegen der Kleinheit der Zeit zu setzen: $\varphi = \frac{Pg(1 - \alpha v^2)}{G} \tau$, also

$\tau = \frac{G \varphi}{Pg(1 - \alpha v^2)}$. Ist σ der in der Zeit τ zurückgelegte Weg, so

kann man in dieser Zeit v als unveränderlich setzen, und es ist dann $\sigma = v \tau = \frac{G v \varphi}{Pg(1 - \alpha v^2)}$. Die Werthe für t und s kann man nur durch Summirung der einzelnen Werthe finden, die man für τ und σ erhält, wenn man nach und nach v_1 in v_2 durch fortwährende Zunahme um ein kleines φ übergehen lässt; vereinfacht wird die Summirung durch die Simpson'sche Regel. Denkt man sich den Abstand $v_n - v_0$ in eine gerade Anzahl gleicher Theile getheilt, so dass n eine gerade Zahl ist, und bezeichnet man mit $v_1, v_2, v_3 \dots$ die in gleichen Ab-

ständen $\frac{v_n - v_0}{n}$ auf einander folgenden Geschwindigkeiten, so ist nach der Simpson'schen Regel:

$$t = \frac{G(v_n - v_0)}{3nPg} \left[\frac{1}{1 - \alpha v_0^2} + \frac{4}{1 - \alpha v_1^2} + \frac{2}{1 - \alpha v_2^2} + \frac{4}{1 - \alpha v_3^2} + \dots + \frac{1}{1 - \alpha v_n^2} \right];$$

$$s = \frac{G(v_n - v_0)}{3nPg} \left[\frac{v_0}{1 - \alpha v_0^2} + \frac{4v_1}{1 - \alpha v_1^2} + \frac{2v_2}{1 - \alpha v_2^2} + \frac{4v_3}{1 - \alpha v_3^2} + \dots + \frac{v_n}{1 - \alpha v_n^2} \right].$$

Diese Formeln geben um so genauere Resultate, je grösser die gerade Zahl n genommen wird. Kommen grosse Geschwindigkeitsveränderungen vor, so kann man den Coefficienten α auch der Geschwindigkeit v angemessen sich ändern lassen. Ist die Bewegung eine verzögerte,

was der Fall ist, wenn P eine hemmende Kraft ist, dann nehmen die Nenner der einzelnen Brüche die Form $1 + \alpha v^2$ an.

§ 376. Vermischte Aufgaben.

359. Aus einem Raume, in welchem sich Luft von 10°C . und einer Spannung von $29''$ Quecksilber befindet, fliesst durch eine Oeffnung von 1 QZ . die Luft in einen Raum, in welchem der Barometerstand 28 Zoll beträgt. Wie gross ist 1) die Ausflussgeschwindigkeit V in der Oeffnung; 2) die Ausflussgeschwindigkeit V' nach der Expansion; 3) das Gewicht G der in der Sekunde ausgeflossenen Luft, wenn $\mu = 0,62$ ist; 4) die Temperatur t_0 der ausgeflossenen Luft nach der Expansion? Aufl. 1) $V = 237,78'$. 2) $V' = 342,2'$. 3) $0,0792 \text{ Pfd}$. 4) $8,021^\circ \text{C}$.

360. In einem Gefässe von 1000 KF . Inhalt befinde sich Luft von 10° Temperatur und $10''$ Manometerdruck. Durch eine Oeffnung von 1 QZ . fliesst bei einem Contractionscoefficienten von $0,62$ die Luft in einen Raum, in welchem ein Barometerstand von $28''$ sich vorfindet. Es soll berechnet werden: 1) in welcher Zeit z der Manometerstand im Gefässe um $4''$ gefallen ist; 2) welches Gewicht an Luft in dieser Zeit ausgeflossen ist; 3) welches die Temperatur (t_1) am Ende dieser Zeit im Gefässe ist; 4) welche Temperatur (t_2) die ausgeflossene Luft nach ihrer Expansion im Anfange des Ausflusses und 5) welche (t_3) sie am Ende desselben hat? Aufl. 1) $z = 32,25''$. 2) $7,6915 \text{ Pfd}$. 3) $1,19^\circ$. 4) -12° . 5) $-13,83^\circ$.

361. Im Regulator eines Gebläses beträgt der Ueberdruck der Luftspannung $3,1 \text{ Zoll}$ Quecksilber, die Temperatur ist 20°C . Von hieraus führt eine 320 F . lange und 4 Zoll weite Röhrenleitung, die am Ende eine Mündung von 2 Zoll Durchmesser hat. Mit welcher Geschwindigkeit (V) fliesst aus dieser die Luft aus und wie viel Luft (G) liefert dieselbe in der Sekunde? Die Barometerhöhe der äusseren Luft betrage $27,2''$. Aufl. $V = 265,18'$. $G = 0,42103 \text{ Pfd}$., oder $6,0079 \text{ KF}$. Luft unter der Spannung der äusseren Atmosphäre. (Weisbach löst in seiner „Ingenieur- u. Maschinenmechanik“ diese Aufgabe nach den alten Formeln, so dass er unter Berücksichtigung der Widerstände, die die Luft beim Eintritt in die Röhre und aus dieser in die Düse finden, erhält: $V_1 = 257,8$ und $5,61 \text{ Kubikfuss}$.)

362. Auf horizontaler Eisenbahn bewegt sich ein Zug, bestehend aus einer Locomotive und 12 Wagen , mit $20'$ Geschwindigkeit in dem Augenblicke, als der Dampf abgestellt wird. Wie weit und wie lange wird der Zug noch laufen, wenn ausser der Reibung, deren Coefficient $\frac{1}{250}$ sei, noch der Luftwiderstand in Rechnung genommen wird? Die Locomotive habe ein Gewicht von 600 Ctr . und jeder Wagen eins von 160 Ctr ., die Vorderseite der Locomotive habe 80 , die jedes Wagens 40 QF . Aufl. Nimmt man $n = 10$, so folgt $s = 1515,15'$, $t = 154,6''$. (Ohne Berücksichtigung des Luftwiderstandes wurde diese Aufgabe im § 230 berechnet und dort $s = 1600'$, $t = 160''$ gefunden.)

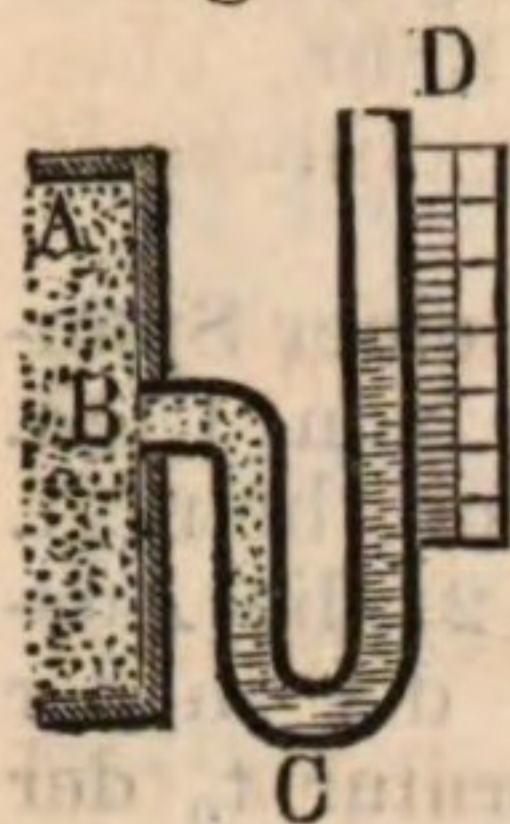
Dreiundzwanzigstes Kapitel.

Aeromechanische Apparate und Maschinen.

§ 377. Manometer.

1) Manometer sind Instrumente, durch welche die Spannung von Gasen oder Dämpfen, die in einem Gefässe sich befinden, gemessen wird. Die gebräuchlichsten sind die Quecksilbermanometer, bei welchen die Spannung des eingeschlossenen Gases an dem Stande einer vertikalen Quecksilbersäule gemessen wird. Die Quecksilbersäule befindet sich in einer Röhre, welche entweder oben offen oder geschlossen ist. Hier-nach werden die Manometer eingetheilt in offene und geschlossene.

Fig. 363.



Das Princip aller Manometer besteht darin, dass man den Druck der eingeschlossenen Luft gegen irgend einen starren oder flüssigen Körper wirken lässt und dann die Grösse dieses Druckes zu bestimmen sucht. Das Quecksilber empfiehlt sich hierzu vorzugsweise deshalb, weil es durch seine Flüssigkeit einen vollkommenen Abschluss giebt, so dass man die Spannung messen kann, ohne irgend einen Theil des Gases dabei zu verlieren, und weil es durch seine Schwere gleich als Gegengewicht zu dem zu messenden Drucke gebraucht werden kann.

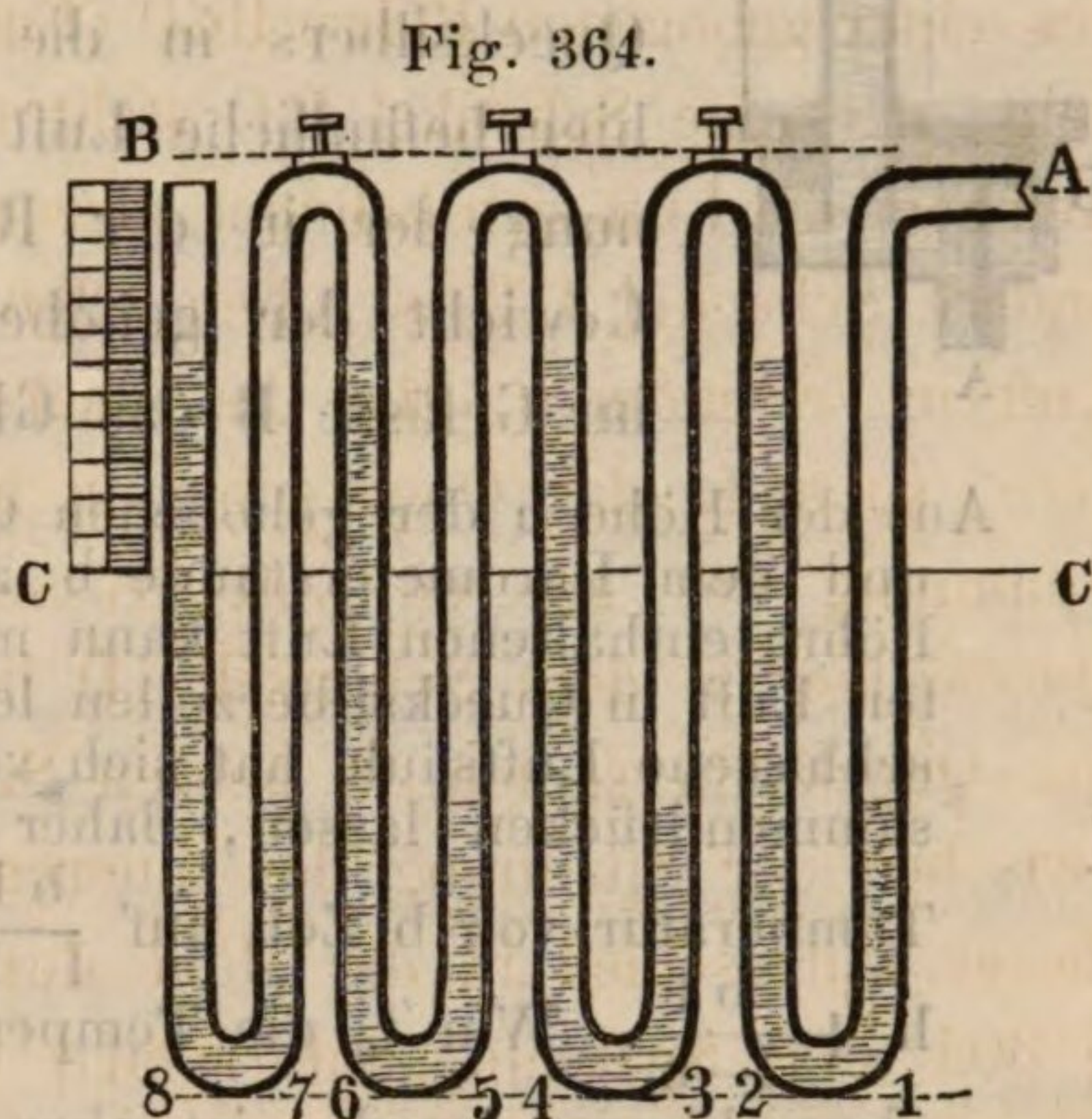
2) Offenes Manometer. Dasselbe besteht in seiner einfachsten Gestalt aus einer gebogenen Röhre BCD (Fig. 363) mit parallelen vertikalen Schenkeln; der eine Schenkel BC steht mit dem Gefässe A in Verbindung, in welchem die Luft sich befindet, deren Spannung gemessen werden soll; der andere Schenkel CD ist oben offen, steht also mit der atmosphärischen Luft in Verbindung. Hat die innere Luft dieselbe Spannung als die äussere, so steht das Quecksilber in beiden Schenkeln gleich hoch; ist die Spannung der inneren Luft grösser als die der äusseren, so steht das Quecksilber in dem Schenkel CD höher als im anderen, der Unterschied der Quecksilbersäulen in beiden Schenkeln giebt dann den Unterschied zwischen der Spannung der inneren und der äusseren Luft an. Beträgt dieser Unterschied in der Höhe des Quecksilbers h Zoll, so beträgt nach § 361 der Spannungsunterschied $0,0344 h$ Atmosphäre oder $0,486 h$ Pfund auf den Quadratzoll.

Zu dem Manometer gehört noch eine Vorrichtung zum Messen des Quecksilberstandes. Sind die Schenkel des Manometers aus Glas, so kann man durch eine am längeren Schenkel angebrachte Skala den Quecksilberstand unmittelbar ablesen. Sind beide Schenkel gleich weit, so steigt das Quecksilber in dem einen Schenkel um eben so viel, als es im anderen fällt, der Abstand der beiden Quecksilberspiegel von einander ändert sich also stets um das Doppelte von der Länge, um welche das Quecksilber seinen Stand in dem einen Schenkel ändert. Die Abtheilungen auf der Skala, welche Quecksilberzolle angeben sollen, können also nur die Länge von halben Zollen haben; soll aber die Skala den Ueberdruck der äusseren Luft in Pfunden auf den Quadratzoll angeben, so wird die Einheit der Theilung die Länge $0,5 : 0,486 = 1,029$ Zoll lang sein müssen. Da das offene Manometer nur den Ueberdruck über die Spannung der Atmosphäre angiebt, so muss man noch den Barometerstand beobachten, wenn man die absolute Spannung der Luft kennen will. Handelt es sich nur um geringe Druckdifferenzen, so kann man statt des Quecksilbers auch Wasser nehmen, wobei dann für gleiche Drucke die Abtheilungen der Skala 13,6 mal so gross ausfallen, als beim Quecksilbermanometer. — Bei Dampfkesseln macht man die Manometerröhren aus Gusseisen und macht den Stand des Quecksilbers mit Hülfe eines Schwimmers kenntlich. Dieser von dem Quecksilber des offenen Schenkels getragene Schwimmer trägt entweder einen Stift, der aus der Röhre hervorragt und hier auf einer Skala den Quecksilberstand angiebt, oder es geht von ihm ein Faden aus, der ausserhalb der Röhre um eine leichte feste Rolle geht und an seinem Ende ein kleines Gegengewicht trägt. Dieses Gegengewicht macht in umgekehrter Weise die Bewegungen des Quecksilbers im längeren Schenkel mit und zeigt an einer Skala den Stand desselben an. — Das Manometer Fig. 363 ist seiner Gestalt nach ein Hebermanometer, man kann ihm

aber auch die Gestalt eines Gefässmanometers geben, wie Fig. 365 zeigt, wenn man sich die dort verschlossen angenommene Röhre oben offen denkt. In diesem Falle giebt die Steigung des Quecksilbers in der Röhre direct die Vermehrung des Druckes an.

3) Differential-Manometer. Das offene Manometer giebt den gesuchten Ueberdruck genau und sicher an, fällt aber für starke innere Pressungen sehr lang aus. Dieser Uebelstand wird durch das Differential-Manometer vermieden, welches aus einem Systeme paralleler und mit einander verbundener Röhren besteht. Die Anordnung zeigt Fig. 364;

bei A steht das Röhrensystem mit dem Gefäss (Dampfkessel), bei B mit der atmosphärischen Luft in Verbindung. Die einzelnen Röhren sind gleichmässig unten mit Quecksilber und oben mit Wasser angefüllt; wenn von beiden Seiten her gleiche Drucke auf diese Flüssigkeiten wirken, so stellt sich das Quecksilber in allen Röhren gleich hoch, so dass alle Quecksilberstände in die Gerade C C fallen; ist aber der Druck von der im Gefässe eingeschlossenen



Luft grösser als der von der äusseren Luft her wirkende, so sinkt das Quecksilber in der 1., 3., 5., 7. Röhre und steigt in der 2., 4., 6. und 8. Röhre; an der letzten Röhre misst man diese Steigung und schliesst daraus auf die Grösse des wirkenden Ueberdruckes.

Das Instrument bestehe aus n ($\frac{n}{2}$ Paar) Röhren und an der Skala sei

eine Steigung des Quecksilbers um h Zoll beobachtet. In der vorletzten Röhre ist das Quecksilber um h Z. gefallen, es steht also in diesem Röhrenpaar eine Quecksilbersäule von $2h$ Zoll einer ebenso grossen Wassersäule gegenüber. Da die Flüssigkeiten nicht zusammen-drückbar sind, so verschieben sich die Quecksilber- und Wassermassen stets gleichmässig, weshalb in jedem Röhrenpaar eine Quecksilbersäule von $2h$ Zoll einer eben so hohen Wassersäule gegenüber steht. Im Ganzen stehen nun $n h$ Zoll Quecksilber $n h$ Zoll Wasser gegenüber; ist nun s das specifische Gewicht des Quecksilbers, so entsprechen die

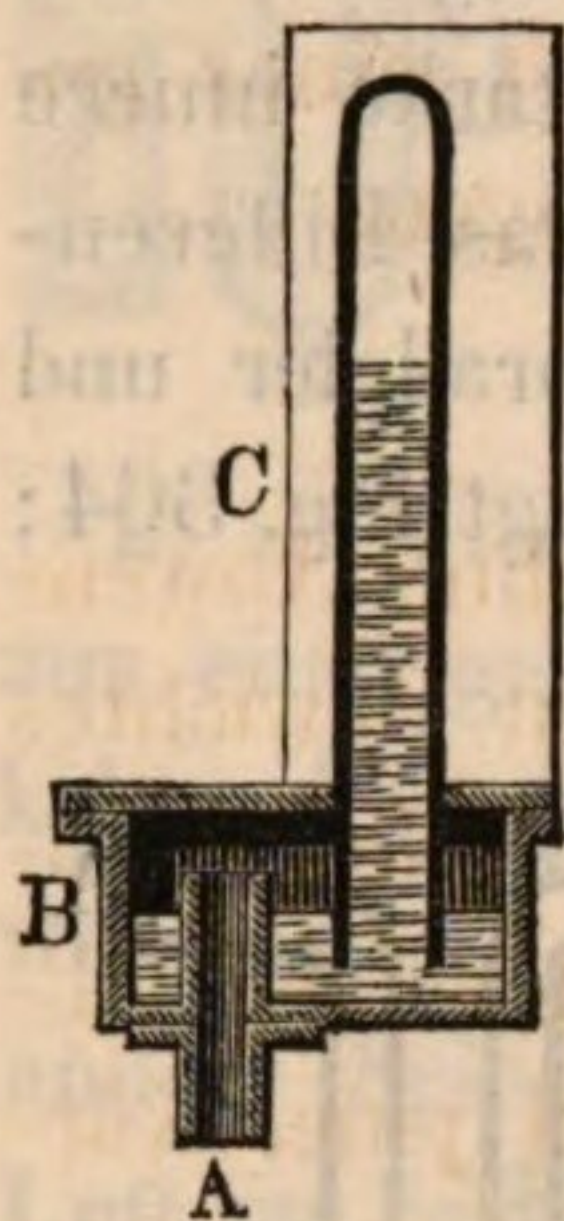
$n h$ Zoll Wassersäule einer Quecksilbersäule von $\frac{n h}{s}$ Z., weshalb noch eine Quecksilbersäule von $n h - \frac{n h}{s} = \frac{s-1}{s} n h$ übrig bleibt; dieser wird durch den Ueberdruck der inneren Luft das Gleichgewicht gehalten; beträgt dieser Ueberdruck p Quecksilberzoll, so ist $\frac{s-1}{s} n h$

$= p$. Nun ist $s = 13,6$, also ist $p = 0,9265 n h$. Hiernach ist p zu berechnen, wenn die Skala in Zollen angegeben ist; soll aber die Skala den Ueberdruck direct angeben, so ist die Einheit der Theilung gleich

$$\frac{1}{0,9265 n} = \frac{1,0794}{n} \text{ zu machen.}$$

4) Geschlossenes oder Luftmanometer. Das Gefäss B, zum Theil mit Quecksilber gefüllt, steht durch die Röhre A mit dem Gefäss

Fig. 365.



in Verbindung, in welchem sich die comprimirte Luft befindet; in das Quecksilber taucht die oben geschlossene und mit Luft gefüllte Glasröhre C, welche luftdicht den Deckel des Gefässes durchdringt. Anfangs steht das Quecksilber im Gefässe B so hoch als in der Röhre C; steigt aber die Spannung der Luft in B, so wird ein Theil des Quecksilbers in die Röhre hinaufgedrückt, wodurch die hier befindliche Luft zusammengedrückt wird. Die Spannung der in der Röhre eingeschlossenen Luft und das Gewicht der gehobenen Quecksilbersäule halten der Luft im Gefässe B das Gleichgewicht.

Aus der Höhe h der gehobenen Quecksilbersäule, der Länge l der Röhre und dem Barometerstande b zur Zeit der Abschliessung der in der Röhre enthaltenen Luft kann man die Spannung p der in B eingeführten Luft in Quecksilberzollen leicht angeben. Die in der Röhre eingeschlossene Luftsäule hat sich von der Länge l auf die Länge $l-h$ zusammendrücken lassen, daher ist ihre Spannung bei unveränderter

Temperatur von b Zoll auf $\frac{b l}{l-h}$ Zoll gestiegen. Es ist demnach: $p = h + \frac{b l}{l-h}$. War t_0 die Temperatur der Luft, welche in der Röhre C

abgeschlossen wurde, ist aber t ihre Temperatur im Augenblicke der

Beobachtung, so ist die Spannung der eingeschlossenen Luft $\frac{b l}{l-h} \cdot \frac{1 + \alpha t}{1 + \alpha t_0}$, also ist dann: $p = h + \frac{b l}{l-h} \cdot \frac{1 + \alpha t}{1 + \alpha t_0}$. Dieser Manometer ist

nicht sehr brauchbar, weil für hohe Spannungen die Theilungen der Skala zu klein ausfallen, auch der Einfluss der Temperatur ein bedeutender ist.

5) Man kann auch das Sicherheitsventil als Manometer einrichten, in dem man das Gegengewicht auf dem Ventilhebel so weit verschiebt, bis das Ventil von innen durch den Druck des eingeschlossenen Gases gehoben wird. Aus der Grösse des Ventils, der Grösse des Gewichts und der Länge des Hebels kann man dann die Stärke der Spannung berechnen. Oder man lässt das Sicherheitsventil durch eine Spiralfeder niedergedrückt werden, welche man mittelst einer Schraube reguliren kann. Man mindert nun mittelst der Schraube den Federdruck so weit, bis sich das Ventil hebt. Hat man nun vorher auf empirischem Wege die Federkraft für die verschiedenen Stadien ihrer Zusammenpressung festgestellt, so kann man jetzt aus der Stellung der Regulatorschraube auf die Spannung des Gases schliessen. Bei dem Bourdon'schen Metallmanometer lässt man das comprimirte Gas in eine gebogene und am Ende geschlossene Messingröhre eintreten; durch die Spannung des Gases streckt sich die Röhre mehr oder weniger, ihre Bewegung kann ent-

weder direct oder mittelst eines Hebels auf einer Skala bemerklich gemacht und danach die Spannung des Gases bestimmt werden. Bei dem Manometer von Schäffer und Budenberg wirkt der Dampf gegen eine ringförmig gewellte Stahlplatte; die geringe Durchbiegung derselben wird durch eine Stange auf einen Hebel und durch diesen mittelst eines gezahnten Bogens und eines Getriebes auf einen Zeiger übertragen.

§ 378. Aerostat.

Ein Aerostat (Luftballon, Luftschiff) ist ein Körper, der ohne Anwendung einer besonderen Kraft, blos in Folge seines geringen Gewichtes in der Luft aufsteigen kann und von ihr in einer gewissen Höhe getragen wird. Auch in der Luft verliert ein Körper so viel von seinem absoluten Gewicht, als eine gleichgrosse Menge Luft wiegt, weil jeder Körper von der Luft einen Auftrieb erleidet, der gleich diesem Luftgewicht ist. Ist nun bei irgend einem Körper das eigene Gewicht geringer als das Gewicht eines gleichen Volumens atmosphärischer Luft, so wird er von der Luft gehoben. Da aber die atmosphärische Luft mit steigender Entfernung von der Erdoberfläche dünner und also leichter wird, so wird endlich der aufsteigende Körper zum Stillstand kommen, sobald der Auftrieb seinem Gewichte gleich geworden ist.

Der Haupttheil eines Aerostaten besteht aus einer kugelförmigen Blase, die aus leichten Stoffen (Papier, Collodium, gefirnisstem Seidenzeug) angefertigt und mit einer leichten Luftart angefüllt ist. Zur Füllung nimmt man entweder erwärmte Luft (Montgolfier), oder Wasserstoffgas (Charles), oder Leuchtgas (Green). Ist der Ballon gross, so trägt die eingeschlossene leichte Luft nicht blos ihre Hülle, sondern kann mittelst einer Gondel, die durch ein Netz von Schnüren an den Ballon gehängt wird, auch Menschen und andere Lasten heben. Ist V das Volumen des Ballons, γ die Dichte der atmosphärischen Luft, γ' die des Gases, mit welchem der Ballon gefüllt wird, ist G das Gewicht der Hülle, Schnüre, Gondel und der übrigen zu hebenden Last, so ist $G + V\gamma'$ das Gesamtgewicht des Aerostaten, $V\gamma$ aber das Gewicht der verdrängten äusseren Luft. Damit nun der Aerostat über-

haupt steige, muss $V\gamma > G + V\gamma'$, also $V > \frac{G}{\gamma - \gamma'}$ sein; dass $\gamma > \gamma'$ ist, versteht sich von selbst. Die Steigkraft ist dann $V(\gamma - \gamma') - G$; mit dieser Kraft würde der aufsteigende Ballon anfangs beschleunigt werden, seine Geschwindigkeit kann aber nur bis dahin wachsen, wo der Luftwiderstand gleich der Steigkraft ist. Ist d der horizontale Durchmesser des Ballons, so kann man den Luftwiderstand für den mit der Geschwindigkeit v aufsteigenden Ballon gleich

$\xi \frac{d^2 \pi}{4} \gamma \cdot \frac{v^2}{2g}$ setzen, wo ξ der Widerstandscoëfficient ist. Aus der

Gleichsetzung dieser Kraft mit der Steigkraft würde nun folgen $v =$

$$\sqrt{\frac{8g[V(\gamma - \gamma') - G]}{\xi d^2 \pi \gamma}}.$$

Steigt der Ballon aus einer Region, in welcher der Barometerstand b ist, in eine höhere, wo er b' ist, und man beachtet die etwa gleichzeitig eingetretenen Temperaturveränderungen nicht, so will sich die in dem Ballon eingeschlossene Luft von dem

Volumen V auf das Volumen $\frac{V b}{b'} = V + \frac{b-b'}{b'} V$ ausdehnen, damit nun die Pressung der eingeschlossenen Luft nicht zu gross werde und die leichte Hülle nicht zersprengt, muss das Volumen $\frac{b-b'}{b'} V$ der eingeschlossenen Luft mittelst Klappenventile herausgelassen werden; dann ist aber die Dichte der eingeschlossenen Luft nur noch $\frac{b'}{b} \gamma'$, die der äusseren Luft ist aber $\frac{b'}{b} \gamma$. Hieraus folgt nun, dass die Steigkraft nur noch $\frac{V b'}{b} (\gamma - \gamma') - G$ ist. Der Ballon steigt nicht mehr, wenn diese Steigkraft verschwindet; dann ist $\frac{b'}{b} = \frac{G}{V (\gamma - \gamma')}$. Ist nun h die Steighöhe des Aerostaten, so ist nach § 370: $h = A (a + t) \log. \text{nat.} \frac{b}{b'}$. Hier ist $A = 92,87$, $a = 272,48$ und t die mittlere Temperatur der äusseren Luft.

Um nicht das Herauslassen von eingeschlossenem Gas sogleich nöthig zu machen, füllt man den Ballon anfangs nicht vollständig. Angenommen, er werde zunächst nur auf das $\frac{n}{m}$ -fache seines Volums gefüllt, so ist die anfängliche Steigkraft $\frac{n}{m} V (\gamma - \gamma') - G$. Während des Steigens dehnt sich die eingeschlossene Luft aus; da aber in demselben Verhältniss, als das Volumen des Balles zunimmt, γ und γ' abnehmen, so bleibt die Steigkraft dieselbe; ist b'' der Barometerstand in der Höhe h' , in welcher der Ballon vollständig aufgebläht sein wird, so ist $\frac{b''}{b} = \frac{n}{m}$, und $h' = A (a + t) \log. \text{nat.} \frac{b}{b''} = A (a + t) \log. \text{nat.} \frac{m}{n}$.

Obwohl reines Wasserstoffgas über 14mal leichter als atmosphärische Luft ist, so kann man doch das zur Füllung von Aerostaten verwendete Wasserstoffgas wegen seiner geringen Reinheit nur als $5\frac{1}{4}$ mal leichter als die atmosphärische Luft annehmen; Leuchtgas ist dagegen nur 2–3mal leichter als letztere. — Bei dem Luftwiderstande, den eine bewegte Kugel findet, kann man $\zeta = 2,5$ setzen.

§ 379. Saugpumpe.

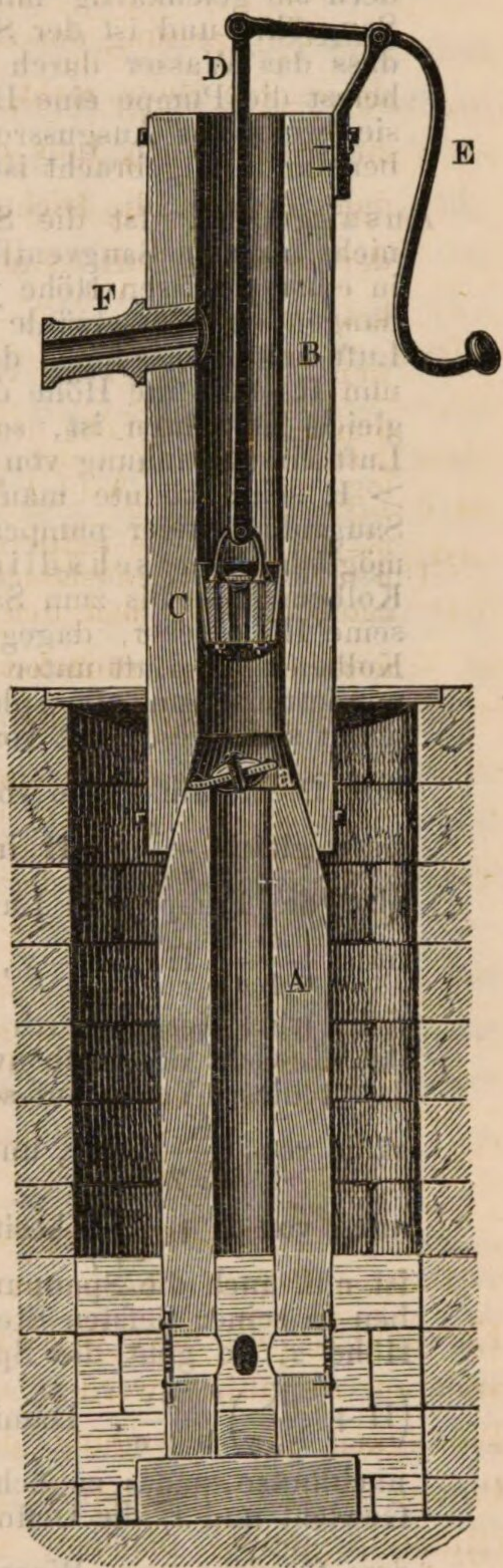
1) Eine Pumpe überhaupt ist eine Arbeitsmaschine, durch welche eine Flüssigkeit, Luft oder Wasser, von einem Orte fortgenommen und einem anderen zugeführt werden soll. Luft- und Wasserpumpen. Wird der Flüssigkeit die Bewegung durch einen Kolben ertheilt, so heisst die Pumpe eine Kolbenpumpe; der Kolben kann eine rotirende Bewegung (Rotationspumpe) machen, oder eine geradlinig hin- und hergehende (Kolbenpumpe im engeren Sinne). Ist bei einer gewöhnlichen Kolbenpumpe der Kolben durchbohrt, so heisst die Pumpe Saugpumpe, ist er massiv, so heisst sie Druckpumpe.

2) Fig. 366 stellt eine Saugpumpe in ihrer einfachsten Einrichtung dar. Die wesentlichen Theile sind: 1) das Saugrohr A, welches mit seinem unteren Ende in das zu hebende Wasser reicht und an seinem oberen mit einem nach oben sich öffnenden Saugventil a verschlossen werden kann; 2) das Kolbenrohr B oder der Pumpenstiefel; er ist unten luftdicht mit dem Saugrohr verbunden; 3) der Kolben C; er ist in der

Richtung der Stiefelaxe durchbohrt, und die Durchbohrung ist mit einem Ventil bedeckt; er erhält seine auf- und abgehende Bewegung mittelst der Kolbenstange D und des Bewegungshebels E; 4) das Ausgussrohr F. Befindet sich noch kein Wasser in der Pumpe und steigt der Kolben, so entsteht zuerst in dem Raume zwischen dem Kolben und dem Saugventil ein luftverdünnter Raum; der Ueberdruck der Luft im Saugrohr hebt nun das Ventil a, und bei der jetzt im Saugrohr eingetretenen Luftverdünnung treibt der Druck der äusseren Luft das Wasser in der Saugröhre aufwärts. Geht der Kolben abwärts, so schliesst sich das Saugventil, das Wasser im Saugrohr bleibt in der erlangten Höhe stehen, die Luft aber unter dem Kolben wird zuletzt comprimirt, hebt das Kolbenventil und entweicht durch dasselbe. Da mit dem Aufsteigen des Kolbens ein Steigen des Wassers verbunden ist, so wird dasselbe, wenn das Saugrohr nicht zu lang ist, endlich auch in den Stiefel gelangen. Dann wird der niedergehende Kolben auch das Stiefelwasser erreichen, auf dasselbe drücken, so dass dasselbe durch die Kolbendurchbohrung geht und über den Kolben gelangt. Das Kolbenventil verhindert beim Aufsteigen des Kolbens das Zurückfliessen des Wassers, dasselbe wird daher gehoben, bis es das Ausgussrohr erreicht.

Damit nicht gröbere Unreinigkeiten mit dem Wasser in das Saugrohr gelangen und später die Wirksamkeit der Ventile stören, ist die Eintrittsöffnung mit einem Sieb bedeckt. Wird die Pumpe aus Holz ausgeführt, so nimmt man in der Regel lederne und ausgesteifte Klappenventile, bei Ausführung in Metall sind aber Kegelventile gebräuchlicher, auch kann im Kolben ein Kugelventil angebracht werden. Der Kolben kann nur einmal oder mehrmal durchbohrt sein, im letzten Falle können entweder alle Durchbohrungen von einer Ventilklappe bedeckt werden, oder jede Durchbohrung hat ihr eigenes Ventil. Weil die Kolbenstange bei einfachen Pumpen keine Geradföhrung erhält und vom Bewegungshebel eine etwas oscillirende Bewegung bekommt,

Fig. 366.



so ist es vortheilhaft, sie nicht mit dem Kolben fest zu verbinden, sondern sie gelenkartig mit einem Kolbenbügel zu verbinden. Fehlt die Saugröhre und ist der Stiefel unmittelbar in den „Sumpf“ gesetzt, so dass das Wasser durch sein eigenes Gewicht das Saugventil hebt, so heisst die Pumpe eine Hebepumpe; eine Saug- und Hebepumpe heisst sie, wenn das Ausgussrohr nicht in der Nähe über dem höchsten Kolbenstande angebracht ist, sondern in grösserer Höhe.

Ansaughöhe. Ist die Saugröhre zu lang, so kann man das Wasser nicht bis zum Saugventil heben, sondern es bleibt unterhalb desselben in einer gewissen Höhe y stehen. Das Gewicht der in der Saugröhre hangenden Wassersäule und die Spannung der darüber befindlichen Luft halten zusammen dem Atmosphärendrucke das Gleichgewicht; ist nun $H = 33'$ die Höhe der Wassersäule, die dem Atmosphärendrucke gleich zu achten ist, so hat die über der Wassersäule y befindliche Luft eine Spannung von $H - y$ F. Wassersäule. Es kann also y nicht $> H$ sein; könnte man aber mit dem Kolben den Stiefel und das Saugrohr luftleer pumpen, so würde $y = H$ sein, das ist aber nicht möglich. Der schädliche Raum ist der Stiefelraum vom tiefsten Kolbenstande bis zum Saugventil; er lässt sich nicht ganz vermeiden, seine Höhe sei σ , dagegen sei s die Hubhöhe des Kolbens. Hat der Kolben noch Luft unter sich, so ist diese beim tiefsten Kolbenstande mindestens von atmosphärischer Dichte. Hebt sich der Kolben, so dehnt sich diese Luft von dem Volumen σ auf das Volumen $s + \sigma$ aus, ihre Dichte sinkt also von 1 bis auf $\frac{\sigma}{s + \sigma}$, und ihre Spannung ist noch gleich $\frac{\sigma}{s + \sigma} \cdot H$ in Wassersäulen. Bis zu diesem Grad kann also die Pumpe die Luft unter dem Kolben verdünnen. Setzen wir nun $\frac{\sigma}{s + \sigma} \cdot H = H - y$, so folgt $y = \frac{s}{s + \sigma} \cdot H$. Noch weiter modificirt wird dieser Werth durch das Gewicht der beiden Ventile. Ist K das Gewicht des Kolbenventils und F_1 die Oeffnung dieses Ventils, so lastet dieses Ventil auf seiner Oeffnung mit dem Gewicht einer Wassersäule von $\frac{K}{F_1 \gamma}$ Höhe, und die Luft unter dem Kolben muss eine Spannung von $H + \frac{K}{F_1 \gamma}$ besitzen, wenn sie das Ventil öffnen soll. So gross ist nun auch die Spannung zu setzen, welche die Luft unter dem Kolben in seiner tiefsten Stellung hat; hebt sich nun der Kolben um die Höhe s , so geht die Spannung der Luft unter dem Kolben über in $\left(H + \frac{K}{F_1 \gamma}\right) \frac{\sigma}{s + \sigma}$. Damit nun aus dem Saugrohr Luft in den Stiefel nachflesse, muss zunächst das Saugventil gehoben werden. Ist k das Gewicht und f_1 die Oeffnung des Saugventils, so ist sein Druck gleich dem Gewicht einer Wassersäule von der Höhe $\frac{k}{f_1 \gamma}$; um diesen Werth könnte nun die Luft im Saugrohr stärker gespannt sein, als die im Kolben beim höchsten Stande desselben, ohne dass das Saugventil gehoben würde und ein weiteres Steigen des Wassers stattfände. Setzen wir nun: $\left(H + \frac{K}{F_1 \gamma}\right) \frac{\sigma}{s + \sigma} + \frac{k}{f_1 \gamma} = H - y$, so folgt: $y = H \cdot \frac{s}{s + \sigma} - \frac{1}{\gamma} \left[\frac{K}{F_1} \cdot \frac{\sigma}{s + \sigma} + \frac{k}{f_1} \right]$. Je grösser also der schädliche Raum und je kleiner die Hubhöhe, je schwerer die Ventile und je kleiner die Ventilöffnungen sind: desto geringer ist die Ansaughöhe einer Pumpe. Da der Werth von H mit dem Barometerstande sich ändert, so muss man den kleinsten vorkommen-

den Werth, etwa 30 Fuss, in der Rechnung annehmen. Auch bei gut gearbeiteten Pumpen wird y nicht wohl grösser als 25' sein können.

3) Kraft und Last. Es sei h die Höhe des Ausgussrohrs über dem Wasserspiegel des „Sumpfes“, x die augenblickliche Höhe des Kolbens über derselben Fläche. Ist nun die Pumpe in Thätigkeit und das Wasser im Ausguss begriffen, so drückt auf den Kolben von oben nach unten mit Einschluss des Atmosphärendruckes ein Wassersäulengewicht von der Höhe $H + (h - x)$; in der Richtung von unten nach oben aber wird der Kolben gedrückt mit einem Wassersäulengewicht von der Höhe $H - x$; daher hat der Kolben das Gewicht einer Wassersäule zu tragen von der Höhe $[H + (h - x)] - (H - x) = h$. (Sieht man vom Atmosphärendruck ab, so lastet auf dem Kolben eine Wassersäule von der Höhe $h - x$, und es hängt unter dem Kolben eine Wassersäule von der Höhe x ; beide wirken nach derselben Richtung, sind also einer Wassersäule von der Höhe h gleich.) Ist nun F der Querschnitt des Kolbens, so ist $Fh\gamma$ das Gewicht dieser Wassersäule, und ist G das Gewicht des Kolbens und der Kolbenstange, so ist die für den Aufgang des Kolbens nöthige Kraft $Fh\gamma + G$, also bei einer Hubhöhe s ist die nöthige Arbeit $(Fh\gamma + G)s$. Beim Niedergange des Kolbens ist keine Last (abgesehen von den Nebenhindernissen) zu überwinden, daher wird durch das Gewicht G die Arbeit Gs gewonnen. Ein Kolbenspiel erfordert daher die Arbeit $Fhs\gamma$. Die gehobene Wassermenge hat, wenn keine Verluste eintreten, das Volumen Fs , also das Gewicht $Fs\gamma$, und da das Wasser um die Höhe h gehoben wird, so ist also die geleistete Arbeit $Fsh\gamma$. Es ist also die Arbeit der Kraft gleich der Arbeit der Last.

Nebenhindernisse. Natürlich gilt der vorstehende Satz nur im theoretischen Sinne; in der Wirklichkeit ist die geleistete Arbeit geringer als die theoretische, da nicht bei jedem Kolbenspiel das Wasservolumen Fs , sondern weniger gehoben wird, da immer ein Theil des gehobenen Wassers durch die Ventile zurückfliesst, weil diese sich nicht in demselben Augenblicke schliessen, in welchem der Kolben still steht. Dieser Verlust beträgt je nach der Sorgfalt in der Ausführung der Pumpen 3 — 20 Procent. Dann aber ist die zum Heben des Kolbens anzuwendende Kraft grösser als $Fh\gamma + G$, da noch Nebenhindernisse zu überwinden sind. Diese Nebenhindernisse sind: 1) die Kolbenreibung; 2) die Adhäsion des Wassers an den Röhrenwänden; 3) die Widerstände beim Eintritt des Wassers in das Saugrohr und beim Durchströmen durch das Saugventil; 4) die Trägheit des Wassers, da bei jedem Anhub das in der Pumpe befindliche Wasser aus der Ruhe in Bewegung gesetzt werden muss. Zur Ueberwindung eines jeden dieser vier Hindernisse gehört Kraft, und wir können jede Kraft uns auf das Gewicht einer Wassersäule reducirt denken, welche auf der Kolbenfläche lastet; bezeichnen nun h_1, h_2, h_3, h_4 diese vier Widerstandshöhen und ist P die zum Aufzuge des Kolbens nöthige Kraft, so ist $P = F\gamma (h + h_1 + h_2 + h_3 + h_4) + G$. 1) Die Widerstandshöhe h_1 der Kolbenreibung bestimmt sich nach § 316, 3 zu $h_1 = \frac{4\mu b}{D} \cdot h$, wenn D der Kolbendurchmesser, b die Breite des Liederungsrandes und μ

der Reibungscoefficient ist. Man kann $\mu = 0,25$ und $\frac{b}{D}$ je nach der Sorgfalt der Ausführung $= 0,1$ bis $0,2$ setzen. 2) Ist L die Länge des Kolbenrohres, l die Länge des Saugrohrs, d der Durchmesser des letzteren; ist ferner v die Geschwindigkeit des Kolbens und v_1 die des Wassers im Saugrohre: so ist zunächst $v_1 = \frac{D^2}{d^2} v$. Die Widerstandshöhe für die Bewegung des Wassers im Kolbenrohr ist nun nach § 330, 1: $\xi \frac{L}{D} \cdot \frac{v^2}{2g}$, und für die im Saugrohr $\xi \frac{d}{l} \cdot \frac{v_1^2}{2g} = \xi \frac{l D^4}{d^5} \frac{v^2}{2g}$. Nun ist zwar ξ von v und v' abhängig, man kann hier aber für beide Röhren einen gemeinschaftlichen Mittelwerth $0,024$ nehmen; dann ist $h_2 = 0,024 \left(\frac{L}{D} + \frac{l D^4}{d^5} \right) \frac{v^2}{2g}$. 3) Um das Wasser zu veranlassen, aus dem Sumpf mit der Geschwindigkeit v_1 in das Saugrohr zu treten, gehört die Druckhöhe $\frac{v_1^2}{2g}$, da aber beim Eintritt eine Contraction eintritt, so ist die Widerstandshöhe $(1 + \xi_1) \frac{v_1^2}{2g}$ zu setzen. Endet die Saugröhre unten einfach cylindrisch, so ist $\xi_1 = 0,505$ (§ 322, 4), da aber die Eintrittsöffnung gewöhnlich mit einem Sieb versehen ist, so ist ξ_1 grösser zu nehmen. Sind alle Sieböffnungen zusammen mindestens der Querschnittsfläche des Saugrohrs gleich, so ist $\xi_1 = \left(\frac{1}{0,62} \right)^2 - 1 = 1,6$. Ist f_1 die Weite des Saugventils und findet hier eine Contraction (μ) statt, so muss die Geschwindigkeit des Wassers von v_1 zu $v_2 = \left(\frac{f}{\mu f_1} \right) v_1 = \left(\frac{F}{\mu f_1} \right) v$ gesteigert werden, dazu gehört die weitere Druckhöhe $\frac{v_2^2 - v_1^2}{2g}$. Daher ist nun die Widerstandshöhe für den Eintritt des Wassers in die Saugröhre und für den Durchgang durch das Saugventil $(1 + \xi_1) \frac{v_1^2}{2g} + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} = \xi_1 \frac{v_1^2}{2g} + \frac{v_2^2}{2g}$. Es übt aber das mit der grösseren Geschwindigkeit v_2 in den Stiefel eindringende Wasser einen Stoss aus, dessen Sekundenarbeit nach § 339, 1 ist: $2q \cdot \frac{v(v_2 - v)}{2g}$, wenn q die in der Sekunde einströmende Wassermenge ist; nun ist aber $q = Fv\gamma$, reduciren wir jene Arbeit auf die einer Wassersäule von der Höhe z , so ist $2 \cdot Fv\gamma \cdot \frac{v(v_2 - v)}{2g} = Fz\gamma \cdot v$, also $z = \frac{2v(v_2 - v)}{2g}$. Dies ist die durch den Stoss eintretende Verminderung der Widerstandshöhe; es ist also: $h_3 = \xi_1 \frac{v_1^2}{2g} + \frac{v_2^2}{2g} - \frac{2v(v_2 - v)}{2g}$
 $= \xi \frac{v_1^2}{2g} + \frac{(v_2 - v)^2}{2g} + \frac{v^2}{2g} = \left(\xi_1 \frac{F^2}{f^2} + \left(\frac{F}{\mu f_1} - 1 \right)^2 + 1 \right) \frac{v^2}{2g} =$
 $\left(\xi_1 \frac{D^4}{d^4} + \left(\frac{D^2}{\mu d_1^2} - 1 \right) + 1 \right) \frac{v^2}{2g}$. (Man sieht, diese Widerstandshöhe h_3 besteht: a) aus der Widerstandshöhe für den Eintritt des Wassers in die Saugröhren; b) aus der Widerstandshöhe für den Arbeitsverlust bei dem Wasserstoss über dem Saugventil, und c) aus der Widerstandshöhe für die Beschleunigung des Wassers zur Geschwindigkeit des Kolbens. 4) Das Wasser im Stiefel hat das Gewicht $FL\gamma$, das im Saugrohr das Gewicht $fl\gamma$; jenes soll beim Anhub in die Geschwin-

digkeit v , dieses in die $v_1 = \frac{F}{f} v$ versetzt werden, dazu gehört die gemeinschaftliche Arbeit $F L \gamma \cdot \frac{v^2}{2g} + f l \gamma \cdot \frac{v_1^2}{2g} = F \gamma \left(L + \frac{F}{f} l \right) \frac{v^2}{2g}$.

Diese Arbeit muss eigentlich im Anfange des Hubes verrichtet werden, vertheilen wir sie aber auf den ganzen Hub (s) und nennen wir die entsprechende Widerstandshöhe h_4 , so ist jene Arbeit auch gleich $F h_4 \gamma \cdot s$, also ist $h_4 = \left(L + \frac{F}{f} l \right) \frac{v^2}{2g s} = \left(L + \frac{D^2}{d^2} l \right) \frac{v^2}{2g s}$.

Beim Niedergange des Kolbens hat derselbe eigentlich nur den Widerstand zu überwinden, den das Wasser beim Durchgange durch das Kolbenventil findet, denn da der Liederungsrand nicht gegen die Stiefelwand gedrückt wird, so findet eigentlich keine Kolbenreibung statt; ist wegen der Steifheit der Liederung eine Reibung vorhanden, so lässt sie sich theoretisch nicht bestimmen. Bewegt sich der Kolben mit der Geschwindigkeit v_3 abwärts, ist F_1 der Querschnitt der Ventilöffnung und μ ein Contractionscoefficient, so geht das Wasser mit der Geschwindigkeit $\frac{F}{\mu F_1} v_3$ durch den Kolben; das ist aber nur eine rela-

tive Geschwindigkeit, die absolute ist $\left(\frac{F}{\mu F_1} - 1 \right) v_3$ und die dazu gehörige Widerstandshöhe $h_5 = \left(\frac{F}{\mu F_1} - 1 \right)^2 \cdot \frac{v^2}{2g}$. Für die zum Niedergange nöthige Kraft P' folgt also: $P' = F h_5 \gamma - G$. Die Arbeit für ein Kolbenspiel ist demnach $A = (P + P') s = F s \gamma (h + h_1 + h_2 + h_3 + h_4 + h_5)$. Nutzeffect. Bezeichnet ν den Coefficienten, der das Verhältniss der wirklich gelieferten Wassermenge zur theoretischen angiebt, so dass ν im Allgemeinen den Werth von 0,8 bis 0,97 hat, so ist das wirklich gelieferte Wasserquantum $\nu F s \gamma$ und die geleistete Nutzarbeit ist $\nu F h s \gamma$. Hieraus folgt nun der Wirkungsgrad

$$\frac{\nu h}{h + h_1 + h_2 + h_3 + h_4 + h_5}.$$

Grösste Kolbengeschwindigkeit. Aus den oben berechneten Werthen für die verschiedenen Widerstandshöhen sieht man, dass dieselben mit der Kolbengeschwindigkeit und zwar im quadratischen Verhältniss zu nehmen; es ist deshalb von Vortheil den Kolben langsam gehen zu lassen. Bei manchen Pumpen kann man aber hierauf nicht Rücksicht nehmen und muss den Kolben schnell gehen lassen. Geht der Kolben aber zu schnell, so kann er sich vom Wasser losreissen, und indem dann das Wasser in den entstehenden Raum nachstürzt, entstehen heftige Stösse, welche der Maschine nachtheilig sind. Entsteht, indem der Kolben sich vom Boden des Pumpenstiefels schnell erhebt, ein luftleerer Raum über dem Saugventil, und bezeichnet l_1 die Länge des über dem Wasserspiegel befindlichen Theils der Saugröhre, so steht das durch das Saugventil nachströmende Wasser unter einem Druck, der einer Wassersäule von $H - l_1$ Höhe gleich zu achten ist, daher ist die Geschwindigkeit des nachsteigenden Wassers in der Saugröhre

$$v_4 = \sqrt{\frac{2(H - l_1)g}{1 + \xi_1 + \xi \frac{d}{D}}}; \text{ dieses Wasser steigt nun in dem Stiefel mit der}$$

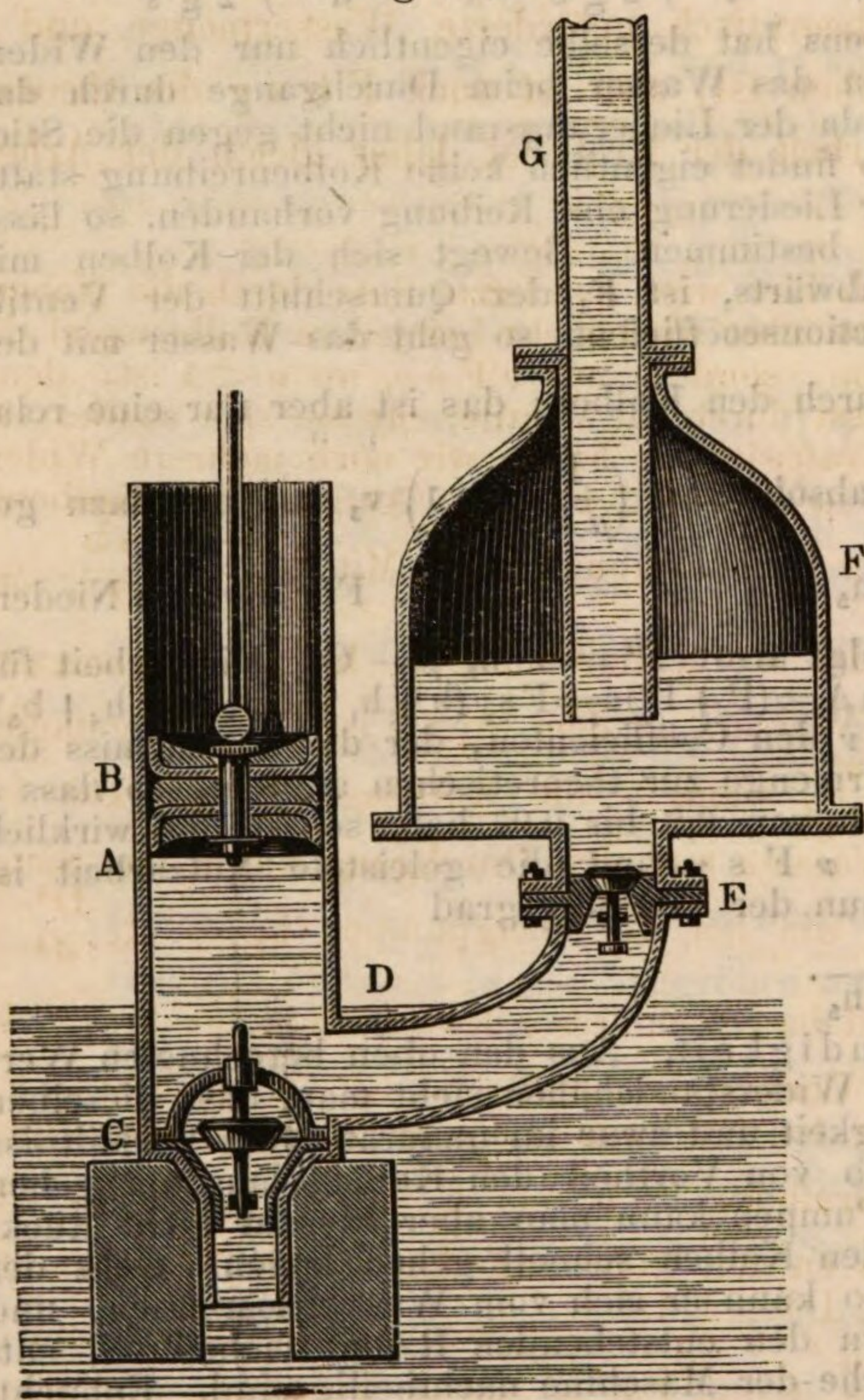
$$\text{Geschwindigkeit } v_5 = \frac{d^2}{D^2} \sqrt{\frac{2(H - l_1)g}{1 + \xi_1 + \xi \frac{d}{D}}}. \text{ Steigt nun der Kolben mit}$$

einer Geschwindigkeit, die grösser als v_5 ist, so kann das nachdringende Wasser ihm nicht folgen und wird ihn erst erreichen, wenn er stillsteht; daher giebt v_5 auch die grösste zulässige Geschwindigkeit für den Kolben an.

§ 380. Die Druckpumpe.

1) Eine Druckpumpe (Fig. 367) besteht aus dem Stiefel A mit dem massiven Kolben B und dem Saug- oder Stiefelventil C, aus dem Knie- oder Gurgelrohr D mit dem Gurgelventil E und aus dem Windkessel F mit dem Steigrohr G. Der Stiefel ist unmittelbar in das zu hebende

Fig. 367.



Wasser gesetzt, so dass dasselbe in den unteren Theil des Stiefels durch sein eigenes Gewicht eindringt. Beim Aufsteigen des Kolbens dringt das Wasser in den Stiefel hinauf und füllt ihn; beim Niedergehen des Kolbens schliesst sich das Saugventil, und das Wasser wird nun durch das Gurgelrohr in den Windkessel gedrückt; das Gurgelventil hindert das Zurückfliessen, wenn der Kolben wieder aufsteigt. Das Steigrohr reicht fast bis auf den Boden des Windkessels; hat nun in diesem das Wasser das Steigrohr erreicht, so ist die übrige im Windkessel befindliche Luft abgeschlossen, wird durch das nachfolgende Wasser comprimirt und drückt dann das Wasser in die Steigröhre hin-

ein. Diese Thätigkeit der comprimirten Luft setzt sich zum Theil noch fort, wenn der Kolben wieder aufsteigt, und bringt am oberen Ende der Steigröhre das Wasser zu einem gleichmässigeren Ausfliessen. Bei kleineren Steighöhen ist ein Windkessel nicht nöthig.

Ist der Stiefel noch mit einer Saugröhre verbunden, so heisst die Pumpe Saug- und Druckpumpe. — Die Luft aus dem Windkessel verliert sich nach und nach, daher muss der Windkessel noch mit einer Vorrichtung versehen sein, diese Luft mittelst einer kleinen Luftdruckpumpe von Zeit zu Zeit zu ergänzen.

2) Kraft und Last. Es sei F der Kolbenquerschnitt, s die Hubhöhe des Kolbens, h die Höhe des Wasserausgusses über dem Wasserspiegel. Hat der Kolben die Höhe x über dem Wasserspiegel, so hat er eine Wassersäule von dieser Höhe zu tragen; die nöthige Zugkraft ist daher

$P = F \times \gamma$ sie wächst mit dem Aufsteigen des Kolbens. Die mittlere Zugkraft findet sich auf der Mitte des Kolbenweges und ist $\frac{1}{2} F s \gamma$, daher ist die Arbeit des Aufzuges $P s = \frac{1}{2} F s^2 \gamma$. Hat beim Niedergange der Kolben wieder die Höhe x über dem Wasserspiegel, so ist die nöthige Kraft zum Heben der Wassersäule $P_1 = F \gamma (h - x)$, also im Mittel $P_1 = F s \gamma (h - \frac{1}{2} s)$, und die Arbeit des Niederganges ist $P_1 s = F s \gamma (h - \frac{1}{2} s)$. Daher ist die Arbeit, die ein Kolbenspiel erfordert, $F h s \gamma$. Nun ist $F s \gamma$ die theoretisch geförderte Wassermenge und h die Höhe, auf welche sie gehoben ist, also ist auch $F h s \gamma$ die theoretisch geleistete Arbeit. Die Arbeit der Kraft ist daher gleich der Arbeit der Last.

Nebenhindernisse. Auch hier wird der letzte Satz durch die Nebenhindernisse modificirt. Zunächst wird nicht bei jedem Kolbenspiel die Wassermasse $F s \gamma$ gehoben, sondern nur $\nu F s \gamma$, wo $\nu < 1$ ist; denn ein Theil des Wassers fließt durch die Ventile, ehe sie sich schliessen, wieder zurück. Für die Kraftwirkung haben wir noch mehrere Widerstandshöhen in Rechnung zu bringen. Für den Aufgang des Kolbens:

1) Die Widerstandshöhe der Kolbenreibung ist im Mittel $h_1 = \frac{4 \mu b}{D} \cdot \frac{1}{2} s = \frac{2 \mu b}{D} s$. Hier ist D der Kolbendurchmesser, b der Kappenrand.

2) Für die Adhäsion des Wassers an dem Stiefel ist die Widerstandshöhe $h_2 = 0,024 \cdot \frac{1}{2} s \cdot \frac{v^2}{2g}$, wenn v die Kolbengeschwindigkeit ist.

3) Für den Eintritt des Wassers und den Durchgang durch das Saugeventil haben wir ebenso wie bei der Saugpumpe: $h_3 = \left(\xi_1 \frac{D^4}{d^4} + \left(\frac{F}{\mu f_1} - 1 \right)^2 + 1 \right) \frac{v^2}{2g}$, wenn d der Durchmesser des kurzen Saugrohres, f_1 die Ventilöffnung, μ aber der Contractionscoefficient ist. Nun ist $P = F \gamma (\frac{1}{2} s + h_1 + h_2 + h_3)$. Für den Niedergang des Kolbens: 4) Die Widerstandshöhe für die Kolbenreibung ist $h_4 = \frac{4 \mu b}{D} (h - \frac{1}{2} s)$. 5) Für die Adhäsion des Wassers an den Röhrenwänden ist die Widerstandshöhe $h_5 = 0,024 \left(\frac{1}{2} s + \frac{l_1 D^4}{d_1^5} + \frac{l_2 D^4}{d_2^5} \right) \frac{v_1^2}{2g}$, wenn l_1 die Länge und d_1 die Weite des Gurgelrohrs, l_2 die Länge und d_2 die Weite des Steigrohrs und v_1 die Geschwindigkeit des absteigenden Kolbens ist. 6) Für die Widerstände des Eintritts des Wassers in das Gurgel- und Steigrohr und des Durchganges durch das Gurgelventil ist $h_6 = \left[\xi_1 \frac{D^4}{d_1^4} + (1 + \xi_1) \frac{D^4}{d_2^4} + \left(\frac{F}{\mu f_2} \right)^2 \right] \frac{v_1^2}{2g}$, wenn f_2 die Oeffnung des Gurgelventils ist; ξ_1 hat hier den Werth 0,505. 7) Ist kein Windkessel vorhanden, so muss im Anfange jedes Niederganges die Trägheit der in der Steigrohre befindlichen Wassermasse überwunden werden; ihr Gewicht ist $l_2 f_2 \gamma$, wenn f_2 der Querschnitt derselben ist; sie wird in die Geschwindigkeit $\frac{F}{f_2} v_1$ versetzt, also ist ihr die lebendige Kraft $l_2 f_2 \gamma \cdot \frac{F^2 v_1^2}{f_2^2 2g} = \gamma \frac{l_2 F^2 v_1^2}{f_2 2g}$ zu ertheilen. Wird die dazu nöthige Arbeit auf die Fläche F und die Hubhöhe s reducirt, so folgt die Widerstandshöhe $h_7 =$

$l_2 \frac{F_2}{f_2} \cdot \frac{v_1^2}{2 g s} = l_2 \frac{D^2}{d_2^2} \cdot \frac{v_1^2}{2 g s}$. Ist ein Windkessel vorhanden, so fällt dieser Widerstand fast ganz weg, da das Wasser um so gleichmässiger ausfliesst, also um so weniger einer Beschleunigung bedarf, je grösser das Volum des Kessels ist. Man macht den Kessel nicht gern kleiner, als das Vierfache des Stiefelraumes ausmacht. Als Ausdruck für den Wirkungsgrad der Pumpe erhalten wir wieder $\frac{v F s h \gamma}{(P + P_1) s} =$

$$\frac{v h}{h + h_1 + h^2 + \dots + h_7}.$$

Das Schlagen der Ventile. Hat eine Pumpe einen schnellen Gang, so stört die lebendige Kraft der durch die eine Kolbenbewegung in Bewegung gesetzten Wassermassen die schnell eintretende Umkehr des Kolbens. Dadurch wird nicht blos der bei langsam gehenden Pumpen nur einfach wirkende Trägheitswiderstand meist auf den doppelten Werth gebracht, sondern es folgt auch, weil die Wassermassen unelastisch sind, ein heftiges die ganze Pumpe erschütterndes Schlagen der Ventile. Es ist ein weiterer Vortheil des Windkessels, dass dadurch das Schlagen des Gurgelventils vermieden wird; in ähnlicher Weise kann aber auch am Saugrohr ein Windkessel angebracht und dadurch das Schlagen des Saugventils vermieden werden. Sonst aber ist es immer von Vortheil, wenn man dem Kolben nur eine geringe Geschwindigkeit ertheilt.

§ 381. Besondere Pumpenconstructions.

1) Doppeltwirkende Pumpe von De Lahire; Fig. 368. A ist das Saugrohr, B der Stiefel mit dem massiven Kolben, C das Steigrohr. Bei der aufsteigenden Bewegung des Kolbens sind die Ventile a und c, bei der niedergehenden aber die Ventile b und d geöffnet. Die Pumpe giebt einen ununterbrochenen Ausfluss. 2) Franklin's Doppelkolbenpumpe; Fig. 369. A ist das Saugrohr, B der Stiefel, C das Steigrohr. Im Stiefel befinden sich zwei mit Ventilen versehene Kolben, die sich stets in entgegengesetzter Richtung bewegen. Entfernen sich die Kolben von einander, so sind die Ventile des unteren Kolbens geöffnet; bewegen sich die Kolben gegen einander, so sind

Fig. 368.

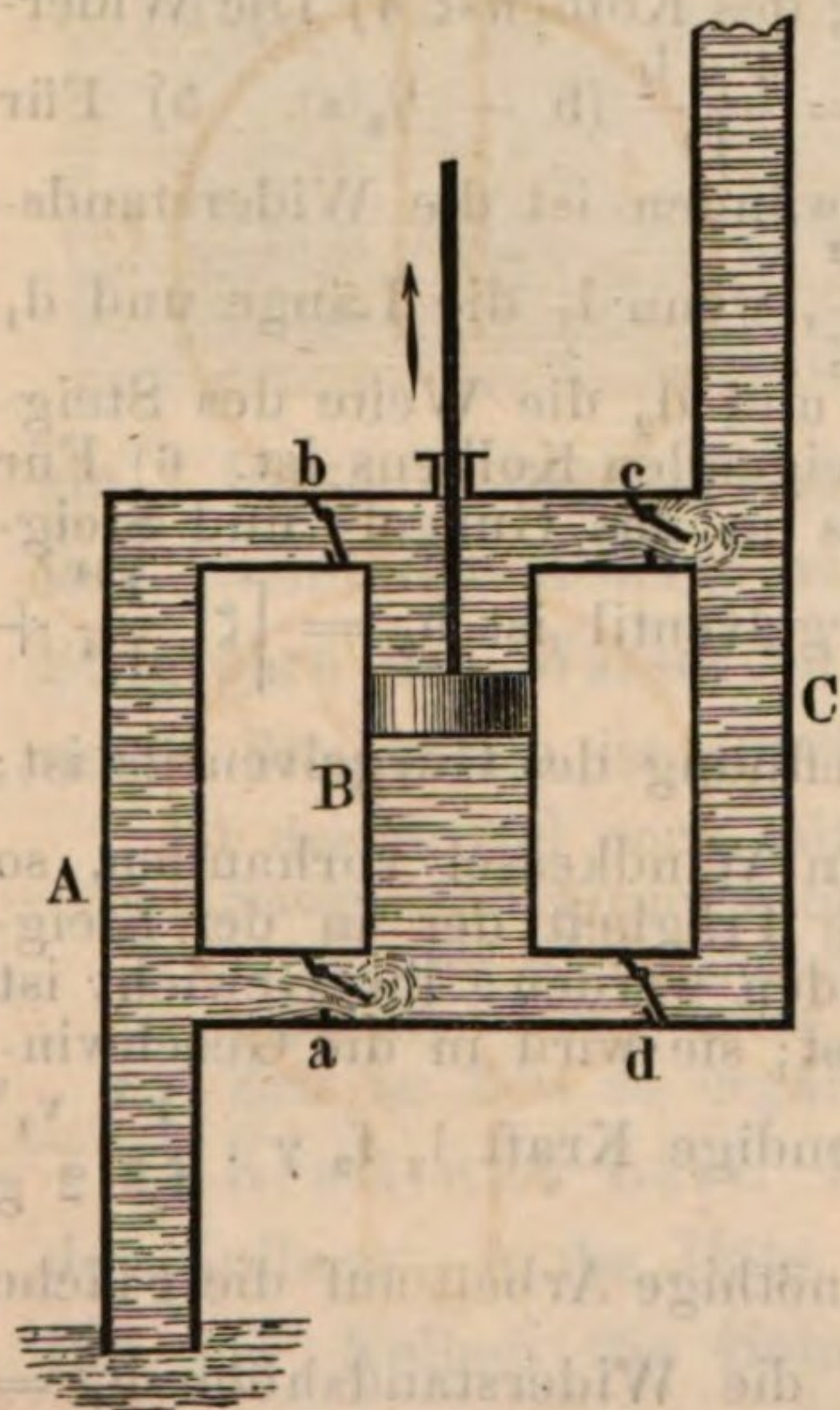


Fig. 369.

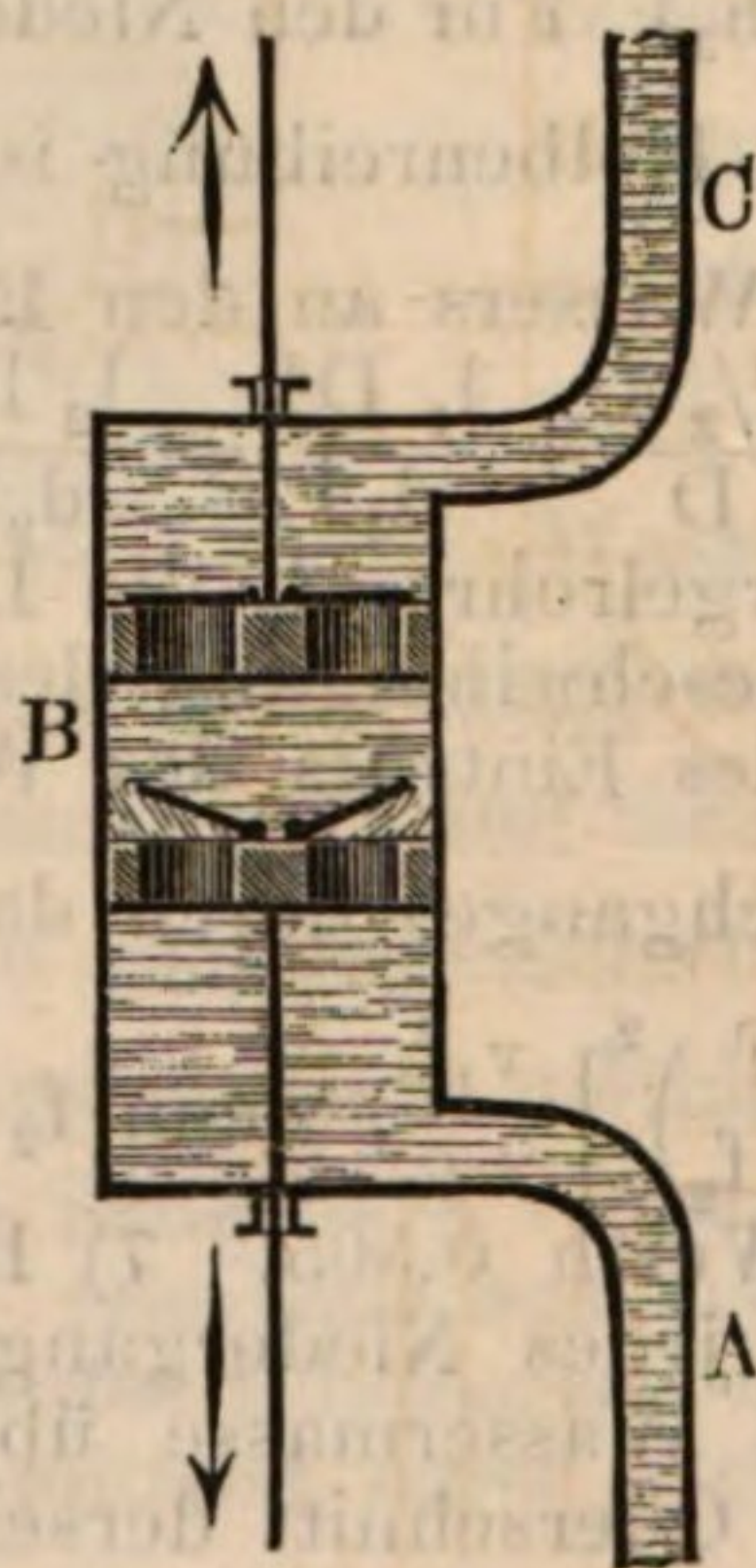
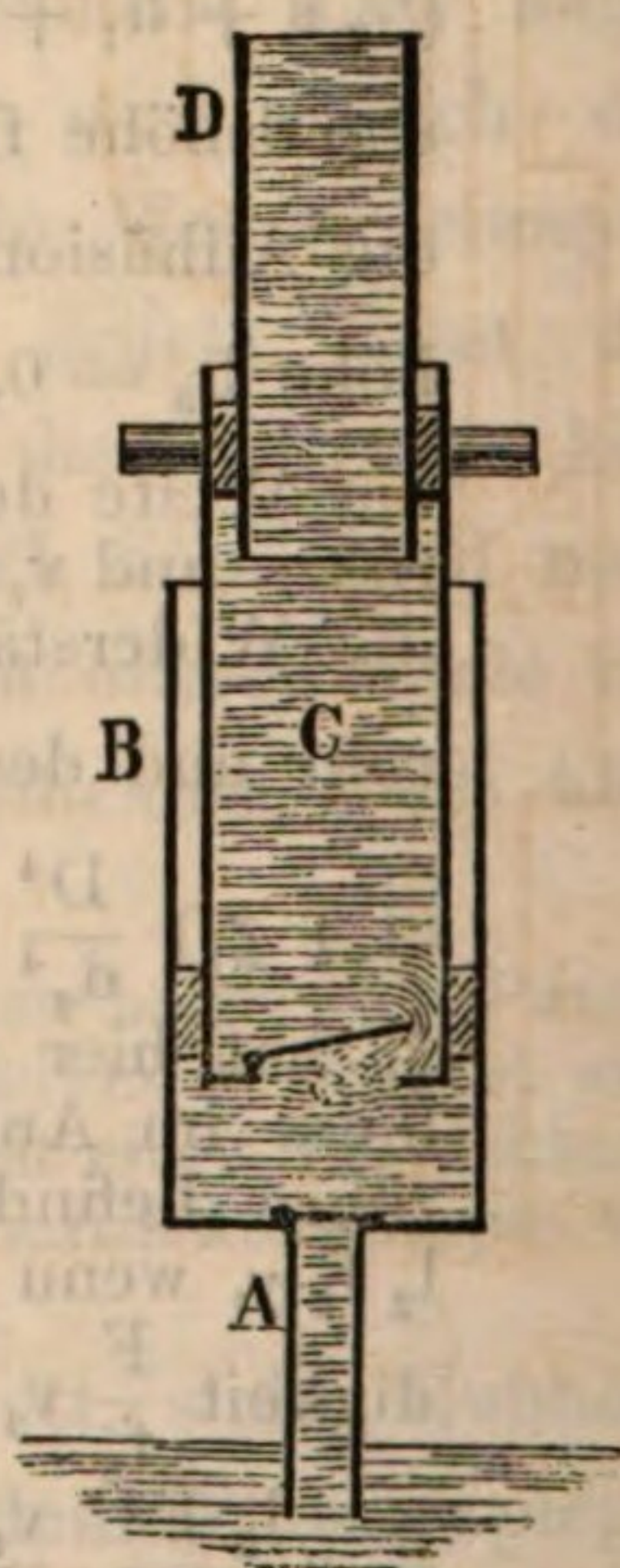


Fig. 370.



die des oberen Kolbens offen. Die Pumpe giebt einen continuirlichen Ausfluss. 3) Althans Perspectivpumpe; Fig. 370. A ist das Saugrohr mit dem Saugventil, B der Stiefel, C der röhrenförmige Kolben, der unten mit einer äusseren Liederung sich dicht an die Stiefelwände, oben mit einer inneren sich dicht an die Steigröhre D anschliesst. An seinem oberen Theile trägt der Kolben zwei Zapfen, an welchen er von zwei vertikalen Hubstangen erfasst wird. Ist der innere Querschnitt des Kolbens gerade die Hälfte vom Querschnitt des Stiefels, so bringt die auf- und absteigende Bewegung des Kolbens ein gleichmässiges Steigen des Wassers in der Steigröhre hervor. 4) Die in Fig. 371 skizzirte Pumpe mit gleichmässigem Ausguss ist eine Modification der vorigen Pumpe. Saugrohr A, Stiefel B und Kolben C sind wie bei einer Saug- und Hebepumpe construiert. Es ist aber die Kolbenstange D noch mit einer hohlen Röhre E umgeben, welche luftdicht durch den Stiefeldeckel geht. Die Steigröhre F geht vom oberen Theil des Stiefels aus. Der äussere Querschnitt der Kolbenstangenröhre muss halb so gross als der Querschnitt des Stiefels sein. 5) Sackpumpe; Fig. 372. A ist das Saugrohr mit dem Saugventil, B ist der Stiefel, C das Ausgussrohr. Ein eigentlicher Kolben fehlt; er wird ersetzt durch den, wie ein abgekürzter Kegelmantel gestalteten Ledersack, der mit seinem grösseren Rande an den Stiefel, mit dem kleineren an ein Ventilbrett befestigt ist; das letztere steht mit der Kolbenstange E in Verbindung. Ohne eine Reibung zu verursachen, wirkt der Sack wie ein Kolben. Man kann dieser Pumpe auch die Einrichtung einer Druckpumpe geben. Das Saugrohr A zeigt die Art, wie mit demselben ein Windkessel zu verbinden ist. 6) Brahma's oscillirende Pumpe; Fig. 373. A ist das Saugrohr, B der horizontal liegende cylindrische Stiefel. In der Cylinderaxe liegt eine Welle C, an der zwei rectanguläre Flügel sitzen, deren äussere Ränder sich wasserdicht an den Mantel und die Stirnflächen des Stiefels anlegen; in ihnen liegen die beiden Ventilklappen c und d. Die Welle geht durch die eine Stirnfläche des Stiefels und ist ausserhalb desselben mit dem Druckbaum D verbunden, durch welche sie ihre oscillirende Bewegung erhält. Die Saugröhre reicht bis zur Welle und hat seitwärts die Ventilöffnungen a und b. E ist ein Windkessel, F das Steigrohr. 7) Brahma's

Fig. 371.

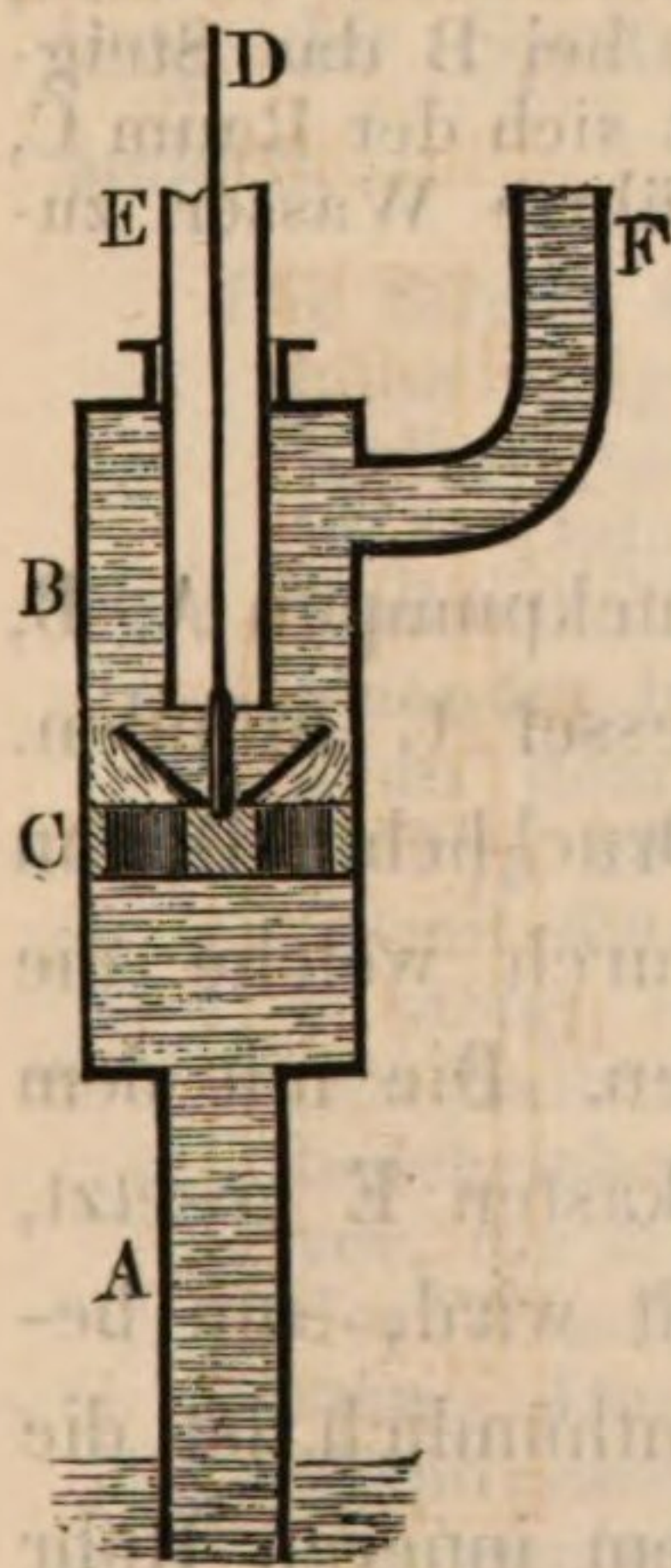


Fig. 372.

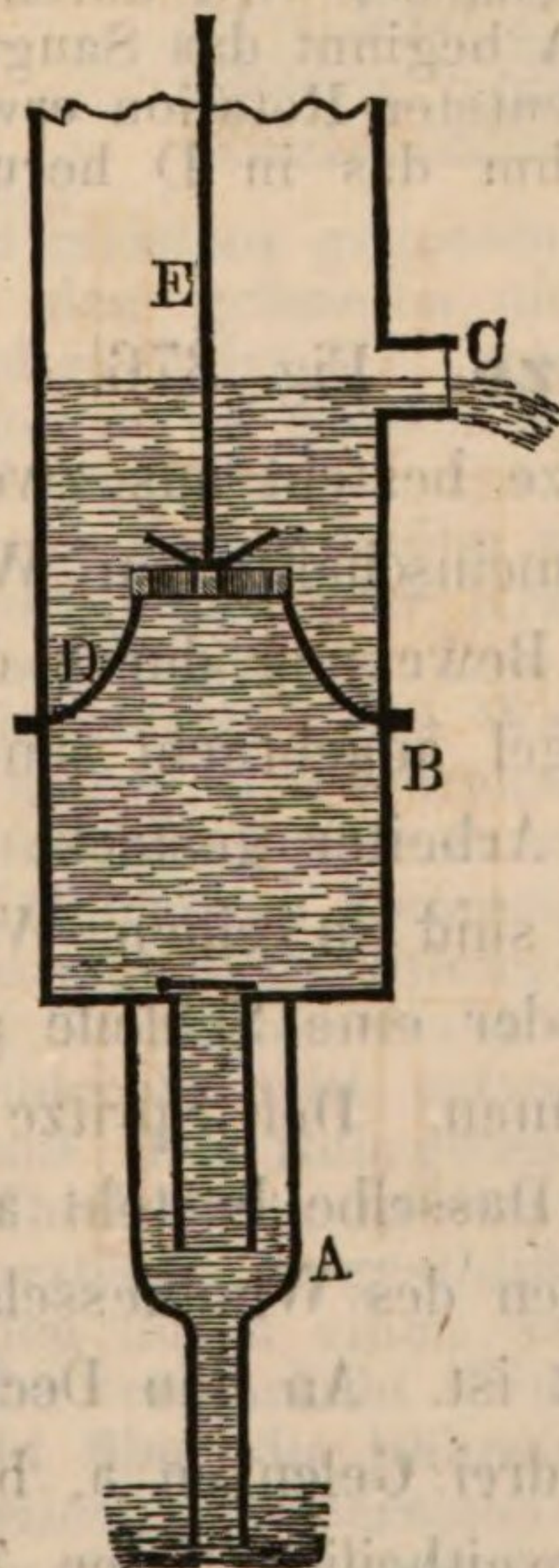
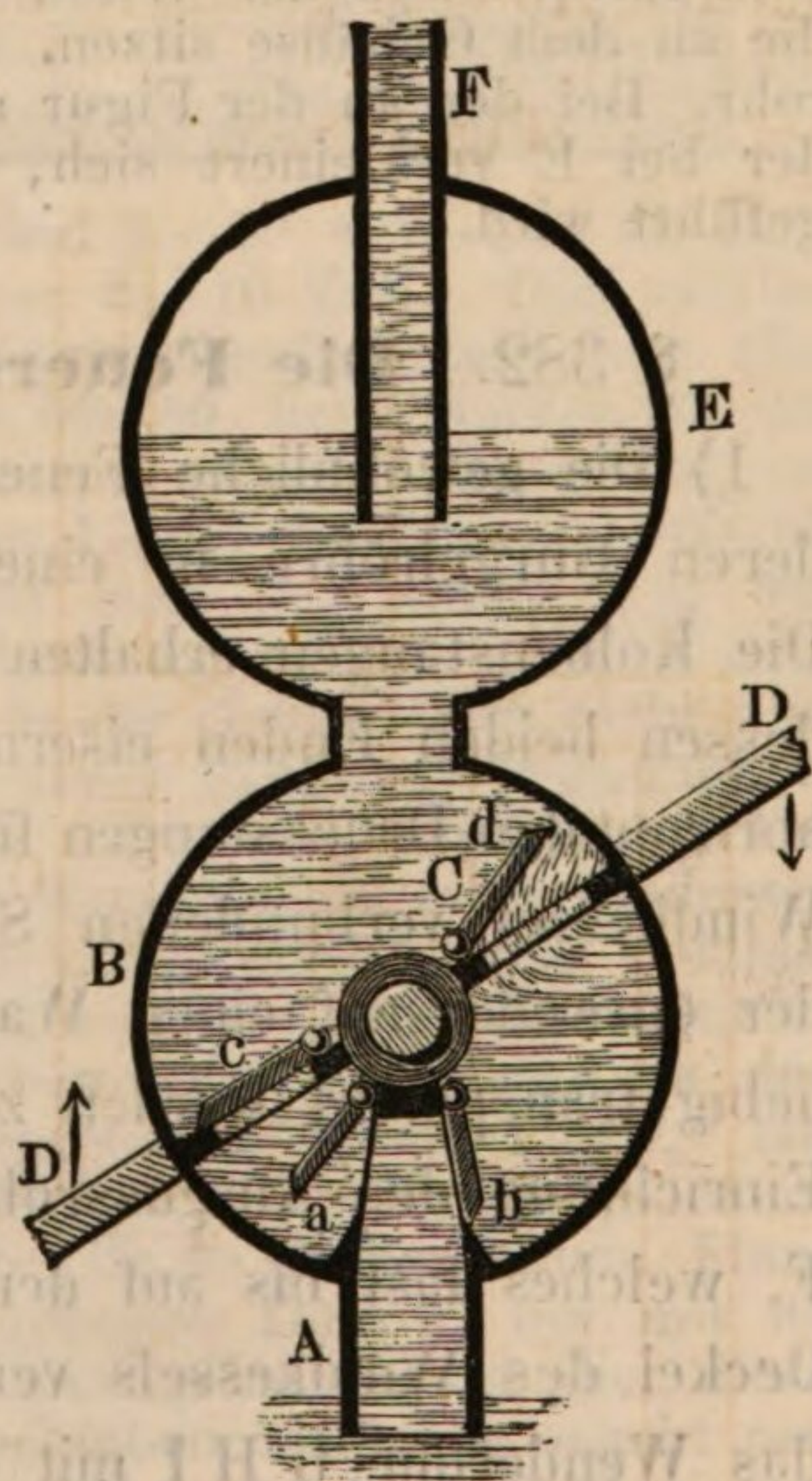
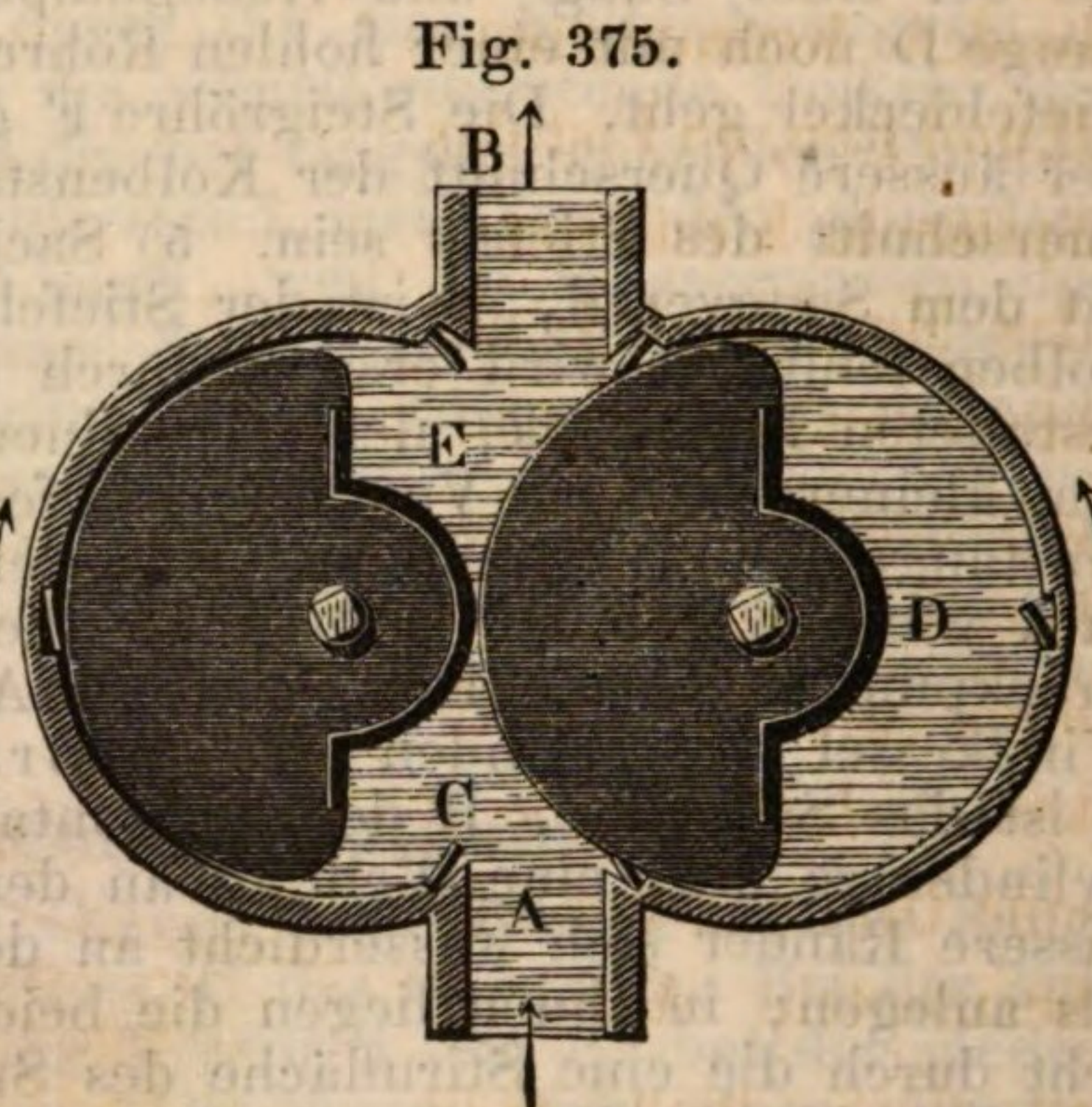
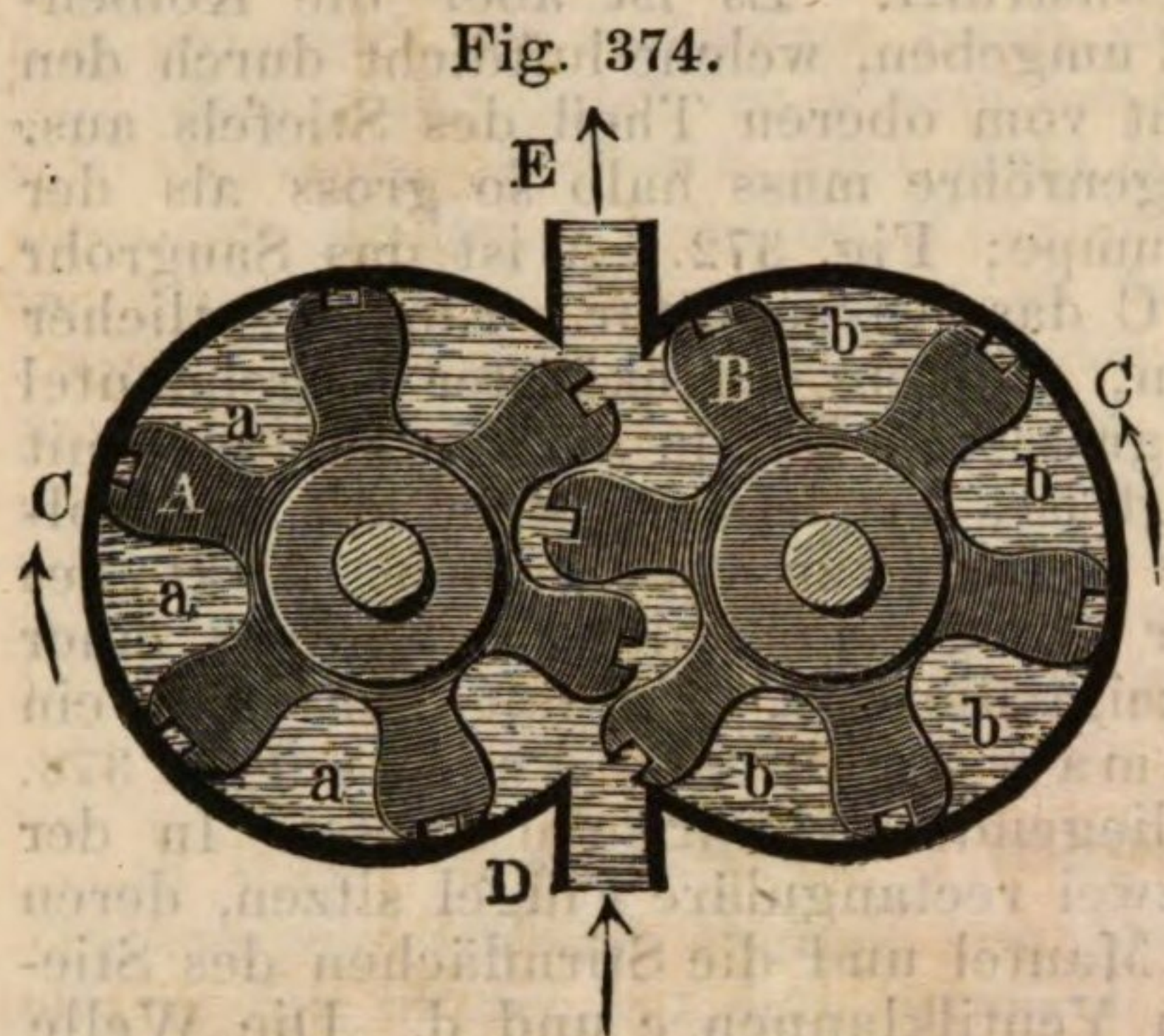


Fig. 373.



verbesserte rotirende Pumpe; Fig. 374. Der Kolben wird durch zwei prismatische Körper vertreten, die im Querschnitt wie zwei Zahnräder gestaltet sind; sie rotiren beide um Längsaxen. Ein beide Körper einschliessendes Gehäuse C, C vertritt den Stiefel, die beiden Kolbenkörper A, B berühren die Wände des Gehäuses und sich untereinander wasserdicht. Bei D beginnt das Saugrohr und bei E das Steigrohr. Die Welle des einen Kolbenkörpers geht durch die Wand des Gehäuses und trägt eine Kurbel, der andere Körper erhält seine Bewegung in Folge des zahnartigen Eingriffs beider. Das Wasser wird bei D aufgesogen, in den Räumen a, a, b, b herumgeführt und bei E weitergetrieben. 8) Die Repsold'sche Pumpe, Fig. 375, ist eine Modification der vorigen; die beiden Kolben sind halbcylindrisch; da aber



die Rotation des einen Kolbens sich nicht direct auf den andern übertragen lässt, so sitzen auf den Verlängerungen beider Axen ausserhalb des Gehäuses zwei gleich grosse, in einander greifende Stirnräder. Die Dichtung zwischen dem Kolben und der Wand des Gehäuses wird durch Lederstreifen bewirkt, die an dem Gehäuse sitzen. Bei A beginnt das Saugrohr, bei B das Steigrohr. Bei der an der Figur angedeuteten Rotation erweitert sich der Raum C, der bei E verkleinert sich, bis ihm das in D herumgeführte Wasser zugeführt wird.

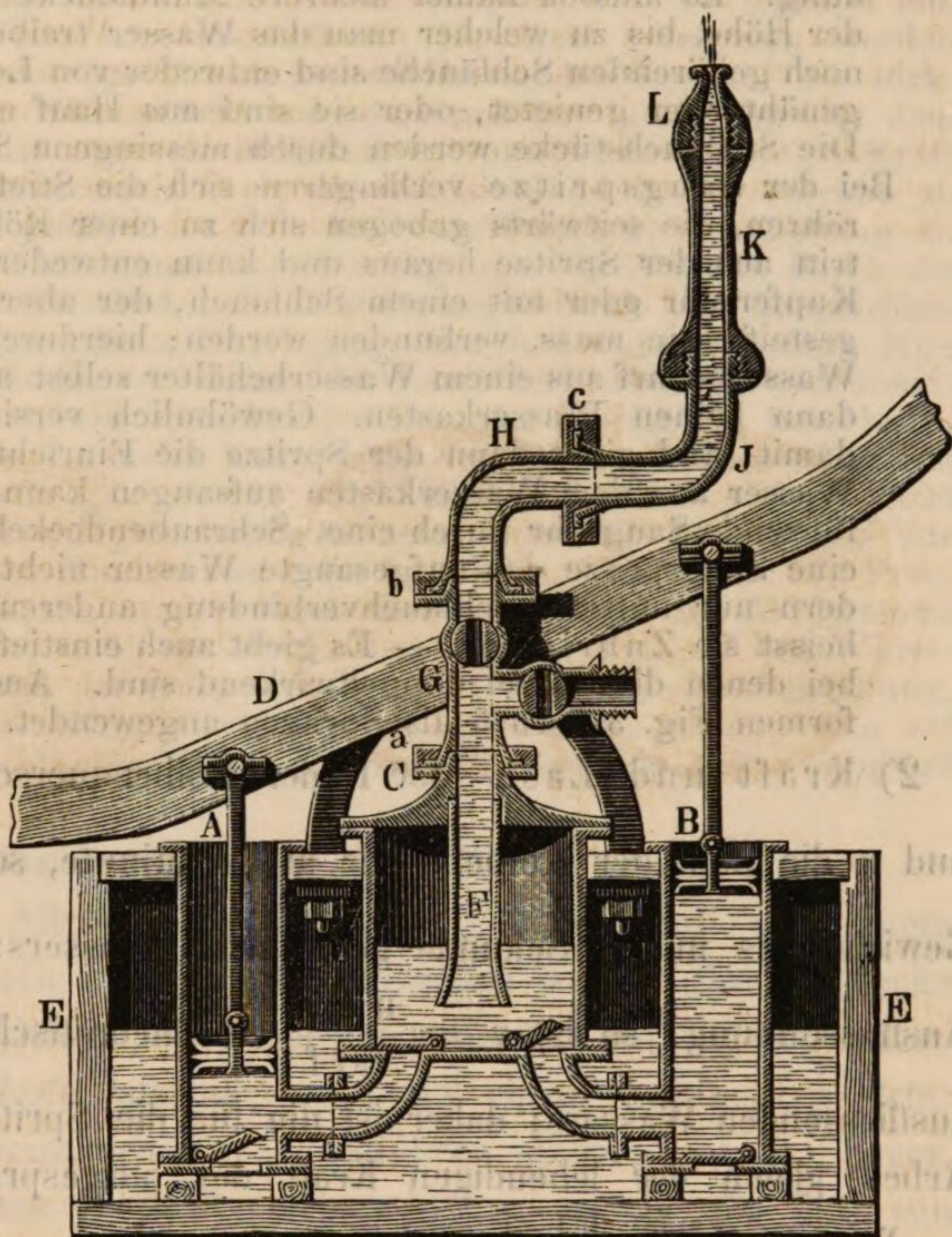
§ 382. Die Feuerspritze. Fig. 376.

1) Die gewöhnliche Feuerspritze besteht aus zwei Druckpumpen A, B, deren Gurgelröhre in einen gemeinschaftlichen Windkessel C münden. Die Kolbenstangen erhalten ihre Bewegung durch den Druckhebel D, an dessen beiden Enden eiserne Bügel angebracht sind, durch welche die horizontalen Druckstangen für die Arbeiter gesteckt werden. Die mit dem Windkessel verbundenen Stiefel sind in einen Wasserkasten E gesetzt, der entweder auf einen Wagen oder eine Schleife gestellt wird, um beliebig transportirt werden zu können. Der Spritze eigenthümlich ist die Einrichtung des Ausgussrohres. Dasselbe besteht aus dem inneren Rohr F, welches fast bis auf den Boden des Windkessels reicht und mit dem Deckel des Windkessels verlöthet ist. An den Deckel schliesst sich nun das Wenderohr G H I mit den drei Gelenken a, b, c an. Das unterste Stück G des Wenderohrs ist zweitheilig; jeder Zweig desselben kann

durch einen Hahn verschlossen werden, an den horizontalen Arm lässt sich ein Spritzenschlauch anschrauben. Das Gelenk a dient dazu, um

Fig. 376.

der Ansatzstelle für den Schlauch die beste Richtung geben zu können. An den vertikalen Arm schliessen sich hintereinander die beiden Krummstücke H und I an, an I ist das Spitzrohr K und daran das Mundstück L mit kleinerer Oeffnung angeschraubt. Das Gelenk b lässt eine Drehung um eine vertikale, das Gelenk c eine Drehung um eine horizontale Axe zu, so dass man dem Spritzrohr jede beliebige Richtung geben kann, ohne die Stellung der Spritze zu ändern.



Die Stiefel werden meistens gegossen, sie sind 2—8" weit, und die Hubhöhe steigt bei den grösseren nicht über 9—10 Zoll. Die mittlere Kolbengeschwindigkeit ist 1 F., man steigert dieselbe nicht gern über $1\frac{1}{2}$ '. Daher kommen bei grossen Spritzen 60—80, bei kleineren 90—120 Kolbenhube auf die Minute. Die Entfernung der beiden Stiefel von einander hängt von der Hubhöhe und der Länge des Druckhebels ab, denn dem Angriffspunkte der Kraft darf man nur einen Weg von $3-3\frac{1}{2}$, höchstens 4' beilegen. Den Hebelarm macht man etwa 6' lang. Damit die Geschwindigkeit des Wassers in der Gurgelröhre nicht über 4' steigt, ist es nöthig, den Durchmesser dieser Röhre nicht kleiner als den halben Stiefeldurchmesser zu machen. Ausser den früher (§ 316) beschriebenen Kolbenarten kommen auch Metallkolben ohne Liederung vor, die in die ausgebohrten Stiefel eingeschliffen werden. Das Volumen des Windkessels lässt man das 4—8fache vom Volumen eines Stiefels sein. Das Wenderohr tritt entweder oben oder seitwärts aus dem Windkessel heraus. Die Rohrgelenke bestehen aus einem $1-1\frac{1}{2}$ " langen conischen Theile, der in eine entsprechende Erweiterung des angrenzenden Rohrstücks eingeschliffen ist. Beide Enden haben Flantschen und werden durch einen darauf gelegten Deckel, der mit der unteren Flantsche verschraubt wird, zusammengehalten; da aber dieser Deckel sich nicht über die Röhrstücke schieben lässt, so macht man ihn aus zwei Theilen, die übereinander geschoben werden. Bei kleineren Spritzen kann man das kostspielige Wenderohr weglassen und durch

ein kurzes, mit Metallringen ausgesteiftes Schlauchstück ersetzen. Die Weite des Ausgussrohrs beträgt bis zum Spritzrohr $1\frac{1}{2}$ bis 2 Zoll, das 3—4' lange Spritzrohr wird schwach conisch gemacht, erst das nach innen geschweifte Mundstück bestimmt die Grösse der Ausflussmündung. Es müssen immer mehrere Mundstücke vorrätig sein, je nach der Höhe, bis zu welcher man das Wasser treiben will. Die zur Spritze noch gehörenden Schläuche sind entweder von Leder und dann entweder genäht oder genietet, oder sie sind aus Hanf und gleich rund gewebt. Die Schlauchstücke werden durch messingene Schrauben verbunden.

Bei der Saugspritze verlängern sich die Stiefel nach unten zu Saugröhren, die seitwärts gebogen sich zu einer Röhre vereinigen; dieselbe tritt aus der Spritze heraus und kann entweder mit einem gelenkigen Kupferrohr oder mit einem Schlauch, der aber durch Metallringe ausgesteift sein muss, verbunden werden; hierdurch kann die Spritze ihren Wasserbedarf aus einem Wasserbehälter selbst ansaugen und gebraucht dann keinen Wasserkasten. Gewöhnlich versieht man sie aber doch damit, und giebt dann der Spritze die Einrichtung, dass sie auch das Wasser aus dem Wasserkasten aufsaugen kann, wenn das nach aussen führende Saugrohr durch einen Schraubendeckel verschlossen wird. Soll eine Saugspritze das aufgesaugte Wasser nicht selbst verspritzen, sondern nur mittelst Schlauchverbindung anderen Spritzen zuführen, so heisst sie Zubringer. — Es giebt auch einstieflige und solche Spritzen, bei denen die Stiefel doppelwirkend sind. Auch werden die Pumpenformen Fig. 372—375 als Spritzen angewendet.

2) Kraft und Last. Ist F der Kolbenquerschnitt, s die Hubhöhe und n die Zahl der Kolbenspiele in der Minute, so ist $Q = \frac{n F s \gamma}{60}$ das Gewicht des in der Sekunde geförderten Wassers; ist f die Grösse der Ausflussöffnung, so ist $v = \frac{n F s}{60 f}$ die theoretische Geschwindigkeit des ausfliessenden Wassers; daher ist die für die Spritze nöthige theoretische Arbeit gleich der lebendigen Kraft des ausgespritzten Wassers, gleich $Q \frac{v^2}{2g} = \left(\frac{n}{60}\right)^3 \cdot \frac{F^3 s^3 \gamma}{2 f^2 g} = A$. Ist h die theoretische Höhe, bis zu welcher die Spritze das Wasser heben kann, so ist $h = \frac{v^2}{2g} = \left(\frac{n}{60}\right)^2 \cdot \frac{F^2 s^2}{2 f^2 g}$, und $Q \frac{v^2}{2g} = A$ ist dann auch die geleistete Arbeit; also ist auch hier die Arbeit der Kraft gleich der Arbeit der Last.

Nebenhindernisse. Zunächst wird wegen der Trägheit der Ventile nicht das ganze theoretische Wassergewicht gefördert, sondern nur $\frac{v n F s \gamma}{60}$, wo $v = 0,9$ oder nur $0,8$ ist; deshalb ist selbst die Ausflussgeschwindigkeit $v = \frac{v n F s}{60 f}$. Wegen des Luftwiderstandes erreicht aber das Wasser nicht die theoretische Steighöhe $h = \frac{v^2}{2g}$, sondern die wirkliche Steighöhe h' ist geringer, $h' = k h = k \frac{v^2}{2g}$, wobei $k < 1$ ist. Hierbei ist k kein constanter Coëfficient, sondern er ist um so kleiner, je grösser h oder v ist, da der Luftwiderstand mit dem Quadrat der Geschwindigkeit wächst. Ist $h = 10'$, so kann man $k = 0,4$

setzen; bei Höhen bis zu 150' nimmt man für je 20' theoretische Höhe k um 0,03 kleiner. Ist $h = 90$, so ist also $k = 0,94 - 4 \cdot 0,03 = 0,82$, und für $h = 150$ ist $k = 0,94 - 7 \cdot 0,03 = 0,73$. Es wäre also innerhalb der angegebenen Grenzen $k = 0,955 - 0,0015 \cdot h$, oder $h' = 0,955 h - 0,0015 h^2$, und umgekehrt kann man setzen $h = h' + 0,0033 h'^2$. Es leuchtet ein, dass auf diese Weise nur angenäherte Resultate gewonnen werden können, da die Dicke des Strahls jedenfalls von Einfluss auf die wirkliche Steighöhe ist. Die aufzuwendende Kraft hat nun nicht bloß dem Wasser die der Ausflussgeschwindigkeit entsprechende lebendige Kraft zu ertheilen, sondern auch noch die Widerstände in der Spritze zu überwinden; dahin gehören: 1) die Kolbenreibung; 2) die Reibung an den Axen; 3) der Widerstand beim Durchgange des Wassers durch die Ventile; 4) der Widerstand beim Durchgange durch die Gurgelröhre und 5) der Widerstand beim Durchgange durch das Ausgussrohr. Man kann diese Widerstände, von denen der letzte und erste die bedeutendsten sind, in der Art, wie oben bei den Pumpen gezeigt ist, berechnen. Zufolge angestellter Versuche kann man den Widerstandscoefficienten für das Ausgussrohr $\xi = 0,021$, für hanfene Schläuche $\xi = 0,023$ setzen. Bei Ueberschlagsrechnungen setzt man die Kraft, die zur Ueberwindung dieser Hindernisse erforderlich ist, gleich 72 — 75 Proc. der theoretischen Kraft, und rechnet davon 50 % auf den Widerstand in dem Ausgussrohr, 13 % auf die Kolbenreibung, 8 % auf den Widerstand der Ventile und der Gurgelröhre und 1 % auf die Zapfenreibung. Um die Anzahl der nöthigen Arbeiter zu bestimmen, rechnet man auf den Mann in der Minute 7200, also in der Sekunde 120 Fusspfund Arbeit.*)

§ 383. Das Cylindergebläse.

1) Gebläse sind im Allgemeinen Maschinen, welche Luft von einem Orte fortnehmen und nach einem andern bewegen sollen. Ihrem Zwecke nach unterscheiden sie sich in a) Bläser oder Gebläse im engeren Sinne, welche atmosphärische Luft aufsaugen und sie einem bestimmten Orte, gewöhnlich einem zu speisenden Feuer, zuführen sollen, und b) Sauger, Exhaustoren, Luftpumpen oder Wettermaschinen, welche die Luft von irgend einem Orte, einem Gefässe, bewohnten Orte oder Bergwerke, fortnehmen und in die atmosphärische Luft ausblasen sollen. Erreicht kann dieser Zweck werden durch directes Ausdehnen und Zusammendrücken abgeschlossener Luftmassen, oder durch Ueberwindung der Luftträgheit mittelst der Centrifugalität. Das erste Verfahren wird am vollkommensten ausgeführt durch das Cylindergebläse, das zweite durch das Centrifugalgebläse.

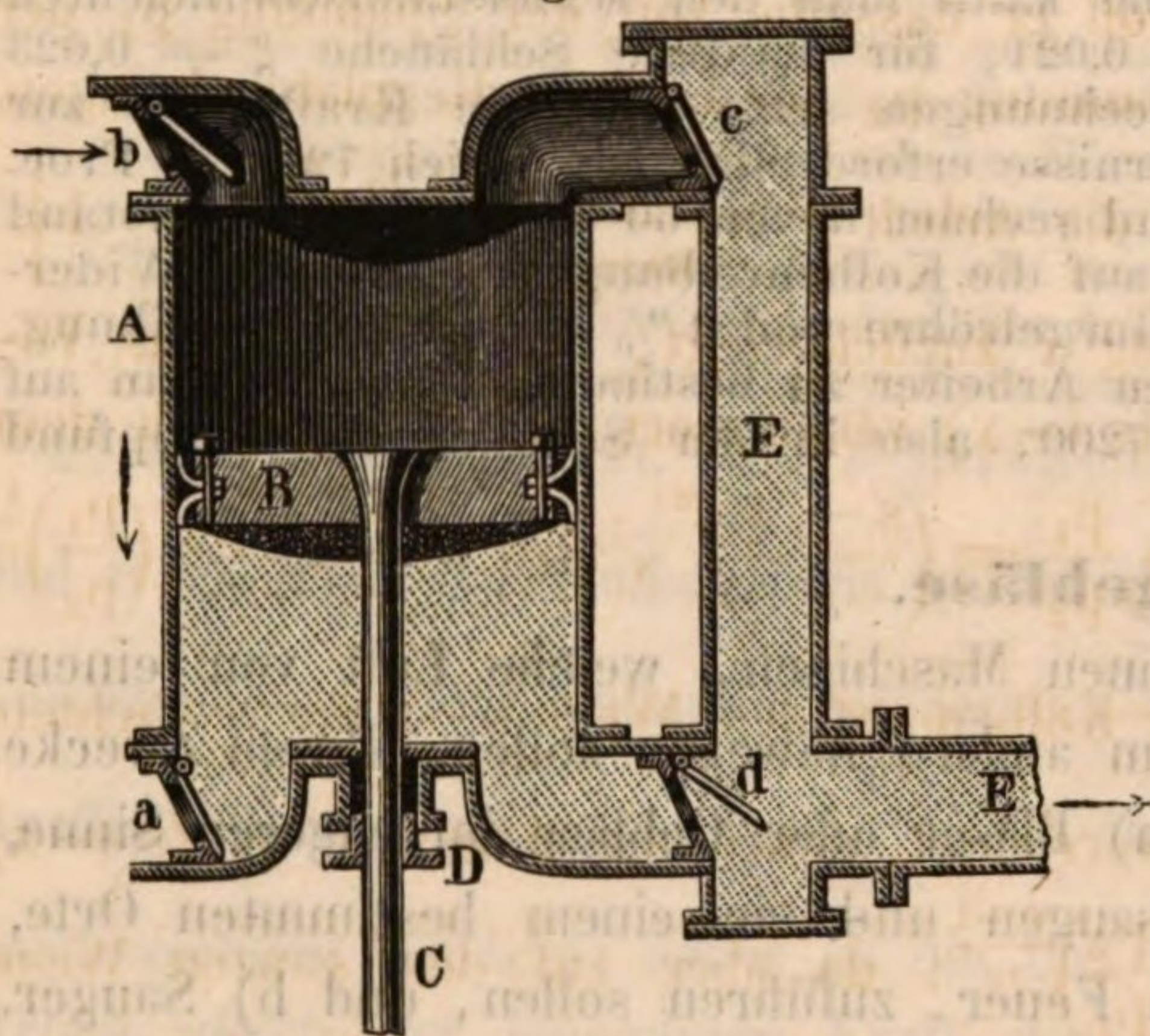
Die Luft bewegt sich überhaupt dann, wenn an zwei mit einander communicirenden Orten die Spannungsgleichheit aufgehört hat. Die Luft wird dann von dem Orte, in welchem die grössere Spannung herrscht, nach dem andern strömen. Die Strömung der Luft im Grossen, die Winde und Stürme, entstehen in der Regel dadurch, dass der Gleichgewichtszustand der Atmosphäre durch einseitige Erwärmung oder einseitige Erkältung gestört ist und die Luft nun die Ausgleichung wieder herbei zu führen strebt. Aus der gleichen Ursache geht der Luftzug oder Luftwechsel in Wohnhäusern und der natürliche Wetterwechsel in Gruben hervor. Die durch Erwärmung leichter gewordene Luft eines Ortes wird durch die kältere Luft eines andern gleich hoch

*) Vergl. Frick, Die Feuerspritze. Braunschweig, 1859.

liegenden Ortes verdrängt, sobald beide Orte mit einander in Verbindung gesetzt werden. Dieses natürliche Verhalten der Luft kann man durch besondere Vorrichtungen zu bestimmten Zwecken hervorrufen. Die Erwärmung der Luft in einem Schornstein bringt einen Luftzug hervor, der stets frische Luft auf den Brennherd liefert; so kann man auch die verdorbene Luft aus Bergwerken fortschaffen, wenn man den fraglichen Ort nach zwei Seiten mit der Atmosphäre in Verbindung setzt, die Luft aber in dem einen Verbindungsschachte künstlich erwärmt. Diese Vorrichtung kann man aber nicht füglich Maschine nennen, so dass diesen nur die beiden oben angegebenen Verfahrungsarten übrig bleiben.

2) Es giebt Fig. 377 den Durchschnitt eines doppelwirkenden Cylindergebläses an. A ist ein eisener Cylinder mit glatten inneren Wänden,

Fig. 377.



in ihm bewegt sich der Kolben B luftdicht, die Kolbenstange C geht mittelst der Stopfbüchse D luftdicht durch den Cylinderdeckel. Der Cylinderraum steht durch die nach innen sich öffnenden Ventile a und b mit der atmosphärischen Luft, durch die nach aussen sich öffnenden Ventile c und d mit dem Windleitungsrohre E in Verbindung. Das Windleitungsrohr führt die Luft gewöhnlich

erst nach einem grösseren Raume, dem Regulator, von wo aus sie nach dem Orte, wo sie wirken soll, einem Heerd, Hohöfen u. dgl., geleitet wird. Bei der absteigenden Bewegung des Kolbens wird die Luft durch b angesogen und durch d fortgedrückt, während die Ventile a und c geschlossen sind; bei der aufsteigenden Bewegung des Kolbens sind aber die Ventile b und d geschlossen, die Luft wird durch a angesogen und bei c in die Windleitung gedrückt. Jedem Ansaugen geht eine Luftverdünnung, jedem Ausblasen eine Verdichtung der Luft in dem betreffenden Cylinderraume voraus. Die Figur zeigt die Einrichtung eines Bläfers; soll die Maschine als Sauger eingerichtet sein, so fällt die Windleitung bei E fort, wenn die aufgehäufte Luft in die Atmosphäre ausgeblasen werden soll, dagegen schliesst sich an die Eintrittsstellen bei a und b ein Saugrohr an, das nach dem Orte führt, von welchem die Luft fort genommen werden soll. Zu dieser Art der Gebläse gehören auch die gewöhnlichen Luftpumpen.

In ihrer einfachsten Gestalt heissen diese Gebläse Kasten-gebläse; der Cylinder wird hier ersetzt durch einen prismatischen hölzernen Kasten

von gewöhnlich quadratischem Querschnitt, der Kolben hat dann natürlich ebenfalls einen quadratischen Querschnitt. Der Kasten ist an der einen Seite offen, das Gebläse also nur ein einfachwirkendes. — Der Kolben kann wie ein Wasserpumpenkolben geliedert sein; zuweilen liedert man ihn auch durch einen mit Leder überzogenen Wulst von Wolle und Rosshaaren. Bei der pneumatischen Liederung wird der Liederungsring durch den Druck der comprimierten Luft, der man dann durch entsprechende Kolbendurchbohrungen den Zugang gestattet, gegen die Cylinderwand gedrückt. Soll der Kolben sich schnell bewegen, so müssen die Ventilöffnungen hinreichend gross sein ($\frac{1}{4} - \frac{1}{2}$ der Kolbenfläche), da aber grosse Ventilkappen sich schwerfällig bewegen, so nimmt man entweder mehrere kleinere Ventile für ein grosses, oder man wendet eine Schiebersteuerung an, die der bei Dampfmaschinen gebräulichen ähnlich ist.

3) Kraft und Last. Beginnt der Kolben seine Bahn, so hat er das Luftvolum $F s$ vor sich, und soll er dasselbe von der Spannung p_1 der atmosphärischen Luft auf die Spannung p_2 der Luft im Regulator bringen,

so gehört dazu nach § 367, 3 die Arbeit $F s \frac{p_1}{m-1} \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{m-1}{m}} - 1 \right]$.

Hat hierbei der Kolben den Weg x zurückgelegt, so hat sich das Volumen $F s$ auf das Volumen $F (s - x)$ vermindert, und es ist nach dem

Poisson'schen Gesetz (§ 367) $\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{s-x}{s} \right)^m$, also $s - x = s \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1}{m}}$

$= s \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{-\frac{1}{m}}$. Jetzt drängt der Kolben auf dem Wege $s - x$ die verdichtete

Luft in den Regulator und verrichtet dabei die Arbeit $F p_2 (s - x)$

$= F p_2 s \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{-\frac{1}{m}} = F s p_1 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{m-1}{m}}$; da aber auf dem ganzen Wege

der Atmosphärendruck die Arbeit $F p_1 s$ ausübt, so ist die für eine Kol-

benbewegung in Anspruch genommene Arbeit $F s \frac{p_1}{m-1} \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{m-1}{m}} - 1 \right]$

$+ F s p_1 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{m-1}{m}} - F s p_1 = \frac{m}{m-1} \cdot F s p_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{m-1}{m}} - 1 \right]$. Da

nun n Kolbenspiele in der Minute vorkommen, also $2 n$ Kolbenwege, so

ist die für die Sekunde in Anspruch genommene Arbeit $L = \frac{n F s}{30}$.

$\frac{m p_1}{m-1} \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{m-1}{m}} - 1 \right]$. Ist p_1 die Spannung der atmosphärischen Luft,

der eine Wassersäule von der Höhe b gleichzusetzen ist, so ist $p_1 = b \gamma$,

wenn γ das Gewicht der Volumeinheit Wasser bezeichnet; wird der Ueber-

druck $p_2 - p_1$ durch ein Wassermanometer von der Höhe h gemessen,

so ist $\frac{p_2}{p_1} = \frac{b+h}{b}$, und es folgt dann $L = \frac{n F s}{30} \cdot \frac{m b \gamma}{m-1}$

$\left[\left(\frac{b+h}{b} \right)^{\frac{m-1}{m}} - 1 \right]$. — Ist h gegen b nicht gross ($< \frac{1}{5} b$), so kann

man näherungsweise setzen $\left(\frac{b+h}{b}\right)^{\frac{m-1}{m}} - 1 = \left(1 + \frac{h}{b}\right)^{\frac{m-1}{m}} - 1 =$
 $\frac{m-1}{m} \cdot \frac{h}{b} - \frac{m-1}{2m^2} \frac{h^2}{b^2}$, und es ist dann $L = \frac{nFs}{30} \cdot \gamma h \left[1 - \frac{1}{2m} \cdot \frac{h}{b}\right]$.

Die hier gegebenen Werthe für L sind natürlich nur theoretische, in der Wirklichkeit werden sie durch den Einfluss der Nebenhindernisse sehr abgeändert. Die theoretische Luftmenge wird vermindert durch den schädlichen Raum, das Gewicht und die Trägheit der Ventile. Geht der Kolben von seinem höchsten Stande abwärts, so hat die über ihm im schädlichen Raume befindliche Luft die Spannung der Luft im Regulator, sie muss erst bis zur Dichte der atmosphärischen Luft expandiren, bevor das Ventil b sich öffnen kann, ja ihre Spannung muss noch etwas geringer werden, damit der Ueberdruck der Atmosphäre das Gewicht des Ventils hebe. Damit das Gewicht der Ventile nicht zu sehr hindere, darf man dieselben nicht zu schwer machen, man legt dieselben auch deshalb nicht gern horizontal, sondern geneigt. Der Kolben wird daher nicht auf seiner ganzen Hublänge s Luft ansaugen. Auch die Luft vor dem Kolben muss eine Spannung gewonnen haben, die etwas grösser ist als die im Regulator, wenn das Ausströmungsventil d geöffnet werden soll. Da die Ventile sich nicht augenblicklich schliessen, so geht beim Bewegungswechsel des Kolbens immer ein Theil Luft wieder zurück; auch der undichte Schluss bewirkt einen solchen Verlust. Im Ganzen kann man selbst bei gut ausgeführten Maschinen das effective Luftquantum nur zu 60 — 75 % des theoretischen annehmen. Die bewegende Kraft hat ausser der Nutzarbeit noch die Kolbenreibung, den Widerstand beim Durchgange der Luft durch die Ventile und die Reibung in der Windleitung zu überwinden. Der Wirkungsgrad dieser Maschinen mit Einschluss des Windverlustes ist 0,4 bis 0,6.

Zur Construction eines Cylindergebläses muss man das verlangte Luftquantum Q und die Spannung h des Windes kennen. Nun ist nach Weisbach bei Schachtöfen zur Kupfergewinnung $h = 20$ Wasserzoll, für Eisenbereitung mit Holzkohlen $h = 27''$, mit leichten Koks $h = 40 - 70''$, mit dichten Koks $h = 80 - 100''$. Für einen Kupferhohofen gebraucht man 200 KF. Luft in der Minute, für einen Eisenhohofen 560 — 1000 KF., wenn Holzkohlen, und 2000 — 5000 KF., wenn Koks gebraucht werden. Die mittlere Kolbengeschwindigkeit beträgt gewöhnlich 2 — 3', bei sorgfältiger gearbeiteten Maschinen 4 — 5', beim Schiebergebläse 6 — 10'. Die Hubhöhe ist etwa dem Kolbendurchmesser gleich. Die Ventilöffnungen betragen gewöhnlich $\frac{1}{10} - \frac{1}{6}$ der Kolbenfläche.

4) Regulator. Ein Gebläse soll einen möglichst gleichmässigen Luftstrahl geben, selbst ein doppeltwirkendes Cylindergebläse kann das nicht für sich allein leisten, da bei der Umkehr des Kolbens sich zwar das eine Ventil schliesst, das andere aber sich erst dann öffnet, wenn der Kolben die vor ihm liegende Luft bis zu einem gewissen Grade comprimirt hat; ausserdem empfängt der Kolben seine Bewegung gewöhnlich durch einen Krummzapfen; er bewegt sich also nicht gleichförmig, sondern seine Geschwindigkeit hat auf der Mitte seiner Bahn ein Maximum. Hat man mehrere zusammenarbeitende Cylinder, so kann man ihre Bewegung so anordnen, dass sie mit der Umkehr des Kolbens abwechseln, und kann schon dadurch ein gleichmässigeres Ausblasen der Luft erzie-

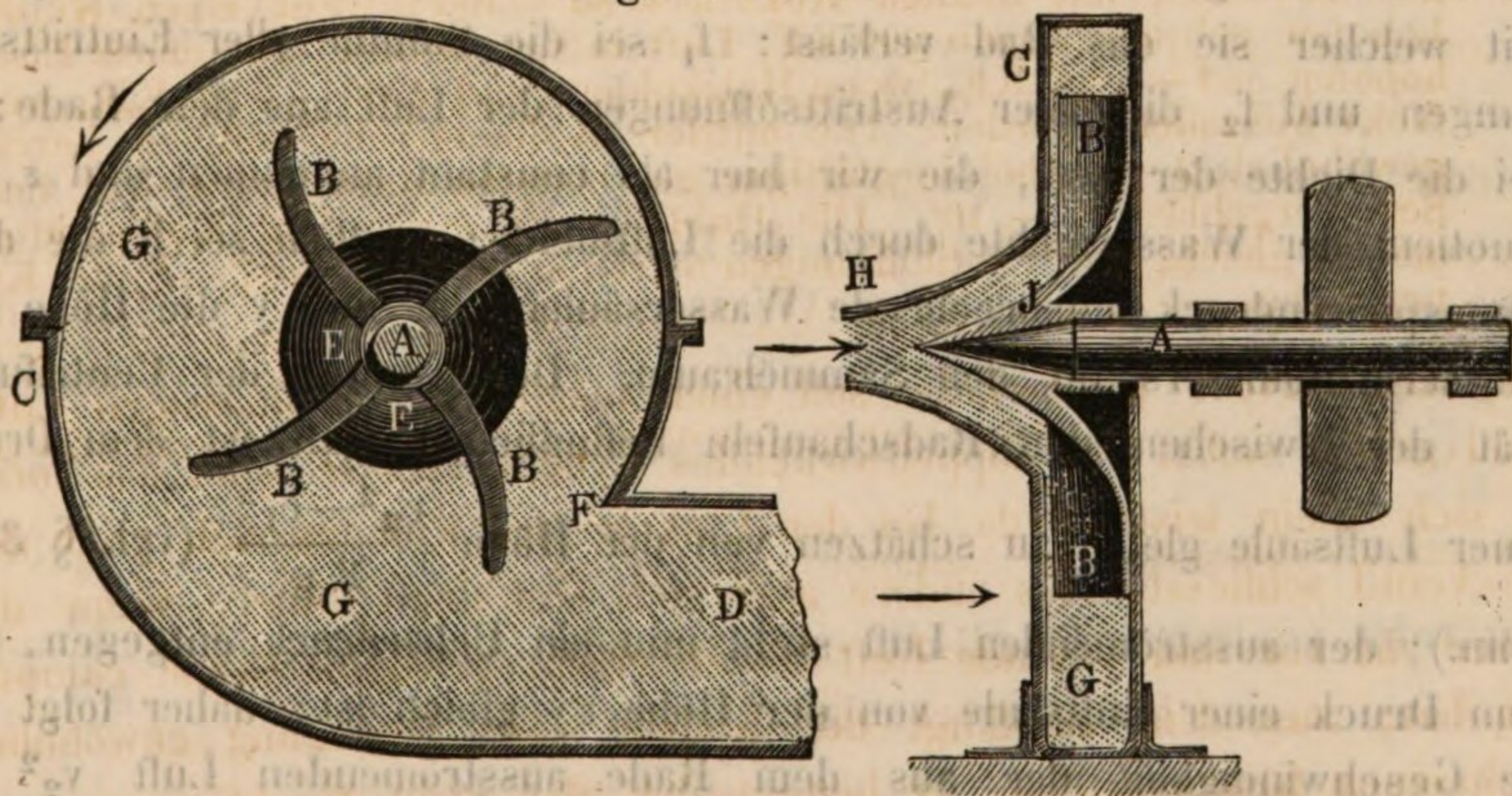
len. In der Regel wendet man aber zu diesem Zwecke einen Regulator, d. i. einen grösseren Sammelraum an. Man unterscheidet Regulatoren von constantem und von veränderlichem Inhalt. Die ersteren sind entweder gemauerte Gewölbe, oder sie werden in Kugel- oder Cylinderform aus Metall gefertigt; bei einer einfachen Cylindermaschine giebt man ihm den 50fachen Inhalt des Cylinders. Die letzteren, die Regulatoren von veränderlichem Inhalte, sind entweder Trockenregulatoren oder Wasserregulatoren. Die Trockenregulatoren bestehen aus einem vertikalen Cylinder mit einem beweglichen, aber der Spannung der Luft entsprechend belasteten Kolben; man macht sie 2 — 3 mal so gross als den Inhalt des Maschinencylinders. Der Kolben hat zugleich ein Sicherheitsventil. Die Wasserregulatoren bestehen aus einem umgestürzten und durch Wasser abgesperrten Gefässe. Ihr Volumen ist das 4 — 6fache vom Cylinder.

Ist die Röhrenleitung zum und vom Regulator lang oder ist mit derselben noch ein Heizapparat verbunden, um die Luft vor dem Ausblasen zu erwärmen, so kann der Regulator im Verhältniss kleiner gemacht werden, denn jene Vorrichtungen wirken selbst ausgleichend auf den Ausfluss der Luft ein. Der Wasserregulator hat den Uebelstand, dass durch ihn die Luft feucht wird, was oft dem Zwecke des Gebläses hinderlich ist.

§ 384. Das Centrifugalgebläse oder der Centrifugalventilator.

1) An einer horizontalen Welle A (Fig. 378 und 379) sitzen 4 bis 6 ebene oder gekrümmte flügelartige Schaufeln B; das Ganze wird von

Fig. 378 und 379.



dem unbeweglichen cylindrischen Gehäuse etwas excentrisch umschlossen, von welchem die Windleitung D ausgeht. Entweder eine (Fig. 378) oder beide Stirnflächen des Gehäuses haben in der Nähe der Welle A und concentrisch mit ihr eine Oeffnung E zum Eintreten der Luft. Es ist

vorthellhaft, wenn die äusseren Ränder der rotirenden Flügel B an der Kante F, welche die Windleitung D mit dem Gehäuse bildet, so nahe als möglich vorbeigehen, so dass der Sammelraum P zwischen der Peripherie des Flügelrades und dem Gehäuse von F aus in der Richtung der Rotation sich immer mehr erweitert, bis er in die Windleitung übergeht. Die Seitenränder der Flügel gehen möglichst nahe an den Stirnflächen des Gehäuses. Rotirt nun die Welle A, so wird alle Luft zwischen den Flügeln in Rotation versetzt und bewegt sich in Folge der Centrifugalität in den Sammelraum G, dadurch entsteht hier eine Vermehrung der Spannung, während in der Eintrittsöffnung E eine Verminderung der Spannung entsteht, weshalb hier neue Luft nachströmt. Theils wegen der im Sammelraum herrschenden grösseren Spannung, theils wegen der Geschwindigkeit, welche die Luft bereits erlangt hat, bewegt sich die Luft weiter in die Windleitung hinein.

Damit der Uebergang der Luft aus der Eintrittsstelle in den Schaufelraum leicht von statten gehe, kann man jene mit einem sog. Einlauf H (Fig. 379) versehen; diesem entsprechend sitzt dann auf der Welle A ein sphärischer Conus I, durch den die einströmende Luftmenge getheilt und dem Schaufelraum zugewendet wird. Soll der Ventilator als Sauger wirken, so schliesst sich an den Einlauf das Saugrohr an, dagegen kann dann die Windleitung D fortfallen.

2) Kraft und Last. Die Kraftverhältnisse des Centrifugalregulators sollen hier nur unter den einfachsten Voraussetzungen berechnet werden. Es sei r_1 und r_2 der innere und der äussere Radius des Ventilatorrades, c_1 und c_2 die innere und die äussere Peripheriegeschwindigkeit, v_1 sei die Geschwindigkeit, mit welcher die Luft in das Rad tritt, und v_2 die, mit welcher sie das Rad verlässt; f_1 sei die Summe aller Eintrittsöffnungen und f_2 die aller Austrittsöffnungen der Luft aus dem Rade; γ sei die Dichte der Luft, die wir hier als constant annehmen und ε der Quotient der Wasserdichte durch die Luftdichte; endlich sei b die dem Atmosphärendruck entsprechende Wassersäulenhöhe und y die Höhe des Wassermanometers für den Sammelraum. Der Einfluss der Centrifugalität der zwischen den Radschaufeln befindlichen Luft ist dem Druck einer Luftsäule gleich zu schätzen von der Höhe $\frac{c_2^2 - c_1^2}{2g}$ (vgl. § 352,

Anm.); der ausströmenden Luft steht nun ein Ueberdruck entgegen, der dem Druck einer Luftsäule von der Höhe εy gleich ist; daher folgt für die Geschwindigkeit der aus dem Rade ausströmenden Luft $v_2^2 = c_2^2 - c_1^2 - 2\varepsilon g y$. Wegen der Widerstände ist der wirkliche Werth von v_2 noch kleiner als dieser theoretische. Der vorzüglichste Widerstand ist der für den Eintritt der Luft in das Rad. Da die einströmende und ausströmende Luftmenge einander gleich sind, so ist $f_1 v_1 = f_2 v_2$,

also $v_1 = \frac{f_2}{f_1} v_2$ und $\frac{v_1^2}{2g} = \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2 \cdot \frac{v_2^2}{2g}$. Mit dieser Geschwindigkeitshöhe wird die Widerstandshöhe proportional (ξ_1) sein, daher geht die

obige Gleichung jetzt über in: $v_2^2 = c_2^2 - c_1^2 - 2\varepsilon g y - \xi_1 \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2 v_2^2$,

worin, wie schon oben, alle Glieder mit $2g$ multiplicirt sind. Es ist

also $v_2^2 = \frac{c_2^2 - c_1^2 - 2\varepsilon g y}{1 + \xi_1 \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2}$. Nehmen wir an, dass die Schaufeln radial stehen, die Luft also das Rad rechtwinklig gegen die Peripherie verlässt, so erhält man für die Geschwindigkeit v_3 , mit welcher die

Luft das Rad verlässt, die Gleichung $v_3^2 = v_2^2 + c_2^2 =$

$\frac{\left(2 + \xi_1 \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2\right) c_2^2 - c_1^2 - 2\varepsilon g y}{1 + \xi_1 \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2}$. Von hier ab unterscheiden wir

drei Fälle: A. Der Ventilator wirkt als Sauger ohne Sammelraum. Ist kein Sammelraum vorhanden und bläst das Ventilatorrad in die freie

Atmosphäre aus, so ist $y = 0$, und es folgt: $v_2^2 = \frac{c_2^2 - c_1^2}{1 + \xi_1 \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2} =$

$\frac{\left[1 - \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2\right] c_2^2}{1 + \xi_1 \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2}$. Die in der Sekunde zum Ausfluss kommende Luft-

menge ist $Q = f_2 v_2 = f_2 c_2 \sqrt{\frac{1 - \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2}{1 + \xi_1 \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2}}$. Der theoretische Ar-

beitsaufwand L für die Maschine wird der lebendigen Kraft der in Bewegung gesetzten Luft gleichgesetzt, und es ist dann $L = Q \gamma \cdot \frac{v_3^2}{2g} =$

$Q \cdot \gamma \cdot \frac{c_2^2}{2g} \cdot \frac{2 + \xi_1 \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2 - \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2}{1 + \xi_1 \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2}$. B. Die Windleitung führt un-

mittelbar zur Düse. Es sei v_4 die Ausströmungsgeschwindigkeit, f_4 die Düsenöffnung und μ ein Ausflusscoefficient, so ist $v_4^2 = v_3^2 + 2\varepsilon g y = v_2^2 + c_2^2 + 2\varepsilon g y$ und $\mu f_4 v_4 = f_2 v_2$. Aus diesen und den oben aufgestellten Gleichungen lässt sich nun v_2 , v_4 und y berechnen. Man

erhält leicht: $v_2 = c_2 \sqrt{\frac{2 - \left(\frac{r_1}{v_2}\right)^2}{\left(\frac{f_2}{\mu f_4}\right)^2 + \xi_1 \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2}};$

$$v_4 = \frac{c_2 f_2}{\mu f_4} \sqrt{\frac{2 - \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2}{\left(\frac{f_2}{\mu f_4}\right)^2 + \xi_1 \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2}};$$

$$y = \frac{c_2^2}{2 \varepsilon g} \left[\frac{\left(\frac{f_2}{\mu f_4}\right)^2 - \xi_1 \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2 - 2 - \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \left[\left(\frac{f_3}{\mu f_4}\right)^2 - 1 \right]}{\left(\frac{f_2}{\mu f_4}\right)^2 + \xi_1 \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2} \right]. \quad \text{Die}$$

Ausflussmenge ist jetzt $Q = f_2 v_2 = f_2 c_2 \sqrt{\frac{2 - \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2}{\left(\frac{f_2}{\mu f_4}\right)^2 + \xi_1 \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2}}$ und

der theoretische Arbeitsaufwand $L = Q \gamma \cdot \frac{v_4^2}{2 g} = Q \gamma \cdot \frac{c_2^2}{2 g} \cdot \left(\frac{f_2}{\mu f_4}\right)^2$.

$$\frac{2 - \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2}{\left(\frac{f_2}{\mu f_4}\right)^2 + \xi_1 \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2} \cdot - \text{C. Die Windleitung führt in einen Regulator.}$$

Die Wassermanometerhöhe des Regulators sei h , entsprechend einer Luftsäulenhöhe εh . Fände beim Uebergange aus der Windleitung in den Regulator kein Verlust an lebendiger Kraft statt, so wäre $\varepsilon h = \frac{v_3^2}{2 g} +$

εy ; geht die Luft mit der Geschwindigkeit v_3 plötzlich in den Regulator, so ist $h = y$, indem dann die ganze Geschwindigkeitshöhe $\frac{v_3^2}{2 g}$ ver-

loren geht; trifft man aber die Einrichtung, dass die Windleitung sich nach dem Regulator hin allmähig erweitert, so geht nur ein Theil (ξ_2) dieser Geschwindigkeitshöhe verloren, und es ist dann $\varepsilon h = (1 - \xi_2)$

$$\frac{v_3^2}{2 g} + \varepsilon y = (1 - \xi_2) \frac{v_2^2 + c_2^2}{2 g} + \varepsilon y. \quad \text{Aus dieser und der oben für}$$

$$v_2^2 \text{ entwickelten Gleichung folgt nun: } v_2^2 = \frac{(2 - \xi_2) c_2^2 - c_1^2 - 2 \varepsilon g h}{\xi_2 + \xi_1 \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2}.$$

Die zum Ausfluss kommende Luftmenge ist nun $Q = f_2 v_2 =$

$$f_2 \sqrt{\frac{(2 - \zeta_2) c_2^2 - c_1^2 - 2 \varepsilon g h}{\zeta_2 + \zeta_1 \left(\frac{f_2}{f_1} \right)^2}}, \text{ und der Arbeitsaufwand ist } L = Q \gamma \cdot \varepsilon h.$$

Da vorstehende Rechnung nur die allgemeinsten Verhältnisse der Centrifugalventilatoren festhält, viele Widerstände ausser Acht lässt und dabei noch von Annahmen ausgeht, die mit der Wirklichkeit nicht ganz übereinstimmen, so werden die Resultate auch nur im Allgemeinen das Verhalten dieser Maschinen ausdrücken. So sehen wir, dass die Luftmenge einfach mit der Umdrehungsgeschwindigkeit, die Spannung im Sammelraum mit dem Quadrat dieser Geschwindigkeit, der Arbeitsaufwand aber mit dem Kubus derselben proportional ist. Der Werth des Coëfficienten ζ_1 wird von den Vorrichtungen abhängen, welche das Einströmen der Luft erleichtern, im Allgemeinen kann man $\zeta_1 = 0,1$ bis $0,2$ setzen. Die Weite des Sammelraumes und der Windleitung müssen so genommen werden, dass die Luft die absolute Geschwindigkeit $\sqrt{v_2^2 + c_2^2}$ in ihnen beibehalten kann, sind sie zu weit, so würde die aus dem Rade kommende Luft sogleich einen Theil ihrer Geschwindigkeit verlieren, womit auch ein Verlust an Wirksamkeit verbunden wäre. Der Widerstandcoëfficient ζ_2 wird immer einen grossen Werth, zwischen $0,5$ bis 1 haben, meistens wird er der Eins ziemlich gleich kommen. Anstatt der in der Rechnung angenommenen ebenen radialen Schaufeln kommen gewöhnlich gekrümmte oder ebene, aber schräg gestellte vor.

§ 385. Andere Gebläsearten.

1) Der doppelte Blasebalg (Fig. 380) wird gewöhnlich für Schmiedefeuer angewendet. Mit dem Balgenkopfe D, von welchem die Düse E ausgeht, sind drei trapezförmige, nach D hin verjüngt zulaufende Deckel so verbunden, dass der mittlere B unbeweglich ist, die beiden äusseren aber sich in Scharnieren drehen können; der Raum zwischen je zwei benachbarten ist durch eine Lederumhüllung luftdicht abgeschlossen. In B und C befinden sich Ventile, die sich nach oben öffnen können; ein Gewicht G zieht den Deckel C und ein anderes drückt den Deckel A selbstthätig abwärts; die Kraft ergreift gewöhnlich mittelst eines Hebels LKI und einer Kette IF den unteren Deckel C an einem Vorsprunge F, auch kann dieser durch eine Welle mittelst eines Hebendaumens abwechselnd gehoben werden. Der Raum zwischen B und C ist das eigentliche Gebläse, der zwischen A und B wirkt als Regulator, von ihm geht auch die Düse E aus. Wird C aufwärts bewegt, so schliesst sich das Ventil a, das Ventil b hebt sich, die Luft tritt in den Regulator, hebt den Deckel A, strömt aber auch gleichzeitig durch die Düse. Setzt die Kraft, welche C aufwärts zog, aus, so geht C durch den Zug des Gewichtes G abwärts, b schliesst sich, a öffnet sich, der untere Raum füllt sich mit frischer Luft, während der Druck des Gewichtes H den Deckel A abwärts treibt, so dass also der ausblasende Luftstrom nicht absetzt. — 2) Das Baader'sche Gebläse (Fig. 381) besteht aus einem unten offenen Kasten A, der mittelst der Stange C auf- und abwärts bewegt wird; er taucht in das Wasser eines Gefässes B. Durch den

Fig. 380.

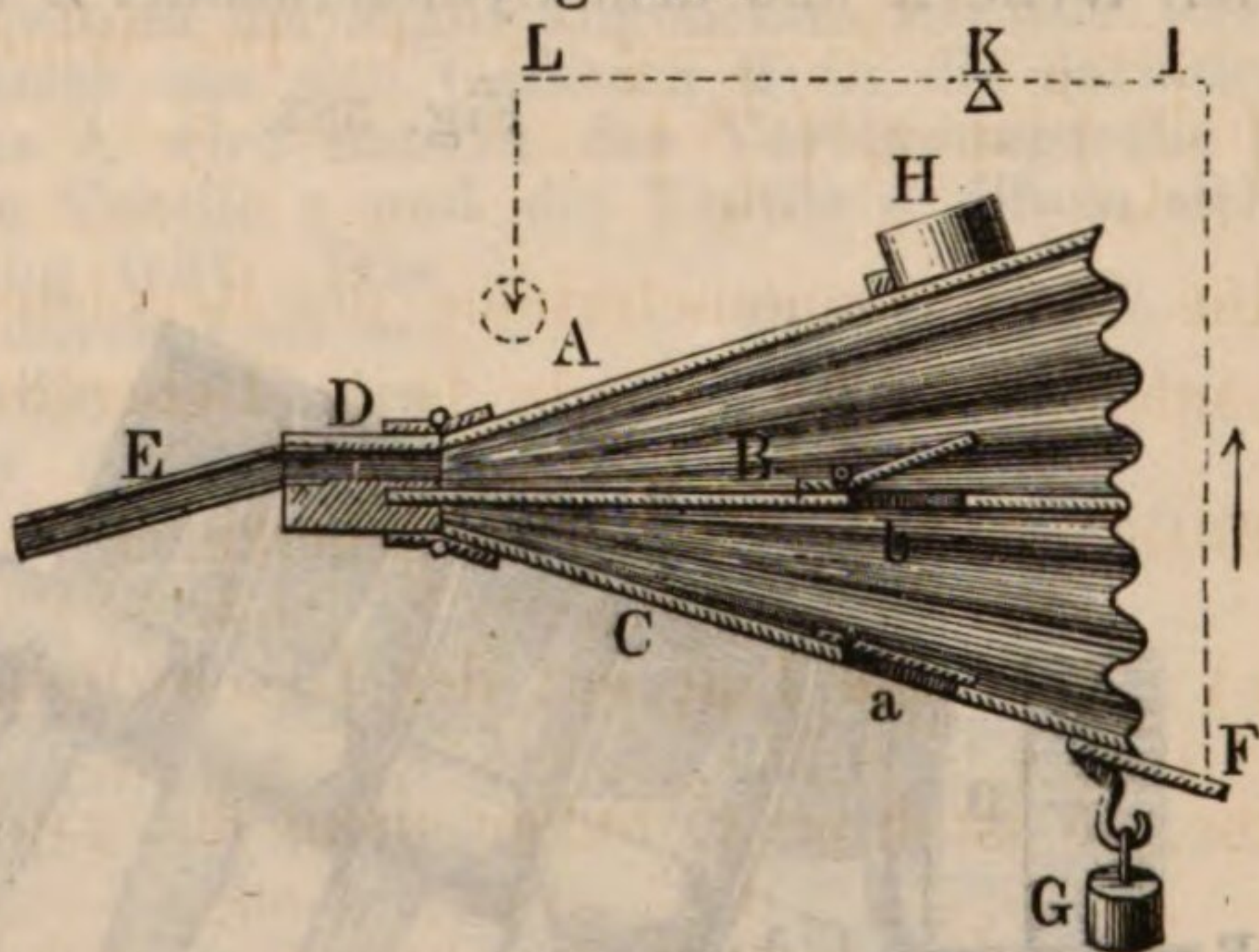


Fig. 381.

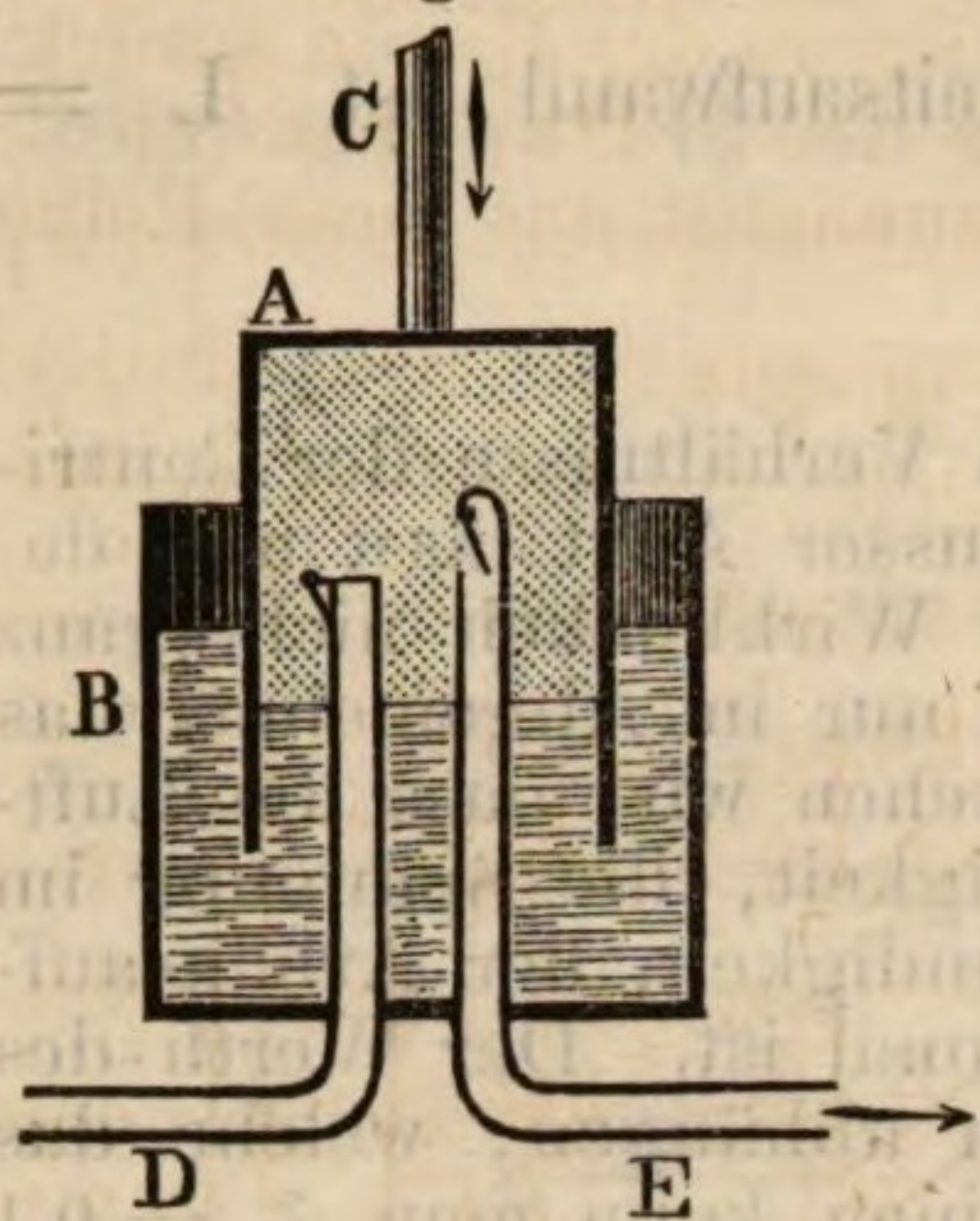
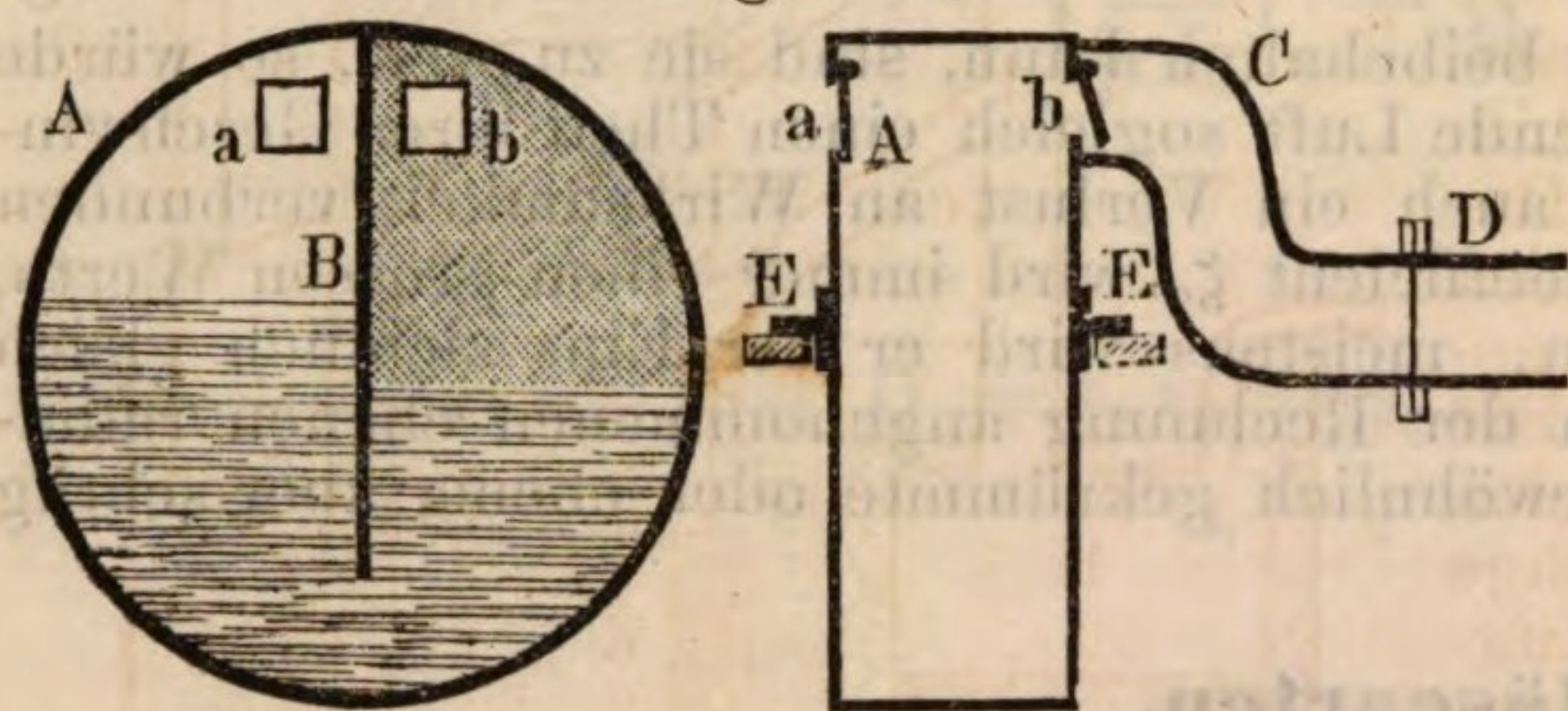
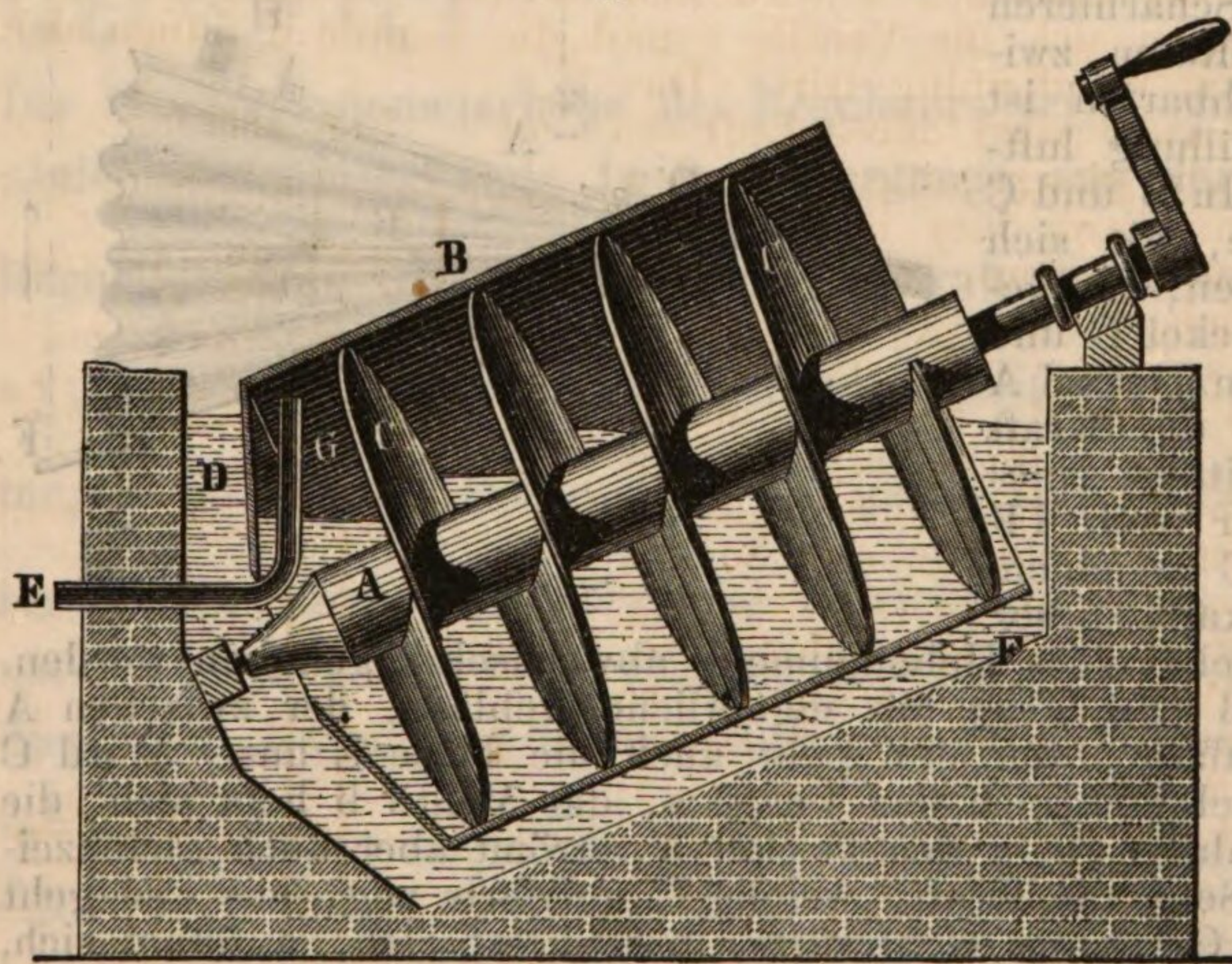


Fig. 382.



will, wird aus dem einen Raume Luft ausgetrieben, in den andern aber nachgesogen. — 4) Die Cagniardelle (von Cagniard-Latour) oder Schraubengebläse (Fig. 383) ist ein verbessertes Spiralgebläse. Der Raum zwischen der Welle A und dem Cylindermantel B ist durch eine Schraubenfläche C in

Fig. 383.



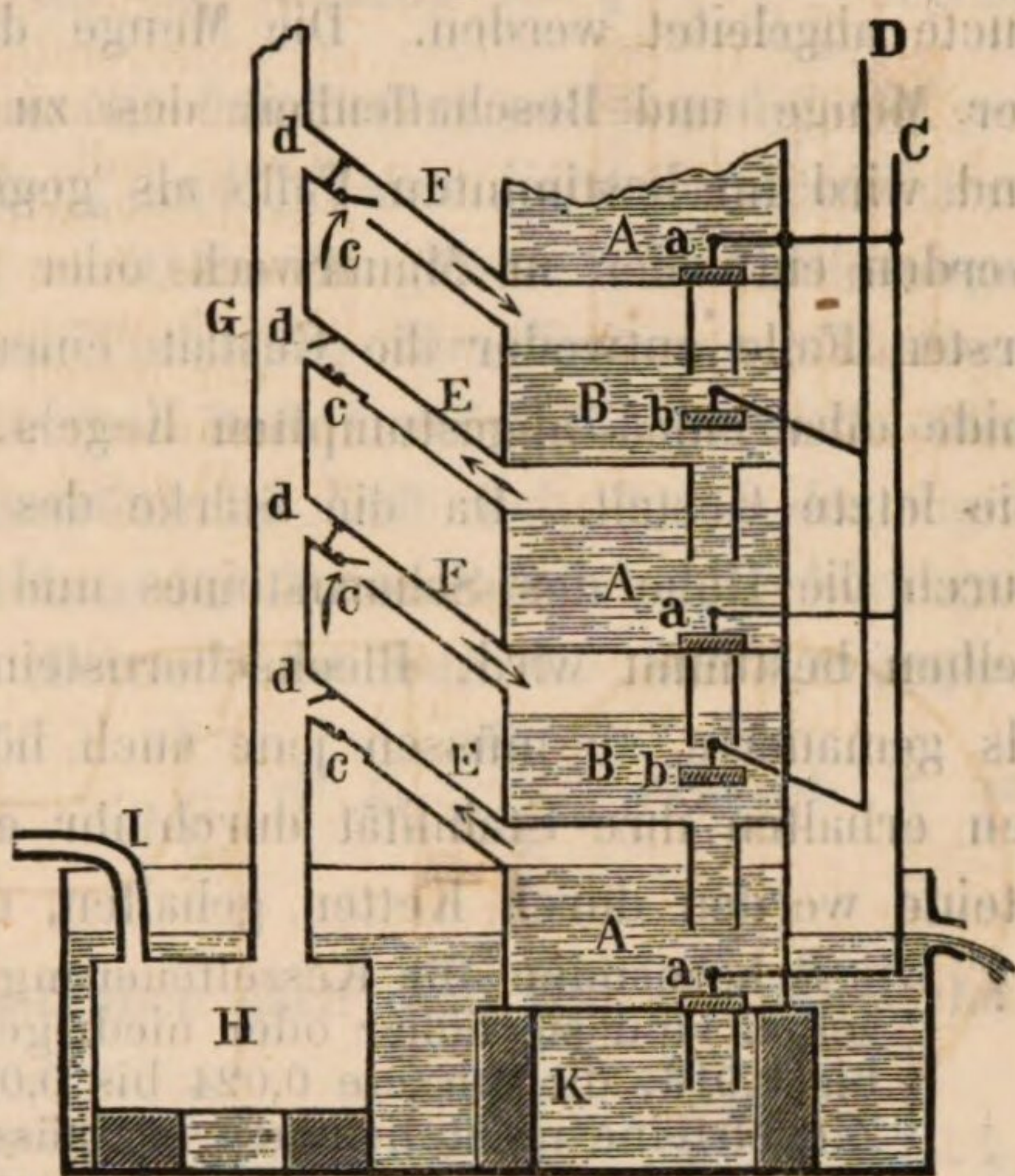
einen schraubenförmigen Kanal getheilt. An den Cylinder schliesst sich der Mantel D eines abgestumpften Kegels, welcher in der Nähe der Welle eine kreisförmige Oeffnung hat, aus welcher das Ausblaserohr E austritt. Der Apparat ruht mit geneigter Axe in einem gemauerten Wasserbassin F, und der Wasserspiegel in demselben steht so hoch, dass die obere Oeffnung des schraubenförmigen Kanals bei einer Umdrehung der Welle zur Hälfte

Boden dieses Gefäßes führen bis in den Luftraum des Kastens A das Saugrohr D und das Blaserohr E, deren innere Enden mit Ventilen versehen sind. Steigt der Kasten A aufwärts, so wird die Luft durch D angesogen; geht er abwärts, so wird sie durch E ausgeblasen. Wegen des aussetzenden Luftstromes ist die Verbindung mit einem Regulator nothwendig. — Der Harzer Wettersatz hat ähnliche Einrichtung, da er aber nur als Sauger wirken soll, so fällt das Rohr E fort, und das Ausblaseventil befindet sich im oberen Boden des Kastens A. — 3) Das Tonnengebläse (Fig. 382) besteht aus einem horizontalen fassartigen Körper A, der durch eine Scheidewand in zwei unten communicirende Hälften getheilt und etwa zur Hälfte mit Wasser gefüllt ist. Die oberen Lufträume haben einerseits Einlassventile a und andererseits Auslassventile b, diese führen in ein Knierohr C, welches mittelst eines Gelenks mit dem Windleiter D in Verbindung steht. Der Tonne A wird um eine horizontale Axe eine langsame oscillirende Bewegung ertheilt, dadurch nimmt das Wasser in den beiden Hälften einen ungleichen Stand an; indem der Wasserstand sich wieder ausgleichen

durch die Luft, zur Hälfte durch das Wasser geht. Daher schöpft dieser Kanal bei fortgesetzter Rotation abwechselnd Luft und Wasser, die nachfolgenden Massen drängen die vorhergegangenen abwärts, wobei die Luft durch den Druck der höherstehenden Wassermassen sich immermehr comprimirt,

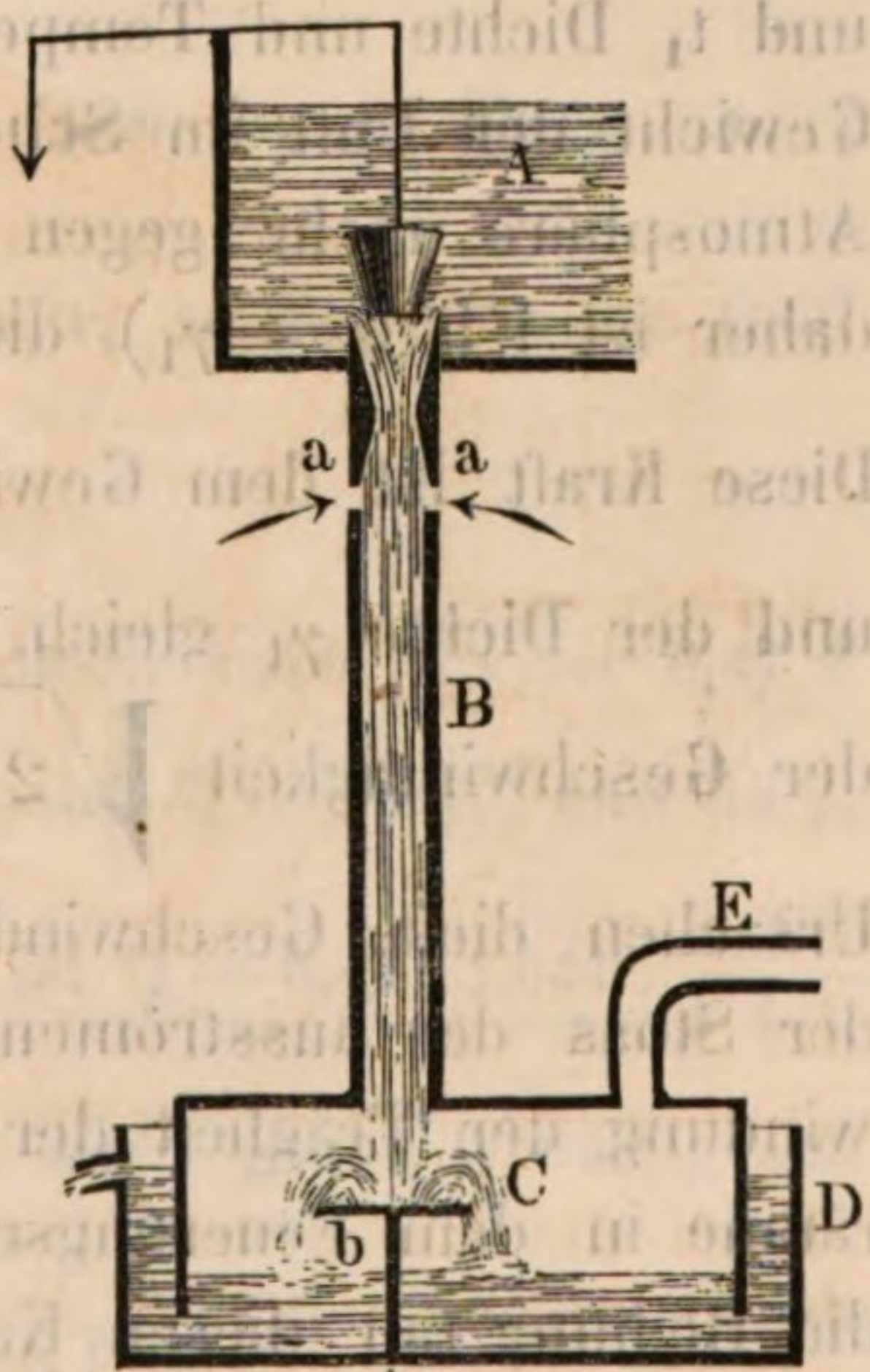
bis sie in den Raum G gelangt, von wo sie durch das Rohr E aufgenommen wird; das Wasser fließt durch die kreisförmige Oeffnung in das Bassin zurück. Der Wirkungsgrad dieser Maschine ist ein sehr günstiger.— 5) Das Henschelsche Wassersäulengebläse (Fig. 384) besteht zunächst aus einer Reihe

Fig. 384.



gleicher, über einander stehender Cylindergefäße A, B aus Gusseisen; jedes obere Gefäß steht mit dem darunter befindlichen durch eine Ventilöffnung a, b und ein etwa bis zur Mitte reichendes Fallrohr in Verbindung. Die oberen Räume der Gefäße stehen durch aufsteigende Verbindungsrohren E, F mit der Windleitung G in Verbindung, welche oben geschlossen ist und unten in den Regulator H führt, von welchem das Ausblaserohr I ausgeht. Jedes Verbindungsrohr hat ein Einlassventil c und ein Auslassventil d nach der Windleitung hin. Die Ventile a, b können durch Hebel, welche auf angemessene Art aus den Gefäßen heraustreten, geöffnet und geschlossen werden. Die Hebel der abwechselnd liegenden Ventile a stehen mit der Zugstange C, die der Ventile b mit der Zugstange D in Verbindung; beide Zugstangen stehen wieder mit einer kleinen Wassersäulenmaschine in Verbindung, durch welche sie abwechselnd gehoben und gesenkt werden. Das Wasser fließt zuerst in das oberste Gefäß, gelangt nach und nach in die darunter liegenden und fließt aus dem untersten in das Bassin K. Sind (wie in der Figur angedeutet ist) alle Ventile b geöffnet, so fließt das Wasser aus den Gefäßen B in die darunter liegenden Gefäße A; die Luft aus A wird nun in das Verbindungsrohr E getrieben, hier schliessen sich die Ventile c und die Ventile d öffnen sich, so dass die Luft in die Windleitung tritt. Das aus B ausfließende Wasser wird durch Luft ersetzt, welche durch die Saugventile c in den Röhren F in diese und von hier nach B gelangt. Hört diese Luftbewegung auf, so hebt sich D und C senkt sich, die Ventile b schliessen sich und die Ventile a öffnen sich, das Wasser fließt aus A abwärts nach B, die Luft aus B geht durch F nach G, und atmosphärische Luft kommt durch E nach A. Da während dieser Vorgänge die wirksame Druckhöhe sich ändert, so ist auch die Geschwindigkeit der Luftströmung sehr veränderlich und also ein Regulator notwendig. — 6) Das Wassertrommelgebläse (Fig. 385). Aus einem Wasserbehälter A strömt Wasser durch die Fallröhre in den Wasserregulator C. Die Röhre B hat seitwärts die Oeffnungen a, durch welche gleichzeitig Luft eingesogen wird, weil der hydraulische Druck (§ 323) an dieser Stelle negativ ist. Bei dem Sturz des Wassers auf den kleinen Tisch b trennen sich Luft und Wasser wieder, das Wasser tritt in das Gefäß D über und sperrt den Regulator ab, während die Luft bei E weiter geleitet wird.

Fig. 385.



§ 386. Bewegung der Luft in Schornsteinen.

1) Die Schornsteine oder Essen dienen dazu, den bei Herd- oder Kesselfeuerungen nöthigen Luftzug zu erzeugen, damit frische Luft zur Unterhaltung des Brennprocesses herbeigeführt und die gasförmigen Brennproducte abgeleitet werden. Die Menge der zuzuführenden Luft hängt von der Menge und Beschaffenheit des zu verbrennenden Brennmaterials ab und wird im bestimmten Falle als gegeben angesehen. Die Schornsteine werden entweder in Mauerwerk oder aus Blech ausgeführt, haben im ersten Falle entweder die Gestalt einer abgestumpften vierseitigen Pyramide oder eines abgestumpften Kegels, im zweiten Falle haben sie nur die letzte Gestalt. Da die Stärke des erzeugten Luftzuges vorzugsweise durch die Höhe des Schornsteines und die Temperatur der Luft in demselben bestimmt wird, Blechschornsteine aber die Luft leichter abkühlen als gemauerte, so müssen jene auch höher sein als diese. Die gemauerten erhalten ihre Stabilität durch ihr eigenes Gewicht, die Blechschornsteine werden durch Ketten gehalten, die bis zum Erdboden niedergehen.

Die Schornsteine für Kesselfeuerung erhalten eine Höhe von 60—150', selten sind sie höher oder niedriger; die innere Böschung beträgt 0,015 bis 0,016, die äussere 0,024 bis 0,030 im Verhältniss der Höhe; um die Ziegelsteine nicht behauen zu müssen, macht man die äussere Fläche pyramidal oder conisch und lässt innen die Steine von Strecke zu Strecke um eine Breite zurücktreten. Die obere Wandstärke beträgt bei hohen Schornsteinen noch 6". Besondere Sorgfalt ist auf die Fundamentirung zu verwenden, damit keine Senkung eintritt. Die obere Kante von der Eintrittsstelle des Fuchses (Feuerkanals) in den Schornstein ist abzurunden, damit die Luft leichter in den Schornstein übergehe.

2) Peclet's Theorie. Es sei F der Querschnitt und h die Höhe des Schornsteins, γ und t Dichte und Temperatur der äusseren und γ_1 und t_1 Dichte und Temperatur der inneren Luft. Es ist nun $Fh\gamma_1$ das Gewicht der Luft im Schornstein und $Fh\gamma$ der Druck, um welchen die Atmosphäre mehr gegen die untere als obere Schornsteinfläche drückt, daher ist $Fh(\gamma - \gamma_1)$ die bewegende Kraft der Luft im Schornsteine.

Diese Kraft ist dem Gewicht einer Luftsäule von der Höhe $\frac{h(\gamma - \gamma_1)}{\gamma_1}$

und der Dichte γ_1 gleich, die Luft würde sich also im Schornsteine mit der Geschwindigkeit $\sqrt{2gh \frac{\gamma - \gamma_1}{\gamma_1}}$ bewegen, wenn nicht durch andere

Ursachen diese Geschwindigkeit verzögert würde. Diese Ursachen sind: der Stoss der ausströmenden Luft gegen die äussere Luft, die Ueberwindung der Trägheit der Luft, die durch den Rost und die Zwischenräume in dem Feuerungsmaterial in die Feuerkanäle gezogen wird und die Reibung an diesen Kanälen und im Schornstein. Drückt man den Einfluss dieser Widerstände wie früher durch Widerstandshöhen aus, die

hier sämmtlich mit der Geschwindigkeitshöhe $\frac{v^2}{2g}$ proportional sein werden, so kann man die Geschwindigkeitshöhe für den Eintritt und den Austritt der Luft $= \xi_1 \frac{v^2}{2g}$, die für die Reibung $= \xi \frac{1}{d} \frac{v^2}{2g}$ setzen, wobei l die Länge des Schornsteins mit den Feuerkanälen und d die gemeinschaftliche Weite dieser Kanäle, ξ und ξ_1 aber Erfahrungscoëfficienten bezeichnen. Nach § 373 ist $\xi = 0,024$ für gewöhnliche Luftleitungskanäle, Peclet findet aus seinen Versuchen für die innen mit Russ überzogenen Schornsteine $\xi = 0,05$. Der Coëfficient ξ_1 wird einen grossen Werth haben, da die einströmende Luft sich durch die engen Zwischenräume zwischen den Stücken des Brennmaterials durchdrängen muss; Peclet findet $\xi_1 = 12$. Hiernach ist nun die Bewegungsgleichung: $h \frac{\gamma - \gamma_1}{\gamma_1} = \frac{v^2}{2g} + \xi \frac{1}{d} \cdot \frac{v^2}{2g} + \xi_1 \frac{v^2}{2g}$, also ist $v =$

$$\sqrt{\frac{2gh(\gamma - \gamma_1)}{\gamma_1 \left(1 + \xi_1 + \xi \frac{1}{d}\right)}}.$$

Nun ist aber nach dem Gay-Lussac'schen

Gesetz $\frac{\gamma}{\gamma_1} = \frac{a + t_1}{a + t}$, wo $a = 272,48$ (§ 362) ist, also ist $\frac{\gamma - \gamma_1}{\gamma_1}$

$= \frac{t_1 - t}{a + t}$; beachtet man nun noch, dass die halbverbrannte Luft im

Schornstein etwa 1,044 so schwer als frische Luft ist, so kann man

$\frac{\gamma - \gamma_1}{\gamma_1} = \frac{t_1 - t}{1,044(a + t)}$ setzen. Hiernach ist dann $v =$

$$\sqrt{\frac{2gh(t_1 - t)}{1,044(a + t) \left(1 + \xi_1 + \xi \frac{1}{d}\right)}}.$$

Setzt man hierin für g , a , ξ

und ξ_1 die Werthe und vernachlässigt t gegen a , so folgt: $v = 0,47$

$$\sqrt{\frac{(t_1 - t)hd}{13d + 0,05l}}.$$

Die ausströmende Luftmenge ist dem Volumen nach $Fv = 0,47 F$

$\sqrt{\frac{(t_1 - t)hd}{13d + 0,05l}}$; das Gewicht derselben ist also $Q = Fv\gamma_1$, und da γ_1

$= 1,044 \cdot \frac{a + t_1}{a + t}$ γ gesetzt werden kann, so ist $Q = 0,47 \cdot 1,044 \cdot \frac{a + t_1}{a + t}$

$\gamma F \cdot \sqrt{\frac{(t_1 - t)hd}{13d + 0,05l}}$. Vernachlässigt man hier t gegen t_1 und gegen

a , so folgt $Q = 134 \cdot \frac{F\gamma}{a + t_1} \sqrt{\frac{hd t_1}{13d + 0,05l}}$. Die Gewichtsmenge

der in der Sekunde durch den Schornstein abgeführten Luft ist also

proportional mit $\frac{\sqrt{t_1}}{a + t_1}$. Dieser Ausdruck ist ein Maximum, wenn $t_1 = a$ ist. Hieraus folgt, dass ein Schornstein die grösste Gewichtsmenge an Luft fördert, wenn die Temperatur der heissen Luft in ihm 273° beträgt. Bei einer höheren Temperatur der ausströmenden Gase wird die Gewichtsmenge der ausströmenden Luft wieder geringer. Es ist daher von Vortheil, zu heisse Gase erst angemessen abzukühlen, ehe sie in den Schornstein treten, wobei sich noch oft die den Gasen zu entziehende Wärme technisch benutzen lässt. — Ist in vorstehenden Formeln Q , h , l , t_1 gegeben, so kann man leicht d finden.*)

3) Man kann durch schornsteinartige Aufsätze auch die Ventilation (den Luftwechsel) in bewohnten Räumen oder Gruben bewirken (§ 382, 1);

$$\text{auch in diesem Falle gilt die Formel } v = \sqrt{\frac{2 g h (\gamma - \gamma_1)}{\gamma' \left(1 + \xi_1 + \xi \frac{1}{d}\right)}} \\ = \sqrt{\frac{2 g h (t_1 - t)}{(a + t) \left(1 + \xi_1 + \xi \frac{1}{d}\right)}}, \text{ nur haben jetzt } \xi \text{ und } \xi_1 \text{ nicht}$$

die obigen Werthe. Hier kann man $\xi = 0,024$ (§ 373) setzen und $\xi_1 = 2$, nämlich $\xi_1' = 1,5$ für den Stoss der austretenden Luft (§ 374, § 342) und $\xi_1'' = 0,5$ für die Trägheit der eintretenden Luft. Kommen Verengerungen, Erweiterungen oder Kniee vor, so ist ξ_1 noch entsprechend zu vergrössern. Wird die Ventilation nur durch ein vertikales Rohr bewirkt, so ist noch $l = h$.

§ 387. Windräder.

1) Die Windräder der gebräuchlichen Windmühlen bestehen zunächst aus der Flügelwelle, welche eine Neigung von $5-15^\circ$ gegen den Horizont hat; man unterscheidet an ihr: den Kopf, das äussere Ende derselben, den Hals, mit welchem sie in einem Halslager aufliegt, den Zapfen am inneren Ende und das Transmissionsrad zwischen Zapfen und Hals. An dem Kopf sitzen die 4 Windflügel. Jeder besteht aus der Windruthe, welche von dem Kopf radial ausläuft und etwa 30 F. lang ist; aus den Sprossen, welche rechtwinklig durch die Windruthen gesteckt werden und deren Enden durch die Saumlatten verbunden werden, und aus der Flügelbedeckung. Die innere Sprosse steht etwa um $\frac{1}{6}$ der Ruthenlänge von der Wellenmitte ab und hat diesen Abstand zur Länge, die äusserste Sprosse hat $\frac{1}{5}-\frac{1}{4}$ der Ruthenlänge zur Länge, man macht aber auch alle Sprossen gleich lang. Sind die Flügel eben, so erhalten alle Sprossen eine Neigung von $12-18^\circ$ gegen die Umdrehungsebene; gewöhnlich macht man aber die Flügelfläche windschief, dann erhält die innere Sprosse eine Neigung von $24-30^\circ$, die äussere

*) Vgl. Schinz, Wärme-Messkunst, Art. 166.

eine von 6—12°. Die Sprossen stehen nach der einen Seite der Ruthe etwa um 16", nach der andern um 5—6' vor. Die Windräder erhalten gewöhnlich eine Linksdrehung, und die schmale Flügelseite geht voran. Der schmale Flügeltheil wird durch das Windbrett bedeckt, der breite aber durch die sogenannten Windthüren oder durch Segeltuch. — Die Windräder müssen gegen den Wind gestellt werden können. Bei den deutschen oder Bockwindmühlen ist deshalb das ganze Mühlengebäude um den Hausbaum oder Ständer drehbar, der mit Kreuzschwelen und Streben fest verbunden den Bock bildet. Die Drehung wird durch einen 20—30' langen Hebel, den Sterz, bewirkt, der fest mit dem Mühlengebäude verbunden ist. Bei den holländischen oder Thurmwindmühlen ist nur das Haupt des Mühlengebäudes, die Haube, welche nur die Flügelwelle trägt, drehbar; die Bewegung der Flügelwelle wird dann mittelst zweier Zahnräder an eine starke stehende Welle, den Königsbaum, übertragen, die durch das ganze Gebäude geht.

Gewöhnlich werden die Wellen aus Holz gemacht, die eisernen bieten aber den Vortheil, dass das Holz dünner ($\frac{1}{2}$ — $\frac{3}{4}$ ' gegen $1\frac{1}{2}$ —2') ausfällt, wodurch an Reibung gespart wird. Die Windruthen werden entweder durch den Kopf gesteckt, oder sie werden mittelst Schrauben an eine Rosette befestigt. Sie sind in der Regel an der Welle 1' dick und 9" breit, am äusseren Ende dagegen 6" dick und $4\frac{1}{2}$ " breit. Die Sprossen sind $2\frac{1}{2}$ " breit und $1\frac{1}{4}$ " dick und stehen 15—18" von einander ab. Nach Smeaton soll man die Windruthe in 6 gleiche Theile theilen, durch den ersten Theilpunkt die innere Sprosse unter 18° Neigung stecken, für die folgenden Theilpunkte aber den Sprossen die Neigung 19°, 18°, 16°, $12\frac{1}{2}$ ° und 7° geben, wodurch eine hohle windschiefe Fläche erzielt wird.

2) Effect des Windrades. Man denke sich ein sehr schmales Flügelement, das der ganzen Flügelbreite durch zwei zur Windruthe senkrechte Parallelen begrenzt wird; es sei nun b die Länge dieses Streifens (Flügelbreite), d die Höhe desselben, α der Winkel, den die Ebene dieses Streifens mit der Windrichtung (Wellenrichtung) bildet; es sei ferner v die Windgeschwindigkeit, γ die Dichte des Windes und c die Umdrehungsgeschwindigkeit dieses Elementes. Nun ist bd die Fläche dieses Elementes und $bd \sin \alpha$ ist der Querschnitt des Luftstromes, welcher dieses Element trifft, daher ist nach § 339, 2 der Normaldruck des Luftstosses gegen dieses Element $N = 2 \gamma \cdot bd \sin \alpha \cdot \frac{(v \sin \alpha - c \cos \alpha)^2}{2g \sin \alpha}$

$= 2 \gamma b d \frac{(v \sin \alpha - c \cos \alpha)^2}{2g}$, unter der Voraussetzung der Nichtelasticität des stossenden Elementes; nach § 372, 2 verdoppelt sich aber dieser Werth, weil die Luft elastisch ist; daher ist $N = 4 \gamma b d \frac{(v \sin \alpha - c \cos \alpha)^2}{2g}$. Das Flügelement erleidet nun einen Paralleldruck

$N \sin \alpha = 4 \gamma b d \frac{(v \sin \alpha - c \cos \alpha)^2}{2 g} \sin \alpha$ und einen Seitendruck $N \cos \alpha$
 $= 4 \gamma b d \frac{(v \sin \alpha - c \cos \alpha)^2}{2 g} \cos \alpha$. Der Effect dieses Seitendrucks
 ist $N c \cos \alpha = 4 \gamma b d \frac{(v \sin \alpha - c \cos \alpha)^2}{2 g} c \cos \alpha = 4 \gamma b d \cdot \frac{v^3}{2 g} \cdot$
 $\left(\operatorname{tng} \alpha - \frac{c}{v} \right)^2 \frac{c}{v} \cos \alpha^3$. Summirt man nun diesen Werth für alle
 Elemente eines Flügels, so erhält man den Effect desselben, und multi-
 plicirt man mit der Anzahl n aller Flügel, so erhält man den Effect des
 Windrades: $L = 4 n \gamma \frac{v^3}{2 g} \cdot \Sigma \left[b d \left(\operatorname{tng} \alpha - \frac{c}{v} \right)^2 \frac{c}{v} \cos \alpha^3 \right]$. Die Sum-
 mirung kann man mittelst der Simpson'schen Regel annähernd ausfüh-
 ren. Man setze der Kürze wegen $b \left(\operatorname{tng} \alpha - \frac{c}{v} \right)^2 \frac{c}{v} \cos \alpha^3 = A$,
 theile die ganze Flügellänge in eine gerade Anzahl gleicher Theile, z. B.
 in 6, und berechne für die End- und Theilpunkte die entsprechenden
 Werthe von $A_0, A_1, A_2 \dots A_6$, so ist angenähert $L = 4 n \gamma \cdot \frac{v^3}{2 g} \cdot \frac{1}{18}$
 $(A_0 + 4 A_1 + 2 A_2 + 4 A_3 + 2 A_4 + 4 A_5 + A_6)$.

Sind die Flügel gleichbreit und eben, so sind b und α constant, und es
 ist dann bei 4 Flügeln $L = 16 \gamma \cdot \frac{b v^3 \cos \alpha^3}{2 g} \Sigma \left[d \left(\operatorname{tng} \alpha - \frac{c}{v} \right)^2 \frac{c}{v} \right]$.

Da der zu summirende Ausdruck in Bezug auf c vom dritten Grade
 ist, so giebt die Simpson'sche Regel genaue Werthe, und es genügt
 eine Zweitheilung der Länge. Ist c_1 die Umdrehungsgeschwindigkeit
 des äusseren Flügelrandes, so ist $\frac{c_1}{m}$ die des inneren, wenn der m te
 Theil der Windrute frei ist; in der Mitte des Flügels ist dann die
 Geschwindigkeit $\frac{(m+1) c_1}{2 m}$. Es folgt nun für die Leistung der 4 Flügel

$$\begin{aligned}
 L = 16 \gamma \cdot \frac{b \cos \alpha^3}{2 g} \cdot \frac{1}{6} & \left[(v \operatorname{tng} \alpha - c_1)^2 c_1 + 4 \left(v \operatorname{tng} \alpha - \frac{m+1}{2m} c_1 \right)^2 \cdot \right. \\
 & \left. \frac{(m+1) c_1}{2 m} + \left(v \operatorname{tng} \alpha - \frac{1}{m} c_1 \right)^2 \frac{c_1}{m} \right] = \frac{8}{3} b l \gamma \cdot \frac{v^2 c_1 \cos \alpha^3}{2 g} \cdot \\
 & \left[\frac{3 (m+1)}{m} \operatorname{tng} \alpha^2 - \frac{4 (m^2 + m + 1)}{m^2} \frac{c_1}{v} \operatorname{tng} \alpha + \frac{3 (m^3 + m^2 + m + 1)}{2 m^3} \right. \\
 & \left. \left(\frac{c_1}{v} \right)^2 \right].
 \end{aligned}$$

3) Maximaleffect. Es entsteht jetzt die Frage: wie gross muss α
 sein, damit der Effect des Flügelements bei gegebenen Werthen von v
 und c ein Maximum sei? Das Maximum tritt ein, wenn $(\sin \alpha - \frac{c}{v} \cos \alpha)^2$
 $\cos \alpha$ ein Maximum ist. Setzt man $\frac{c}{v} = \operatorname{tg} \varphi$, so geht der letzte Aus-

druck über in $\frac{\sin(\alpha - \varphi)^2 \cos \alpha}{\cos \varphi^2}$; da φ constant ist, so ist nur das Maximum der Ausdrücke $\sin(\alpha - \varphi)^2 \cos \alpha$ zu untersuchen. Tritt dieses Maximum für den Werth α_1 ein, so ist der folgende Ausdruck stets positiv: $\sin(\alpha_1 - \varphi)^2 \cos \alpha_1 - \sin(\alpha - \varphi)^2 \cos \alpha = \sin(\alpha_1 - \varphi)^2 (\cos \alpha_1 - \cos \alpha) + \cos \alpha (\sin(\alpha_1 - \varphi)^2 - \sin(\alpha - \varphi)^2) = -2 \sin(\alpha_1 - \varphi)^2 \sin \frac{\alpha_1 + \alpha}{2} \sin \frac{\alpha_1 - \alpha}{2} + 2 \cos \alpha (\sin(\alpha_1 - \varphi) + \sin(\alpha - \varphi)) \cos \frac{\alpha_1 + \alpha - 2\varphi}{2}$

$$\sin \frac{\alpha_1 - \alpha}{2} = 2 \sin \frac{\alpha_1 - \alpha}{2} \left[-\sin(\alpha_1 - \varphi)^2 \sin \frac{\alpha_1 + \alpha}{2} + \cos \alpha (\sin(\alpha_1 - \varphi) + \sin(\alpha - \varphi)) \cos \frac{\alpha_1 + \alpha - 2\varphi}{2} \right].$$

Beide Factoren dieses Ausdrucks sind nun gleichzeitig positiv, oder negativ, oder null; der erste Factor verschwindet für $\alpha = \alpha_1$; setzt man diesen Werth in den zweiten Factor, so folgt: $-\sin(\alpha_1 - \varphi)^2 \sin \alpha_1 + 2 \sin(\alpha_1 - \varphi) \cos(\alpha_1 - \varphi) \cos \alpha_1 = 0$, oder $\operatorname{tng} \alpha_1 \operatorname{tg}(\alpha_1 - \varphi) = 2$; hieraus ergibt sich weiter $\frac{\operatorname{tng} \alpha_1 (\operatorname{tng} \alpha_1 - \operatorname{tg} \varphi)}{\operatorname{tng} \alpha_1 \operatorname{tg} \varphi} = 2$, oder $\operatorname{tng} \alpha_1^2 - 3 \operatorname{tng} \alpha_1 \operatorname{tg} \varphi = 2$ und $\operatorname{tng} \alpha_1 = \frac{3}{2} \operatorname{tng} \varphi + \sqrt{(\frac{3}{2} \operatorname{tng} \varphi)^2 + 2} = \frac{3c + \sqrt{9c^2 + 8v^2}}{2v}$. Die Anwendung dieser Formel zeigt am einfachsten folgende Aufgaben:

Aufgabe 133. Jede Windruthen der 4 Flügel einer Windmühle sei 28' lang, die Sprossen beginnen in 4' Entfernung von der Wellenmitte; man soll nun für die von 4 zu 4' folgenden Sprossen die Neigungswinkel derselben gegen die Windrichtung bestimmen, wenn das Windrad dann den besten Effect geben soll, wenn die äusseren Enden der Flügel sich $2\frac{1}{2}$ mal so schnell als der Wind bewegen.

Auflösung. Wir bezeichnen die sieben zu suchenden Winkel in der Richtung von aussen nach innen mit $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_6$. Für α_0 ist $c = \frac{5}{2}v$, also $\frac{c}{v} = \operatorname{tng} \varphi = \frac{5}{2}$; es ist $\operatorname{tng} \alpha_0 = \frac{15}{4} + \sqrt{(\frac{15}{4})^2 + 2} = 7,7578$, $\alpha_0 = 82^\circ 39'$. Für α_1 ist $c = \frac{24}{28} \cdot \frac{5}{2}v = \frac{15}{7}v$, also $\frac{c}{v} = \frac{15}{7}$ und $\operatorname{tng} \alpha_1 = \frac{45}{14} + \sqrt{(\frac{45}{14})^2 + 2} = 6,726$, $\alpha_1 = 81^\circ 32'$. Für α_2 ist $c = \frac{20}{28} \cdot \frac{5}{2}v = \frac{25}{14}v$, $\operatorname{tng} \alpha_2 = \frac{75}{28} + \sqrt{(\frac{75}{28})^2 + 2} = 5,7076$, $\alpha_2 = 80^\circ 4'$. Für α_3 ist $c = \frac{16}{28} \cdot \frac{5}{2}v = \frac{10}{7}v$, $\operatorname{tng} \alpha_3 = \frac{30}{14} + \sqrt{(\frac{30}{14})^2 + 2} = 4,7103$, $\alpha_3 = 78^\circ 1'$. Für α_4 ist $c = \frac{12}{28} \cdot \frac{5}{2}v = \frac{15}{14}v$, $\operatorname{tng} \alpha_4 = \frac{45}{28} + \sqrt{(\frac{45}{28})^2 + 2} = 3,7479$, $\alpha_4 = 75^\circ 4'$. Für α_5 ist $c = \frac{8}{28} \cdot \frac{5}{2}v = \frac{5}{7}v$, $\operatorname{tng} \alpha_5 = \frac{15}{14} + \sqrt{(\frac{15}{14})^2 + 2} = 2,8457$, $\alpha_5 = 71^\circ 38'$. Für α_6 ist $c = \frac{4}{28} \cdot \frac{5}{2}v = \frac{5}{14}v$, $\operatorname{tng} \alpha_6 = \frac{15}{28} + \sqrt{(\frac{15}{28})^2 + 2} = 2,048$, $\alpha_6 = 63^\circ 59'$. Die Neigungswinkel dieser 7 Sprossen gegen die Umdrehungsebene sind hiernach: $7^\circ 21'$; $8^\circ 28'$; $9^\circ 56'$; $11^\circ 59'$; $14^\circ 46'$; $18^\circ 22'$; $26^\circ 1'$.

Aufgabe 134. Man soll den theoretischen Effect des in voriger Aufgabe gedachten Windrades berechnen, wenn die Windgeschwindigkeit 20', die äussere Peripheriegeschwindigkeit 50' beträgt und die Länge der Sprossen von innen nach aussen gleichmässig von 6 bis 9' zunimmt.

Auflösung. Es handelt sich zunächst um die Werthe des Ausdrucks A für die einzelnen Längentheilpunkte des Flügels. Es ist $A = b \left(\operatorname{tg} \alpha - \frac{c}{v} \right)^2 \frac{c}{v} \cos \alpha^3$. Beginnen wir wieder, wie bei der vorigen Aufgabe, die Zählung der Theilpunkte von aussen, so ist $A_0 = 9 (7,7578 - 2,5)^2 \cdot 2,5 \cdot (\cos 82^\circ 39')^3 = 1,3023$; ferner $A_1 = 8,5 \cdot (6,726 - \frac{15}{7})^2 \cdot \frac{15}{7} \cdot (\cos 81^\circ 32')^3 = 1,2211$; ebenso findet man $A_2 = 1,1279$; $A_3 = 1,0093$; $A_4 = 0,9194$; $A_5 = 0,6599$; $A_6 = 0,517$. Nimmt man nun die Dichte der Luft zu $\frac{1}{800}$ der Wasserdichte, setzt also $\gamma = 61\frac{3}{4} : 800$, so folgt:

$$L = \frac{8 \cdot \gamma}{g} \cdot v^3 \cdot \frac{1}{18} (A_0 + 4 A_1 + 2 A_2 + 4 A_3 + 2 A_4 + 4 A_5 + A_6) = 3683,3 \text{ Fss.Pfd.} = 7,67 \text{ Pf.Kr.}$$

Aufgabe 135. Wie gross ist der theoretische Wirkungsgrad der in den beiden vorigen Aufgaben gedachten Windmühle im Vergleich mit der lebendigen Kraft der Luftmenge, welche die eben gedachten Flügel senkrecht treffen kann?

Auflösung. Die 4 Windflügel haben eine Fläche von $4 \cdot \frac{6+9}{2} \cdot 24 = 720 \text{ QF.}$; diese werden von $20 \cdot 720 \text{ KF.}$ getroffen, die lebendige Kraft derselben ist $\frac{20 \cdot 720 \cdot 61\frac{3}{4}}{800} \cdot \frac{20^2}{2 \cdot 31\frac{1}{4}} = 7113,6 \text{ Fss.Pfd.}$ Der theoretische Wirkungsgrad ist danach $= \frac{3683,3}{7113,6} = 0,52$.

Das Maximum des Effectes, den ein Flügelement geben kann, hängt auch von der Geschwindigkeit c ab. Denken wir α als constant, so wird der oben für den Effect des Flügels gegebene Ausdruck ein Maximum, wenn es $\left(\operatorname{tg} \alpha - \frac{c}{v} \right)^2 c$ wird. Die Anwendung unserer Methode führt auf $c_1 = \frac{1}{3} v \operatorname{tg} \alpha$ und die Substitution dieses Werthes auf den Effectwerth $\frac{16}{27} \gamma b d \cdot \frac{v^3 \sin^3 \alpha}{2 g}$. Dieser Effect ist wieder dann am grössesten, wenn $\sin \alpha = 1$, also $\alpha = 90^\circ$ ist, dann wäre aber $c_1 = \infty$ und der erzielte Effect $= \frac{16}{27} \gamma b d \cdot \frac{v^3}{2 g}$, d. h. $\frac{16}{27}$ der in der stossenden Luft enthaltenen lebendigen Kraft. Es ist daher $\frac{16}{27}$ oder 0,593 der Grenzwert des theoretischen Wirkungsgrades der Windmühlenflügel und auch nur bei unendlich grosser Umdrehungsgeschwindigkeit erreichbar.

4) Reibungseinfluss. Nur wenn man auf die Reibung der Flügelwelle im Hals- und Endzapfenlager nicht Rücksicht nimmt, gilt der Satz, dass der Nutzeffect mit der Geschwindigkeit wächst; da aber mit dieser Geschwindigkeit auch die Arbeit dieser Reibung wächst, und sogar (wie bei der leer gehenden Mühle) so gross werden kann, dass sie allein die Arbeit des Windes aufzehrt, so wird das Maximum des wirklichen Effectes nur bei einer mittleren Geschwindigkeit erreicht werden können. Das Halslager hat fast das ganze Gewicht der Flügelwelle und der Flügel zu tragen; ist dieses G , ϱ_1 aber der Radius des Halses und r der Radius des Rades, so ist $\frac{\varrho_1}{r} c_1$ die Peripheriegeschwindigkeit des Halses, also die Arbeit der Halsreibung ist $\mu_1 G \frac{\varrho_1}{r} c_1$. Der Endzapfen erleidet in der Richtung der Wellenaxe einen Druck P von dem Druck der

Luft gegen die Flügel; ist nun ϱ_2 der Radius dieses Zapfens, so ist die Arbeit der hier stattfindenden Stiftreibung $\frac{2}{3}\mu_2 P \frac{\varrho_2}{r} c_1$. Zieht man diese beiden Werthe von der oben berechneten Leistungsgrösse L ab, so erhält man den corrigenten Werth $L_1 = L - (\mu_1 G \varrho_1 + \frac{2}{3}\mu_2 P r_2) \frac{c_1}{r}$.

Das oben betrachtete Flügelement erleidet in der Richtung der Wellenaxe einen Winddruck $4 \gamma b d \frac{(v \sin \alpha - c \cos \alpha)^2 \sin \alpha}{2 g} = 4 \gamma b d \cdot \frac{v^2}{2 g} \left(\operatorname{tng} \alpha - \frac{c}{v} \right)^2 \sin \alpha \cos \alpha^2$; summirt man diesen Werth für alle Flügelemente, so folgt $P = 4 n \gamma \cdot \frac{v^2}{2 g} \Sigma \left[b d \left(\operatorname{tng} \alpha - \frac{c}{v} \right)^2 \sin \alpha \cos \alpha^2 \right]$.

Der Werth der Reibungsgrösse wird besonders von μ_1 , μ_2 , ϱ_1 und ϱ_2 abhängen, und sind diese Werthe durch die bekannten Mittel so viel als möglich herabzuziehen. Bei gewöhnlichen Windmühlen hat Smeaton durch Versuche gefunden, dass die Umdrehungsgeschwindigkeit der äusseren Flügelenden beim Leergehen etwa das 4-fache der Windgeschwindigkeit war; in diesem Falle wird die Arbeit der Reibung etwa den dritten Theil der theoretischen Leistung in Anspruch nehmen. Als die günstigste Umdrehungsgeschwindigkeit nimmt man die, wenn die äusseren Flügelenden sich 2,5mal so schnell bewegen als der Wind.

5) Erfahrungsergebnisse. Nach den Versuchen von Coulomb betrug die wirkliche Leistung von Windflügeln unter den günstigsten Verhältnissen $L = 0,026 F v^3$ Kilogrammometer $= 0,0005046 F v^3$ Fsspf., wenn F die gesammte Flügelfläche und v die Windgeschwindigkeit bezeichnet; hiernach kann man abgekürzt $L = 0,0005 F v^3$ setzen. Der günstigste Wind für Windmühlen hat eine Geschwindigkeit von 20 Fuss; in diesem Falle ist $L = 4 F$, hieraus folgt, dass für jede Pferdekraft Leistung an Flügelfläche $\frac{480}{4} = 120$ QF. zu rechnen sind.

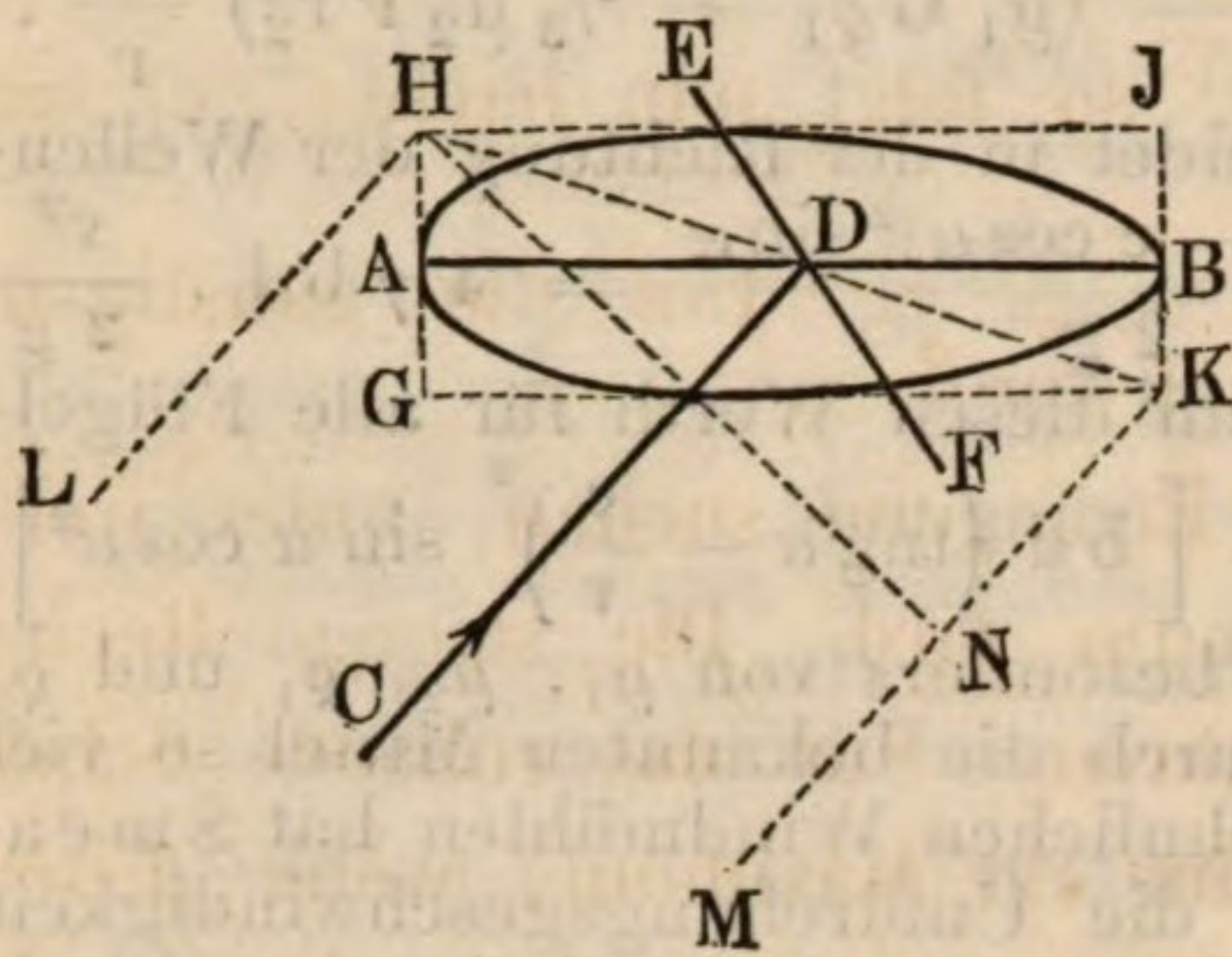
Führt man den in Aufgabe 134 berechneten theoretischen Effect auf die Form $\alpha F v^3$ zurück, so ist in diesem Falle $\alpha = 3683,3 : 4 \cdot 24 \cdot 7\frac{1}{2} \cdot 8000 = 0,00064$. Dass der volle theoretische Werth des Luftstosses zur Wirksamkeit kommen werde, konnte von vornherein nicht erwartet werden, weil die Flügelränder nur einen unvollständigen Stoss erleiden; das Verhältniss des theoretischen Werthes zu dem erfahrungsmässigen aber ist in diesem Falle nur 64 : 50 oder 1 : 0,78, und der Wirkungsgrad gut construirter Windflügel lässt sich danach im Allgemeinen $= 0,52 \cdot 0,78 = 0,41$ setzen. Man erkennt aber auch aus dem die Theorie mit der Erfahrung ausgleichenden Coëfficienten 0,78, wie nothwendig es ist, bei der theoretischen Behandlung des Luftstosses die Luft als elastisch zu behandeln, weil man sonst theoretische Resultate erhalten würde, die kleiner sind als die erfahrungsmässigen, denn selbst die gebräuchliche, aber doch sehr gewagte Annahme, die Luftverdünnung, oder die Luftwirbel hinter den Flügeln übten noch einen Einfluss aus, der dem halben Stoss der als unelastisch gedachten Luft gleich sei, hilft nicht über diesen auffallenden Uebelstand fort. *)

*) Das Verdienst, auf die Nothwendigkeit hingewiesen zu haben, dass beim Luftstoss die Gesetze des elastischen Stosses zu Grunde zu legen sind, gebührt der kleinen Schrift: „Theorie des Windstosses nebst Anwendung auf Windflügel und Schiffssegel. Von Zernikow. Erfurt, 1854.“ Im Princip, wenn auch nicht in der Ausführung und den Resultaten, sind wir in diesem und dem folgenden Paragraphen dieser Schrift gefolgt.

§ 388. Segelschiffahrt.

Es sei AB (Fig. 386) die Kielrichtung eines Segelschiffs, CD die Richtung des Windes, EF die Segelstellung, es sei $\angle CDB = \alpha$, $\angle FDB = \beta$.

Fig. 386.



Es sei ferner v die Geschwindigkeit des Windes, γ seine Dichte und f der Querschnitt des die Segelfläche treffenden Windstroms; es sei c_1 die Geschwindigkeit des Schiffs in der Kielrichtung, c_2 die Geschwindigkeit des Abtriebs, senkrecht zur Kielrichtung (§ 33, 6). Hiernach bildet die Windrichtung mit der Segelfläche den Winkel $\alpha - \beta$, und die senkrecht zur Segelfläche genommene Seitengeschwindigkeit des Windes ist $v \sin(\alpha - \beta)$; das Segel weicht dem Windstosse in der Richtung senkrecht zu seiner Fläche mit der Geschwindigkeit $c_1 \sin \beta + c_2 \cos \beta$ aus; daher ist nach § 339, 2 unter Berücksichtigung der Luftelasticität (§ 374, 2) der Normaldruck des Windstosses gegen die Segelfläche $N = 4 \gamma f \cdot \frac{(v \sin(\alpha - \beta) - c_1 \sin \beta - c_2 \cos \beta)^2}{2 g \sin(\alpha - \beta)}$. Dieser Normaldruck zerlegt sich in zwei Seitenkräfte: $N \sin \beta$ in der Kielrichtung und $N \cos \beta$ senkrecht dazu. Diesen beiden Kräften halten die Widerstandskräfte des Wassers das Gleichgewicht. Ist F_1 der grösste Querschnitt des untergetauchten Schiffsrumpfes und γ_1 die Dichte des Wassers, so muss das Schiff in der Richtung des Kiels einen Wasserwiderstand $k_1 F_1 \gamma_1 \frac{c_1^2}{2 g}$ (§ 342) überwinden, wobei k_1 ein von der Gestalt des Schiffsrumpfes abhängiger Coëfficient ist; ist F_2 der grösste Längenschnitt des untergetauchten Schiffsrumpfes, so ist der Wasserwiderstand, der gegen den Abtrieb gerichtet ist, $k_2 F_2 \gamma_1 \frac{c_2^2}{2 g}$, wobei wieder k_2 ein Erfahrungscoëfficient ist. Wir haben nun die beiden Gleichungen: 1) $N \sin \beta = k_1 F_1 \gamma_1 \cdot \frac{c_1^2}{2 g}$ und 2) $N \cos \beta = k_2 F_2 \gamma_1 \frac{c_2^2}{2 g}$. Aus diesen beiden Gleichungen lässt sich c_1 und c_2 bestimmen. Zunächst folgt: $\tan \beta = \frac{k_1 F_1}{k_2 F_2} \left(\frac{c_1}{c_2} \right)^2$, oder $c_2 = c_1 \sqrt{\frac{k_1 F_1}{k_2 F_2} \cdot \frac{1}{\tan \beta}}$. Setzen wir der Kürze wegen $\sqrt{\frac{k_1 F_1}{k_2 F_2}} = \epsilon_1$, wo ϵ_1 ein von der Bauart des Schiffs abhängiger Coëfficient ist, so ist also $c_2 = \frac{\epsilon_1 c_1}{\sqrt{\tan \beta}}$. Aus der ersten Gleichung

folgt noch Einsetzung des Werthes für N: $[v \sin(\alpha - \beta) - c_1 \sin \beta - c_2 \cos \beta]$

$$\sqrt{\frac{\sin \beta}{\sin(\alpha - \beta)}} = c_1 \sqrt{\frac{k_1 F_1 \gamma_1}{4 f \gamma}}; \text{ setzen wir der Kürze wegen}$$

$$\sqrt{\frac{k_1 F_1 \gamma_1}{4 f \gamma}} = \varepsilon_2, \text{ wo } \varepsilon_2 \text{ ein von der Bauart des Schiffs und der Grösse}$$

der Segelfläche abhängiger Coëfficient ist, so folgt nun leicht: $c_1 =$

$$\frac{v \sin(\alpha - \beta) \sqrt{\sin \beta}}{\varepsilon_2 \sqrt{\sin(\alpha - \beta)} + \sin \beta \sqrt{\sin \beta} + \varepsilon_1 \cos \beta \sqrt{\cos \beta}}. \text{ Um die günstigste}$$

Segelstellung zu finden, müsste man die Bedingung suchen, unter welcher der vorstehende Ausdruck ein Maximum wird. Die strenge Rechnung würde zu verwickelten Formeln führen. Für das ruhende Schiff ist der Winddruck in der Kielrichtung dann ein Maximum, wenn $\beta =$

$\frac{\alpha}{2}$ ist; es lässt sich daher annehmen, dass auch für das bewegte Schiff

die Segelstellung $\beta = \frac{\alpha}{2}$ der günstigsten nahe kommen wird; nehmen

wir diesen Werth an und vernachlässigen noch das in der Regel sehr

$$\text{kleine Nennerglied } \varepsilon_1 \cos \beta \sqrt{\cos \beta}, \text{ so folgt: } c_1 = \frac{v \sin \frac{\alpha}{2}}{\varepsilon_2 + \sin \frac{\alpha}{2}} =$$

$$\frac{v \sin \frac{\alpha}{2}}{\sqrt{\frac{k_1 F_1 \gamma_1}{4 f \gamma}} + \sin \frac{\alpha}{2}}. \text{ Diese Formel zeigt in übersichtlicher Weise,}$$

wie die Geschwindigkeit des Schiffs in der Kielrichtung abhängig ist von der Windgeschwindigkeit v , der Windrichtung α , dem Bau des Schiffs k_1 und der Segelfläche f . Wäre ε_2 constant, so würde die grösste Geschwindigkeit erreicht, wenn $\alpha = 180^\circ$, d. h. wenn die Windrichtung mit der Kielrichtung übereinstimmt. Es ist aber ε_2 zum Theil von α abhängig; denn wenn α etwas kleiner als 180° ist, der Wind also etwas von der Seite kommt, kann ein breiterer Luftstrom das Schiff treffen und trotz der schrägen Richtung eine grössere Geschwindigkeit hervorbringen. Die für die Bewegung des Schiffs günstigste Windrichtung kann man annähernd in folgender Weise finden. Man denke sich um den Schiffsrumpf das Rechteck GHIK (Fig. 386) beschrieben und von H und K die mit der Windrichtung parallelen Geraden LH und MK, so wie HN $\perp$ MK gezogen, so kann man annehmen, der von den Segeln aufgenommene Luftstrom habe die Breite HN. Ist nun $\angle BDK = \delta$, so ist $\angle HKN = 180^\circ - (\alpha - \delta)$ und $HN = HK \cdot \sin(\alpha - \delta)$. Hiernach liegt die Annahme nahe, dass der Querschnitt des die Segel

treffenden Windes f mit $\sin(\alpha - \delta)$ proportional ist. Setzt man nun

$\varepsilon_2 = \frac{\varepsilon_3}{\sqrt{\sin(\alpha - \delta)}}$, so ist ε_3 ein Ausdruck, der zwar von der Menge der aufgesetzten Segel, aber nicht mehr von der Windrichtung abhängig

ist. Nun ist $c_1 = \frac{v \sin \frac{\alpha}{2} \sqrt{\sin(\alpha - \delta)}}{\varepsilon_3 + \sin \frac{\alpha}{2} \sqrt{\sin(\alpha - \delta)}}$. Theilt man Zähler und

Nenner durch $\sin \frac{\alpha}{2} \sqrt{\sin(\alpha - \delta)}$, so sieht man, dass c_1 seinen grössten Werth annimmt, wenn $\sin \frac{\alpha}{2} \sqrt{\sin(\alpha - \delta)}$ ein Maximum ist; dies tritt (nach der unten ausgeführten Rechnung) ein, wenn $\alpha = 120^\circ + \frac{2}{3}\delta$ ist. Unter diesem Winkel muss also der Wind die Kielrichtung treffen, wenn bei voller Besegelung das Schiff seine grösste Geschwindigkeit annehmen soll.

Es ist $\sin \frac{\alpha}{2} \sqrt{\sin(\alpha - \delta)}$ ein Maximum, wenn $\sin \frac{\alpha^2}{2} \cdot \sin(\alpha - \delta)$, oder

wenn $(1 - \cos \alpha) \sin(\alpha - \delta)$ eins ist. Tritt dieser Fall ein, wenn α den Werth α_1 annimmt, so ist $(1 - \cos \alpha_1) \sin(\alpha_1 - \delta) = (1 - \cos \alpha) \sin(\alpha - \delta)$ stets positiv. Diese Differenz nimmt nach und nach folgende Formen an: $(1 - \cos \alpha_1) [\sin(\alpha_1 - \delta) - \sin(\alpha - \delta)] - \sin(\alpha - \delta) [(1 - \cos \alpha_1) -$

$(1 - \cos \alpha)] = 2(1 - \cos \alpha_1) \sin \frac{\alpha_1 - \alpha}{2} \cos \frac{\alpha_1 + \alpha - 2\delta}{2} + 2 \sin(\alpha - \delta)$

$\sin \frac{\alpha_1 - \alpha}{2} \sin \frac{\alpha_1 + \alpha}{2} = 2 \sin \frac{\alpha_1 - \alpha}{2} \left[(1 - \cos \alpha_1) \cos \frac{\alpha_1 + \alpha - 2\delta}{2} + \sin$

$(\alpha - \delta) \sin \frac{\alpha_1 + \alpha}{2} \right]$. Da dieser Ausdruck stets positiv sein soll, so sind

seine beiden Factoren gleichzeitig positiv, oder negativ, oder null. Nun

ist $\sin \frac{\alpha_1 - \alpha}{2} = 0$, wenn $\alpha_1 = \alpha$ ist; in diesem Falle muss auch der

zweite Factor $= 0$ sein; das führt auf: $(1 - \cos \alpha_1) \cos(\alpha_1 - \delta) + \sin$

$(\alpha_1 - \delta) \sin \alpha_1 = 0$, oder $\text{tng}(\alpha_1 - \delta) = -\frac{1 - \cos \alpha_1}{\sin \alpha_1} = -\text{tng} \frac{\alpha_1}{2}$. Hier-

aus folgt weiter: $\alpha_1 - \delta = 180^\circ - \frac{\alpha_1}{2}$, oder $\alpha_1 = 120^\circ + \frac{2}{3}\delta$. Der

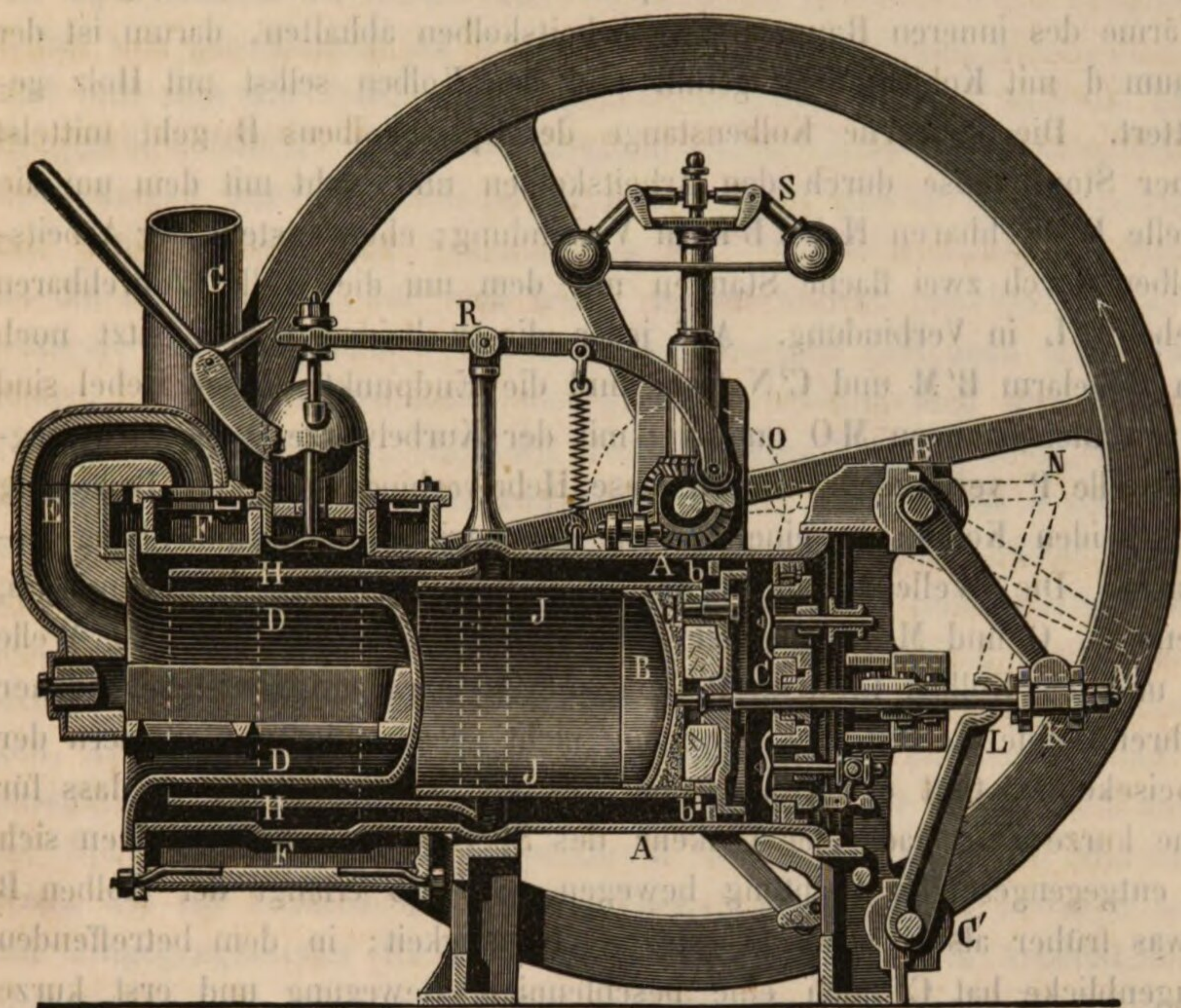
Werth des Coëfficienten k_1 ist bei verschiedenen Schiffsformen sehr verschieden, er schwankt zwischen 0,05 und 0,33. Für Flusskähne mit flachem Boden ist $k_1 = 0,33$; für Flussschiffe mit Kiel ist $k_1 = 0,24$, bei guter Bauart ist $k_1 = 0,12$, bei gut gebauten Seeschiffen ist $k_1 = 0,09$ und bei neueren scharf gebauten amerikanischen soll sogar $k = 0,05$ sein. Für k_2 kann man bei der vorwiegenden Länge des Schiffs den Werth 1,254 nehmen (§ 342, 3).

§ 389. Ericsson's calorische Maschine. *)

1) Der Haupttheil der Maschine ist der Arbeitscylinder A (Fig. 387); das eine Ende (in der Figur rechts) ist offen und genau cylindrisch aus-

*) Die thatsächlichen Angaben dieses Paragraphen sind der Schrift: „Die Ericsson'sche calorische Maschine. Von Bretius. Hamburg, 1861.“ entlehnt, die hier aufgestellte Theorie weicht aber von der dort gegebenen ab.

Fig. 387.



gedreht, in ihm bewegen sich die beiden Kolben B und C; in den anderen (linken) Theil des Cylinders ragt der Feuerungscylinder hinein, dessen Flantschen mit dem Rande des Arbeitscylinders verbunden sind. Der Feuerungscylinder hat Rost und Aschenfall; die heisse Feuerluft erwärmt erst die Wände des Feuerungscylinders, tritt dann in den Kanal E, umspült in dem Raume F die äussere Seite des linken Theils vom Arbeitscylinder und gelangt durch das Rohr G in den Schornstein. Der äussere Kolben C ist der Arbeitskolben, er ist durch eine Lederkappe gedichtet und hat zwei Einlassventile a, a; der innere Kolben B, Speisekolben, hat an seinem Rande schräg zur Cylinderaxe liegende Einschnitte, die durch den beweglichen, an die innere Cylinderwand anschliessenden Stahlring b verdeckt werden können. Dieser Ring dient daher theils als Ventilring, theils als Dichtungsring, denn durch ihn wird der Luft zwischen beiden Kolben die Bewegung in den inneren Cylinderraum gestattet, aber die umgekehrte Bewegung gehindert; aus diesem Raum kann die Luft nur durch das Ventil c ins Freie gelangen. Zwischen dem Feuerungscylinder und dem Arbeitscylinder ist der Blechcylinder H befestigt; ein anderer, etwas engerer Blechcylinder I ist mit dem Speisekolben verbunden und schiebt sich bei der Bewegung in den ringförmigen

Raum zwischen D und H. Der Speisekolben soll so viel als möglich die Wärme des inneren Raumes vom Arbeitskolben abhalten, darum ist der Raum d mit Kohlenpulver gefüllt und der Kolben selbst mit Holz gefüttert. Die stählerne Kolbenstange des Speisekolbens B geht mittelst einer Stopfbüchse durch den Arbeitskolben und steht mit dem um die Welle B' drehbaren Hebel B'K in Verbindung; ebenso steht der Arbeitskolben durch zwei flache Stangen mit dem um die Welle C' drehbaren Hebel C'L in Verbindung. Auf jeder dieser beiden Wellen sitzt noch ein Hebelarm B'M und C'N fest, und die Endpunkte dieser Hebel sind durch Bleuelstangen MO und NO mit der Kurbelwarze O der Schwungradswelle P verbunden. Durch diese Hebelverbindung ist die Bewegung der beiden Kolben in einen festen geometrischen Zusammenhang gebracht. Die Welle B' und der Kolben B kehren ihre Bewegung um, wenn P, O und M in gerader Linie stehen. Dasselbe thun die Welle C' und der Kolben C, wenn P, O und N in gerader Linie stehen; daher kehren beide Kolben ihre Bewegung nicht gleichzeitig um, sondern der Speisekolben thut es etwas früher als der Arbeitskolben, so dass für eine kurze Zeit nach der Umkehr des Speisekolbens beide Kolben sich in entgegengesetzter Richtung bewegen. Ebenso erlangt der Kolben B etwas früher als C seine grösste Geschwindigkeit; in dem betreffenden Augenblicke hat C noch eine beschleunigte Bewegung und erst kurze Zeit darauf werden beide Kolben gleiche Geschwindigkeit besitzen. Da die Punkte M und N nahezu gleiche Wege ($= 2PO$) zurücklegen werden, die Verhältnisse der beiden auf jeder Welle sitzenden Hebel aber verschieden sind, so sind auch die Wege beider Kolben nicht gleich, der Kolben B geht fast bis zur Berührung mit dem Feuerungscylinder zurück, während der Kolben C etwa nur den halben Weg macht. Auf der Schwungradswelle P sitzt ein Daumen, der etwa für die Zeit, wenn B zurückgeht, den Hebel R hebt und dadurch das Auslassventil c öffnet, für die übrige Zeit hält eine an R wirkende Spiralfeder das Ventil geschlossen. Mit dem Schwungrade steht ferner ein Centrifugalregulator S in Verbindung, der bei zu grosser Geschwindigkeit einen Hahn öffnet, durch welchen ein Theil der gespannten Luft des Cylinders entweichen kann.

2) In dem Augenblicke, wenn die Kolben die in der Figur angegebene Stellung haben, hat B seine Umkehr eben begonnen, C ist es im Begriff zu thun. Da die Maschine nur einseitig wirkt, so wird der Rückgang der Kolben durch die lebendige Kraft des Schwungrades bewirkt. In der Zeit eines Kolbenspiels unterscheiden wir nun folgende Abschnitte: a) Zuerst eilt der Speisekolben dem Arbeitskolben vor; da gleichzeitig der Daumen auf der Schwungradswelle das Ventil c geöffnet hat, so treibt

der Speisekolben die warme Luft vor sich her ins Freie; das Ringventil b hat sich geschlossen, der Raum zwischen beiden Kolben erweitert sich und füllt sich mit frischer atmosphärischer Luft, in dem sich die Einlassventile a öffnen. Dieser Zeitabschnitt endet, wenn der zurückgehende Speisekolben kurz vor Beendigung seiner Bahn gleiche Geschwindigkeit mit dem nachfolgenden Arbeitskolben hat. Während dieses Zeitraums ist die Luftspannung vor und hinter beiden Kolben dieselbe. b) Jetzt schliesst sich das Ventil c, beide Kolben bewegen sich noch hinter einander, aber sie nähern sich, weil jetzt der Arbeitskolben eine grössere Geschwindigkeit besitzt; die Luft zwischen den Kolben, sowie die vor dem Speisekolben wird jetzt zusammengepresst, die Ventile a schliessen sich. Dieser Abschnitt dauert bis zur Umkehr des Speisekolbens; gegen Ende des Abschnitts wird die Compression der kalten Luft zwischen beiden Kolben die der wärmeren Luft überwiegen, das Ringventil b wird sich öffnen, ein Theil der kalten Luft wird in den inneren Raum gelangen, muss dabei aber den engen ringförmigen Raum zwischen D und H passiren und wird dabei erwärmt, die Erwärmung aber erhöht noch mehr die Spannung der schon comprimierten Luft. c) Der dritte Abschnitt reicht bis zur Umkehr des Arbeitskolbens; beide Kolben bewegen sich mit entgegengesetzter Richtung gegeneinander. Die vom Arbeitskolben abgesperrte Luft wird noch mehr comprimirt, und da der Raum zwischen beiden Kolben jetzt kleiner wird, so tritt eine entsprechende Menge kalte Luft an den Ofen und wird erwärmt. In den beiden Zeitabschnitten b und c hat der Arbeitskolben einen steigenden Luftdruck zu überwinden, was nur auf Kosten der lebendigen Kraft des Schwungrades geschehen kann. d) Im vierten Zeitabschnitt ist auch der Arbeitskolben umgekehrt, der Speisekolben eilt ihm mit grösserer Geschwindigkeit nach, drängt dadurch den grössten Theil der zwischen beiden Kolben befindlichen kalten Luft an den Ofen; durch die Erwärmung steigt anfangs die Spannung der inneren Luft, nimmt aber später wieder ab, wenn der Einfluss der Expansion überwiegend wird. Dieser Abschnitt endet, wenn beide Kolben gleiche Geschwindigkeit haben, was kurz vor dem Stillstande des Speisekolbens stattfindet. e) In der Zeit von jetzt bis zum Stillstande des Speisekolbens eilt der Arbeitskolben vor, das Ringventil schliesst sich, beide abgeschlossenen Luftmassen wirken durch Expansion. f) In dem Augenblicke, wenn der Speisekolben umkehrt, muss das Ventil c geöffnet werden, die meistens noch gespannte warme Luft bläst aus, die Luft zwischen den Kolben öffnet das Ventil b und bläst auch aus. An diesen Abschnitt schliesst sich der erste, oben unter a behandelte, wieder an.

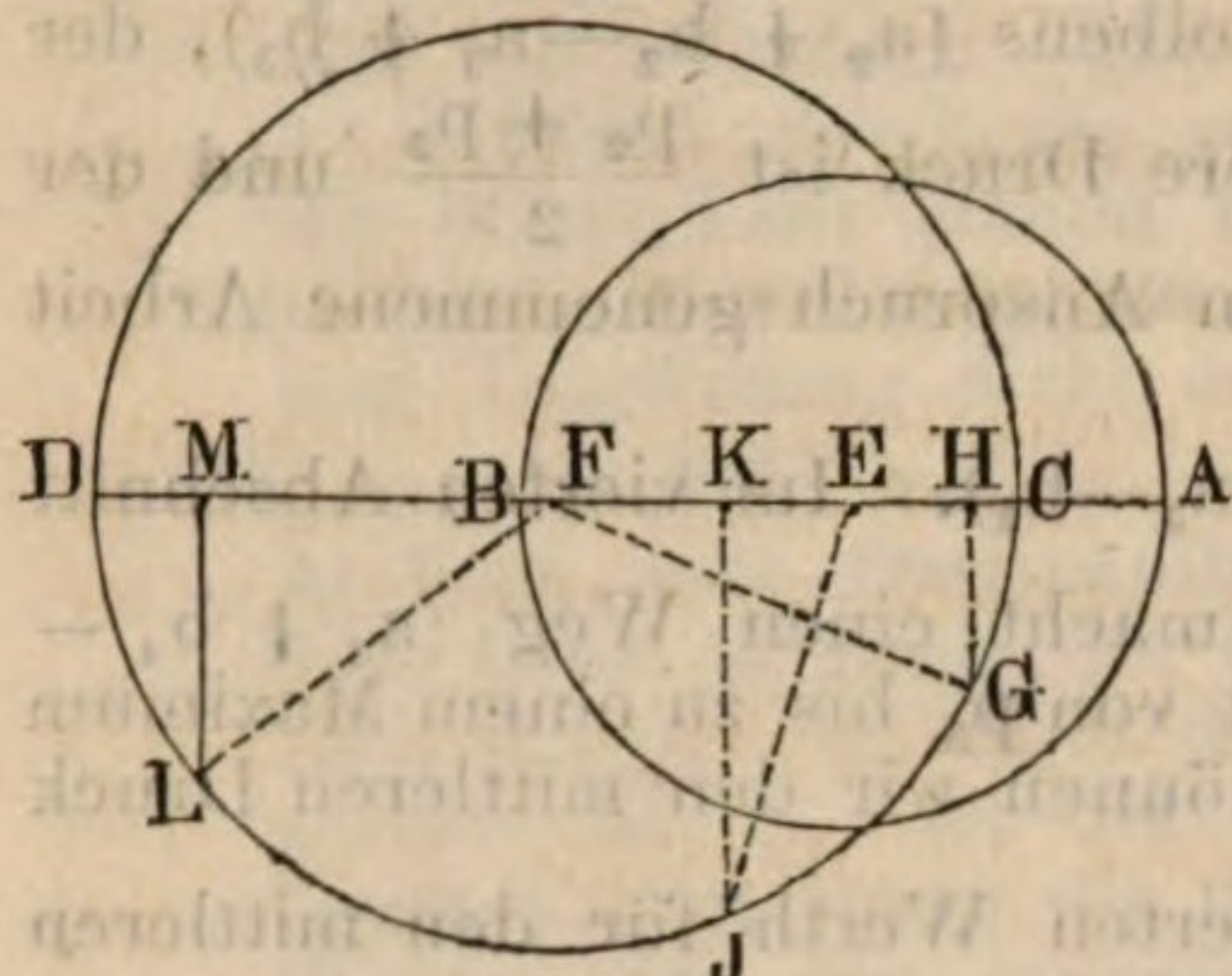
Die vielen früher angestellten Versuche, erhitzte Luft an die Stelle des Dampfes zu setzen und mit ihr eine Kolbenmaschine in Bewegung zu setzen, scheiterten daran, dass bei geringen Hitzgraden die Dimensionen der Maschine und deshalb auch Kosten und Nebenhindernisse zu gross ausfielen, bei hohen Hitzgraden aber keine ausreichende Kolbendichtung zu beschaffen war, auch die Hitze selbst das Maschinenmaterial bald verdarb. Diese Uebelstände sind für kleine Maschinen von 1—6 Pfdkf. durch die vorstehend beschriebene Einrichtung vermieden; die heisse Luft kommt mit dem Treibkolben gar nicht in Berührung, so dass dieser nur wenig erwärmt wird und durch einen Lederrand und Talgfettung dicht erhalten werden kann.

Theorie. Wir wollen mit $a_1, a_2 \dots a_6$ die Entfernungen des Arbeitskolbens vom Speisekolben, mit $b_1, b_2 \dots b_6$ die des Speisekolbens vom Ofen zu Ende der 6 oben unterschiedenen Zeitabschnitte bezeichnen, $p_1, p_2 \dots p_6$ seien die Spannungen der innern Luft in diesen Zeitmomenten, p_0 sei die der atmosphärischen Luft, t_0 sei die äussere Temperatur, sowie die der Luft zwischen den beiden Kolben, t sei die Temperatur der inneren erwärmten Luft; f sei der Querschnitt des Arbeitscylinders und fc sei das Volumen des Raumes zwischen D, A und B, wenn der Speisekolben seine innerste Stellung hat, γ sei das Gewicht der Volumeinheit Luft bei 0° Temperatur und dem einfachen Atmosphärendrucke und α sei der Ausdehnungscoefficient der Luft. Für das Ende des ersten Zeitraumes ist $p_1 = p_0$, die Luft zwischen den Kolben hat das Volumen $f a_1$, also das Gewicht $\frac{f a_1 \gamma}{1 + \alpha t_0} = f a_1 T_0 \gamma$; die innere warme Luft hat das Volumen $f (b_1 + c)$, also das Gewicht $\frac{f (b_1 + c) \gamma}{1 + \alpha t} = f (b_1 + c) T \gamma$, wenn wir der Einfachheit wegen die reciproken Werthe von $1 + \alpha t_0$ und $1 + \alpha t$ mit T_0 und T bezeichnen. Das Gewicht der abgeschlossenen Luft ist nun $f \gamma [T_0 a_1 + T (b_1 + c)]$. Für das Ende des zweiten Zeitraumes ist das Volumen der zwischen den Kolben befindlichen Luft $f a_2$, also das Gewicht $\frac{f a_2 \gamma}{1 + \alpha t_0} \cdot \frac{p_2}{p_0} = \frac{f a_2 p_2}{p_0} T_0 \gamma$; das Volumen der erwärmten Luft ist $f (b_2 + c) = f c$, da $b_2 = 0$ ist, also ist das Gewicht derselben $\frac{f c p_2}{p_0} T \gamma$. Das Gewicht der ganzen abgeschlossenen Luft ist $\frac{f \gamma p_2}{p_0} (T_0 a_2 + T c)$; da es unverändert geblieben ist, so folgt $p_2 = p_0 \frac{T_0 a_1 + T (b_1 + c)}{T_0 a_2 + T c}$. In gleicher Weise bestimmt sich für das Ende des dritten Zeitabschnitts das Gewicht der abgeschlossenen Luft zu $f \gamma \frac{p_3}{p_0} (T_0 a_3 + T (b_3 + c))$, und hieraus folgt: $p_3 = p_0 \cdot \frac{T_0 a_1 + T (b_1 + c)}{T_0 a_3 + T (b_3 + c)}$, und ebenso $p_4 = p_0 \frac{T_0 a_1 + T (b_1 + c)}{T_0 a_4 + T (b_4 + c)}$. Vom fünften Zeitabschnitte ab sind warme und kalte Luft geschieden. Die warme Luft dehnt sich im fünften Abschnitt bis zur Spannung $p_5 = \frac{p_4 (b_4 + c)}{b_5 + c}$ aus, wenn wir hier das Mariotte'sche Gesetz zu Grunde legen, dann aber bläst sie bei Oeffnung des Ventils c aus; die kalte Luft dehnt sich im fünften Abschnitt zu der Spannung $\frac{p_4 a_4}{a_5}$ aus. Wir berechnen nun annähernd die Arbeit, die in den einzelnen Zeitabschnitten verrichtet wird. Im ersten Abschnitt wird keine Arbeit verrichtet und auch keine in Anspruch genommen. Im zweiten Abschnitt legt der Arbeitskolben den Weg $(a_1 + b_1 - a_2 - b_2)$ zurück, der Gegendruck steigt von p_0 bis p_2 ; da der Weg nur gering ist, so nehmen wir den mittleren Druck zu

$\frac{p_0 + p_2}{2}$, also den Ueberdruck über die äussere Luft zu $\frac{p_0 + p_2}{2} - p_0 = \frac{p_2 - p_0}{2}$; es ist daher die Arbeit, die im zweiten Abschnitt in Anspruch genommen wird: $A_2 = f \cdot \frac{p_2 - p_0}{2} (a_1 + b_1 - a_2 - b_2)$. Im dritten Abschnitt ist der Weg des Arbeitskolbens $(a_2 + b_2 - a_3 + b_3)$, der Druck steigt von p_2 auf p_3 , der mittlere Druck ist $\frac{p_2 + p_3}{2}$ und der Ueberdruck $\frac{p_2 + p_3 - 2p_0}{2}$; also die in Anspruch genommene Arbeit ist: $A_3 = f \cdot \frac{p_2 + p_3 - 2p_0}{2} \cdot (a_2 + b_2 - a_3 - b_3)$. Im vierten Abschnitt ist der Arbeitskolben umgekehrt und macht einen Weg $(a_4 + b_4 - a_3 - b_3)$; der jetzt wirksame Druck steigt von p_3 bis zu einem Maximum und nimmt wieder ab bis p_4 , deshalb können wir den mittleren Druck nicht $\frac{p_3 + p_4}{2}$ setzen. Einen angenäherten Werth für den mittleren Druck finden wir mittelst der Simpson'schen Regel. Bezeichnet p_m den (noch unbekannten) Druck der inneren Luft, wenn sich der Arbeitskolben gerade auf der Mitte seines Weges, den er im 4. Abschnitt zurücklegt, befindet, so können wir den mittleren Druck $= \frac{p_3 + 4p_m + p_4}{6}$, den Ueberdruck also $= \frac{p_3 + 4p_m + p_4 - 6p_0}{6}$ setzen, und die Arbeit, die im 4. Abschnitt verrichtet wird, ist: $A_4 = f \cdot \frac{p_0 + 4p_m + p_4 - 6p_0}{6} \cdot (a_4 + b_4 - a_3 - b_3)$. Gelten in dem Augenblicke, wenn der Druck p_m ist, die beiden Werthe a_m und b_m für die Kolbenstellungen, so ist $p_m = p_0 \cdot \frac{T_0 a_1 + T(b_1 + c)}{T_0 a_m + T(b_m + c)}$. Im fünften Abschnitt dehnt sich die warme Luft allein mit einem Ueberdruck $\frac{p_4 + p_5 - 2p_0}{2}$ um die Cylinderlänge $b_5 - b_4$ aus, verrichtet also die Arbeit $A_5 = f \cdot \frac{p_4 + p_5 - 2p_0}{2} (b_5 - b_4)$. Die kalte Luft zwischen beiden Kolben dehnt sich von der Spannung p_4 bis zu $\frac{p_4 a_4}{a_5}$ und um die Cylinderlänge $a_5 - a_4$ aus, der mittlere Ueberdruck ist $\frac{p_4 + \frac{p_4 a_4}{a_5} - 2p_0}{2} = \frac{p_4(a_4 + a_5) - 2p_0 a_5}{2 a_5}$, daher ist die geleistete Arbeit: $A_6 = f(a_5 - a_4) \cdot \frac{p_4(a_4 + a_5) - 2p_0 a_5}{2 a_5}$. Sollte dieser Werth für A_6 negativ werden, so öffnen sich die Ventile a zeitiger, und es ist dann zu setzen: $A_6 = \frac{(p_4 - p_0)^2}{2 p_0} f a_4$; denn die mittlere Spannung bei dieser Expansion ist $\frac{p_4 + p_0}{2}$, der Ueberdruck also $\frac{p_4 - p_0}{2}$ und der Expansionsweg ist $\frac{(p_4 - p_0) a_4}{p_0}$. Die gesammte Leistung der Maschine ist nun: $L = A_4 + A_5 + A_6 - A_2 - A_3$. Dieser Ausdruck lässt sich berechnen, sobald die verschiedenen Werthe für a und b bekannt sind. Wird ein Kolben durch eine einfache Kurbel mit hinreichend langer Schubstange bewegt, so bewegt sich derselbe nahezu so, wie die Projection eines mit gleichförmiger Geschwindigkeit in einer Kreisperipherie umlaufenden Punktes auf dem Durchmesser. Wir wollen nun annehmen, unsere beiden Kolben würden nicht durch die beschriebene Hebelcombination, sondern jeder durch eine einfache Kurbel, die beide gleiche Umlaufszeit haben, bewegt; da der Speisekolben früher umkehrt als der Arbeitskolben, so musste

sein Kurbelradius um einen gewissen Winkel δ vorlaufen. Es sei nun $AB = 2r$ (Fig. 388) der Weg des Arbeitskolbens und $CD = 2R$ der des Speisekolbens; wir denken uns nun beide Linien als Durchmesser der Kreise mit den Mittelpunkten E und F beschrieben; die Centrale

Fig. 388.



EF sei = d . Steht der Arbeitskolben in A, so hat sein (fingirter) Kurbelradius die Lage EA; ist aber jetzt der Speisekolben schon um CH zurückgegangen, so steht sein Radius in FG, ist also um den Winkel $GFC = \delta$ vorgeeilt und bleibt um diesen Winkel dem Kurbelradius des Arbeitskolbens vor. Bezeichnen wir den anfänglichen Abstand beider Kolben AH mit e , so ist $HF = r + d - e$, also $\cos \delta = \frac{FH}{FG} = \frac{r + d - e}{R}$. Hat nach einiger Zeit die Kurbel des Arbeitskolbens sich um den Winkel $AEI = \varphi$ gedreht, so steht dieser Kolben in K und es ist $AK = r(1 - \cos \varphi)$. Die Kurbel des Speise-

kolbens bildet aber jetzt den Winkel $LF C = \varphi + \delta$, der Speisekolben steht in M, und es ist $CM = R(1 - \cos(\varphi + \delta))$. Hieraus folgt nun für den Abstand beider Kolben von einander $KM = a = d - R \cos(\varphi + \delta) + r \cos \varphi$. Der Abstand des Speisekolbens vom Feuerungs-cylinder kann immer gleich DM gesetzt werden; danach ist $b = R + R \cos(\varphi + \delta)$. Die Geschwindigkeit jedes Kolbens ist dem Sinus des Kurbelwinkels proportional; die gleichzeitigen Geschwindigkeiten beider Kolben werden sich also verhalten wie $r \sin \varphi$ zu $R \sin(\varphi + \delta)$. Ist nun φ_1 derjenige Werth von φ , für welchen diese Geschwindigkeiten gleich sind, so ist $r \sin \varphi_1 = R \sin(\varphi_1 + \delta)$, oder $\text{tng } \varphi_1 = -\frac{R \sin \delta}{R \cos \delta - r}$

$= -\frac{R \sin \delta}{d - e}$. Man findet nun die Werthe $a_1, a_2 \dots a_6$ und $b_1, b_2 \dots$

b_6 , wenn man in die allgemeinen Formeln für a und b dem Winkel φ folgende Werthe giebt: 1) φ_1 ; 2) $180^\circ - \delta$; 3) 180° ; 4) $180 + \varphi_1$; 5) $360^\circ - \delta$; 6) 360° . Man erhält dann: $a_1 = d + \sqrt{R^2 - r^2 - 2r(d - e)}$;

$a_2 = d + R - \frac{r}{R}(d + r - e)$; $a_3 = 2d - e$; $a_4 = d - \sqrt{R^2 - r^2 - 2r(d - e)}$;

$a_5 = d - R + \frac{r}{R}(d + r - e)$; $a_6 = e$; $b_1 = R - \frac{R^2 - r^2 - r(d - e)}{\sqrt{R^2 - r^2 - 2r(d - e)}}$;

$b_2 = 0$, $b_3 = R - r - (d - e)$; $b_4 = R + \frac{R^2 - r^2 - r(d - e)}{\sqrt{R^2 - r^2 - 2r(d - e)}}$; $b_5 =$

$2R$; $b_6 = R + d + r - e$. Der Abstand AK des Arbeitskolbens von A hat sich oben zu $r - r \cos \varphi$ bestimmt; für Anfang und Ende des 4. Zeitabschnitts ist derselbe also $2r$ und $r + r \cos \varphi_1$; auf der Mitte dieses Weges ist er $\frac{3}{2}r + \frac{1}{2}r \cos \varphi_1$; setzen wir diesen Werth $= r - r \cos \varphi_m$, so folgt $\cos \varphi_m = -\frac{1 + \cos \varphi_1}{2}$; der Werth des Winkels

φ_m liegt zwischen 180° und 270° , aus ihm bestimmt man mittelst der allgemeinen Formeln a_m und b_m . — Bei den vorstehenden Rechnungen ist der Einfachheit wegen angenommen, dass die innere warme Luft stets die Temperatur t besitze, dass also die Wärme, welche bei der Expansion verloren geht, stets durch Ausstrahlung des Ofens ersetzt werde. Wenn das Auslassventil sich öffnet, hat die innere Luft das

Volumen $f(b_5 + c)$, also das Gewicht $\frac{f(b_5 + c) \gamma p_5}{(1 + \alpha t) p_0} = f(b_5 + c)$

$T \gamma \cdot \frac{p_5}{p_0}$; wenn das Ventil sich schliesst, ist dieses Gewicht $f(b_1 + c)$

γT , daher bläst die Gewichtsmenge Luft $f T \gamma \left[\frac{p_5 (b_5 + c) - p_0 (b_1 + c)}{p_0} \right]$ aus; eine gleiche Gewichtsmenge Luft wird also bei jedem Kolbenspiel aufgesogen; da diese nun von t_0 bis t Grad erwärmt werden musste, so geht bei jedem Kolbenspiel an Wärme die Menge $M_1 = c_1 (t - t_0)$ $f T \gamma \left[\frac{p_5 (b_5 + c) - p_0 (b_1 + c)}{p_0} \right]$ verloren, wenn c_1 die Wärmecapacität der Luft bei constantem Volumen bezeichnet. Die Wärmemenge, welche bei jedem Kolbenspiel in Arbeit umgesetzt wird, ist $M_2 = \frac{L}{W}$, wenn W wie früher das mechanische Aequivalent der Wärmeeinheit ist; daher ist während jedes Kolbenspiels die Wärmemenge $M_1 + M_2$ zu erzeugen, und das Verhältniss der mechanisch verwertheten zur erzeugten Wärme ist $\frac{M_2}{M_1 + M_2}$. — Macht die Maschine in der Minute n Kolbenspiele, so ist der theoretische Effect der Maschine $E = \frac{n L}{60}$ Sekundenfsspd.

Aufgabe 136. Bei einer Ericsson'schen Maschine, die bei 45 Umdrehungen in der Minute einen Effect von 433 Sekfsspd. oder 0,9 Pfd.-Kraft gab, war $f = 1,675$ QF.; $2 R = 1,33' = 16''$; $2 r = 0,7' = 8,5''$; $d = 0,48' = 5,75''$; $e = 0,32' = 3,84''$; $c = 0,27' = 3,24''$. Die Temperatur der äusseren Luft war 10°C. , die der heissen Luft im Innern 300° . Man soll die theoretische Leistung der Maschine, den Wirkungsgrad und die Menge der von der Maschine in Anspruch genommenen Wärme berechnen.

Auflösung. Es folgt nach den aufgestellten Formeln: $\delta = \arccos \frac{102}{133}$
 $= 39^\circ 55'$; $a_1 = 0,935'$; $a_2 = 0,877'$; $a_3 = 0,64'$; $a_4 = 0,025'$; $a_5 = 0,083$; $a_6 = 0,32'$; $\text{tng } \varphi_1 = -2,667$; $\varphi_1 = 110^\circ 33'$; $\cos \varphi_m = -0,3245$; $\varphi_m = 251^\circ 4'$; $a_m = 0,034$. — $b_1 = 0,085'$; $b_2 = 0$; $b_3 = 0,155'$; $b_4 = 1,235'$; $b_5 = 1,33'$; $b_6 = 1,165'$; $b_m = 0,997'$. Hieraus folgt nun: $a_1 + b_1 - a_2 - b_2 = 0,143'$; $a_2 + b_2 - a_3 - b_3 = 0,082'$; $a_4 + b_4 - a_5 - b_5 = 0,465'$; $b_5 - b_4 = 0,095'$. Ferner ergibt sich: $\frac{p_2}{p_0} = 1,10$; $\frac{p_3}{p_0} = 1,31$; $\frac{p_4}{p_0} = 1,45$; $\frac{p_m}{p_0} = 1,68$; $\frac{p_5}{p_0} = 1,36$. Hiernach ist: $A_2 = 0,00715 \cdot f p_0$; $A_3 = 0,01691 \cdot f p_0$; $A_4 = 0,2697 \cdot f p_0$; $A_5 = 0,03848 \cdot f p_0$; $A_6 = 0,00256 \cdot f p_0$. Folglich ist $L = 0,2866^8 \cdot f p_0$. Nun ist $f = 1,675$ QF., und setzt man $p_0 = 144 \cdot 14,12$ Pfd., so folgt $L = 976,3$ Fsspd. Das wäre die theoretische Arbeit eines Kolbenspiels. Da nun 1 Kolbenspiel $\frac{4}{3}$ Sek. dauert, so kommt auf die Sekunde die Arbeit $\frac{3}{4} \cdot 976,3 = 732$ Fsspd. Da die Maschine eine Leistung von 433 Fusspfd. gab, so ist ihr Wirkungsgrad $\frac{433}{732} = 0,59$. Das Gewicht der bei jedem Kolbenspiel aufgenommenen und ausgeblasenen Luft ist $1,821 \cdot \frac{f \gamma}{1 + \alpha t} = 0,06406$ Pfd., diese wird von 10° auf 300° erwärmt, wozu der Wärmemenge $M_1 = 0,1687 \cdot 290 \cdot 0,06406 = 3,134$ WE. nöthig ist. Zur Ausübung der 976,3 Fsspd. Arbeit gehört aber noch die Wärmemenge $M_2 = \frac{976,3}{1350} = 0,723$ WE.; im Ganzen werden also für jedes Kolbenspiel $M_1 + M_2 = 3,857$ WE., in der Minute also 173,565 WE. verbraucht. Das Verhältniss der mechanisch verwertheten Wärme ist jetzt $\frac{0,723}{3,857} = 0,19$.

§ 390. Vermischte Aufgaben.

363. Ein Luftmanometer ist 25'' lang und das Quecksilber steht in ihm 13'' hoch, die Temperatur desselben ist 21° . Als das Manometer abgeschlos-

sen wurde, war der Barometerstand $27\frac{1}{2}''$ und die Lufttemperatur 10° . Welchen Druck zeigt das Manometer an? Aufl. 72,52 Zoll oder 35,245 Pfd. auf den Quadratzoll.

364. Ein mit (unreinem) Wasserstoff gefüllter Ballon habe einen Durchmesser von 30', einen totalen Inhalt von 15000 KF. und sei im Ganzen (Hülle, Schnüre, Gondel, Fracht) mit 500 Pfd. belastet. Mit welcher Geschwindigkeit (v) steigt er auf, wenn er anfänglich nur zu $\frac{3}{4}$ seines ganzen Volums angefüllt ist? Welche Höhe (h_1) hat er erreicht, wenn er ganz aufgebläht ist? Welche Höhe (h_2) kann er überhaupt erreichen und welches Gasgewicht (p) muss herausgelassen werden, wenn er später nicht zerplatzen soll? Die mittlere Lufttemperatur sei 10° , das Füllgas $5\frac{1}{4}$ mal leichter als die atmosphärische Luft. Aufl. 1) $v = 10,1'$. 2) $h_1 = 7547'$. 3) $h_2 = 17540'$. 4) $p = 54,53$ Pfd.

365. Wie hoch kann eine Saugpumpe bei einem Barometerstande von $27''$ das Wasser ansaugen, wenn die Hubhöhe des Kolbens $5''$, die Höhe des schädlichen Raumes $1''$ beträgt? Jedes der beiden Ventile sei $\frac{1}{4}$ Pfd. schwer und bedecke eine Oeffnung von 4 QZ. Aufl. 25,33'. (Der Einfluss der Ventile beträgt nur 0,17'.)

366. Eine Saugpumpe hat ein 20' langes und 4'' weites Saugrohr und ein 6' langes und 5'' weites Kolbenrohr, der Kolben macht einen Hub von 1', hat eine mittlere Geschwindigkeit von 1' und mit der Kolbenstange ein Gewicht von 10 Pfd. Welche Kraft (P) gehört zum Aufziehen des Kolbens und welche (P') zum Niederbewegen? Wie gross sind die einzelnen Widerstandshöhen, und welchen Wirkungsgrad giebt die Pumpe, wenn 12% Wasserverlust gerechnet wird? Aufl. $P = 268,32$ Pfd. $P' = -8,4$ Pfd. $h_1 = 3,9'$; $h_2 = 0,06'$; $h_3 = 0,12'$; $h_4 = 0,60'$; $h_5 = 0,19'$. (Vgl. § 378; $4\mu \frac{b}{D} = 0,15$; $\xi_1 = 1,6$.) Wirkungsgrad = 0,66.

367. Eine einstieflige Spritze macht in der Minute 80 Kolbenhübe; der Kolben hat einen Durchmesser von 0,3', eine Hubhöhe von 0,6' und die Ausflussöffnung beträgt 0,04'. Durch die Trägheit der Ventile gehe 20% der theoretischen Wassermenge verloren, die wirkliche Steighöhe betrage 90% der theoretischen und die Nebenhindernisse beanspruchen 75% der theoretischen Arbeit. Welche Arbeitskraft (A) beansprucht die Spritze, welche Steighöhe (h) erreicht das Wasser, und welches Wasservolum (V) wird in der Minute gefördert? Aufl. $A = 120,85$ Skfsspfd. = 0,252 Pfdkft. $h = 17,82'$. $V = 2,711$ KF.

368. Eine zweistieflige Spritze soll in der Minute bei 70 Kolbenhüben 12 KF Wasser liefern, die Hubhöhe betrage 10' und die Länge jedes Druckhebels 6', der Endpunkt desselben soll bei jedem Hub einen Weg von $3\frac{1}{2}'$ machen. Der Wasserverlust durch die Ventile werde zu 20% und die Arbeit der Nebenhindernisse zu 75% der theoretischen Arbeit gerechnet. Wie gross ist der Cylinderdurchmesser (d), die Entfernung der Cylinderaxen von einander (e) und die wirkliche Steighöhe (h), wenn 12 Mann an der Maschine arbeiten, von deren Arbeit jedesmal $\frac{2}{3}$ wirksam wird? Aufl. $d = 0,405'$. $e = 2\frac{6}{7}'$. $h = 32,057'$. (Die theoretische Steighöhe ist 35,54'; $k = 0,902$.)

369. Wie gross ist der theoretische Arbeitsaufwand für ein doppelt wirkendes Cylindergebläse, wenn der Kolben 4' Durchmesser hat und in der Minute 10 Spiele zu 4' Hubhöhe macht, wenn die äussere Luft $27''$, der Wind aber $30''$ Pressung hat? Aufl. 5513,6 Fsspfd. = 11,5 Pfdkr.

370. Welche Geschwindigkeit hat die Luft in einem 60' hohen Schornsteine, wenn die warme Luft eine Temperatur von 300° , die äussere Luft eine von 10° hat, die Länge aller Luftkanäle 120' und ihre durchschnittliche Weite $1\frac{1}{2}'$ beträgt? Aufl. 14,73'.

371. Auf einem Heerde sollen stündlich 100 Pfd. Steinkohlen verbrannt werden, wie hoch muss der 1,2' weite Schornstein gemacht werden, wenn er die nöthige Luft liefern soll? Aus dem Verbrennen von 1 Pfd. Steinkohle sollen 624 KF. warme Luft von 300° mittlerer Wärme hervorgehen; die äussere

Luft habe 10° Temperatur, und die Länge der Luftzüge vom Rost bis zum Fuss betrage $60'$. Aufl. 67 F .

372. Man soll den theoretischen Effect eines Windrades berechnen, dessen 4 Windruthen eine Länge von $28'$ haben; die Flügel selbst sind $24'$ lang und $7\frac{1}{2}'$ breit; sie sind eben und ihre Fläche bildet mit der Windrichtung den Winkel $73^{\circ} 20'$. Der Wind habe eine Geschwindigkeit von $20'$ und die Flügelenden eine von $50'$. Aufl. $1444,7\text{ Fsspfd.} = 3,01\text{ Pfdkft.}$ (Vergleiche Aufgabe 134 § 387.)

373. Welches ist die theoretische Leistungsfähigkeit der in § 389 Aufg. berechneten Ericsson'sche Maschine, wenn der Abstand e der beiden Kolben beim beginnenden Rückgange des Arbeitskolbens nur $0,24'$ ist, das Voreilen des Speisekolbens also geringer ist, alle anderen Verhältnisse aber unverändert bleiben? Aufl. $416,7\text{ Skfsspfd.}$ (Man erhält: $a_1 = 0,87'$; $a_2 = 0,83'$; $a_3 = 0,72'$; $a_4 = 0,09'$; $a_5 = 0,13'$; $a_6 = 0,24'$; $\varphi_1 = 130^{\circ}, 17'$; $\varphi_m = 260^{\circ}, 7'$; $a_m = 0,22'$. $b_1 = 0,06'$; $b_2 = 0$; $b_3 = 0,075'$; $b_4 = 1,27'$; $b_5 = 1,33'$; $b_6 = 1,255'$; $b_m = 0,866'$. $p_2 = 1,072\text{ p}_0$; $p_3 = 1,16\text{ p}_0$; $p_4 = 1,215\text{ p}_0$; $p_5 = 1,17\text{ p}_0$; $p_m = 1,323\text{ p}_0$. $A_2 = 0,0036\text{ f p}_0$; $A_3 = 0,0041\text{ f p}_0$; $A_4 = 0,1571\text{ f p}_0$; $A_5 = 0,0116\text{ f p}_0$; $A_6 = 0,0021\text{ f p}_0$. $L = 0,1641\text{ f p}_0 = 555,6\text{ Fsspfd.}$ als Arbeit für ein Kolben-spiel.)

374. Welche theoretische Leistung giebt dieselbe Maschine, wenn beide Kolben gleichzeitig ihre Bewegung umkehren? Aufl. $40,5\text{ Skfsspfd.}$ (Es ist jetzt $e = d + r - R = 0,165$; $a_1 = a_2 = a_3 = 0,795'$; $a_4 = a_5 = a_6 = 0,165'$; $\varphi_m = 270^{\circ}$; $a_m = 0,48$; $b_1 = b_2 = b_3 = 0$; $b_4 = b_5 = b_6 = 1,33$; $b_m = 0,665$; $p_2 = p_3 = p_0$; $p_4 = p_5 = p_6 = 0,9725\text{ p}_0$, $p_m = 1,0406$. $L = A_4 = 53,8\text{ Fsspfd.}$ Man sieht aus den Resultaten dieser beiden letzten Aufgaben im Vergleich mit dem im § 389 gefundenen, welchen wesentlichen Einfluss das Voreilen des Speisekolbens ausübt.)

Sechster Abschnitt.

AEROMECHANIK. II.

Die Mechanik der Dämpfe.

Vierundzwanzigstes Kapitel.

Die Mechanik des Wasserdampfs.

§ 391. Arten des Wasserdampfs.

Der aus dem Wasser durch Zuführung von Wärme erzeugte Wasserdampf kommt in zwei verschiedenen Zuständen vor: als gesättigter und als überhitzter Dampf. Der Zustand der Sättigung ist derjenige, welchen der Dampf bei der Anwesenheit von Wasser besitzt; in diesem Falle hängen die Spannung und die Dichte des Dampfes nur von seiner Temperatur ab, d. h. man kann die Spannung oder die Dichte des Dampfes nicht ändern, ohne zugleich eine Aenderung der Temperatur vorzunehmen oder zu er-

leiden, und man kann die Temperatur nicht ändern, ohne dass sich zugleich Spannung und Dichte auch ändern. Der Zustand der Ueberhitzung tritt dann ein, wenn dem vom Wasser getrennten Dampf neue Wärme zugeführt wird; in diesem Falle kann während der Ueberhitzung die Dichte oder die Spannung constant erhalten werden, während beziehungsweise die Spannung oder die Dichte allein mit der Temperatur zunimmt.

Befindet sich Wasser und Dampf in einem Raum und erhitzt man beides, sorgt aber dafür, dass die Spannung dieselbe bleibe, indem man bei der fortschreitenden Dampfbildung den Raum erweitert, so wird alle zugeführte Wärme nur dazu verbraucht, Wasser in Dampf zu verwandeln, der Dampf selbst aber ändert während dieses Vorganges weder Temperatur noch Dichte. Erst wenn alles Wasser in Dampf verwandelt ist, wird die zugeführte Wärme die Dampftemperatur erhöhen und die Dichte des unter constantem Gegendruck expandirenden Dampfes vermindern. Wird gesättigter Wasserdampf comprimirt und die Temperatur unverändert gehalten, so hat sich genau so viel Dampf in Wasser verwandelt, als die Raumverminderung ausmacht; und lässt man umgekehrt gesättigten Wasserdampf bei Gegenwart von Wasser sich auf einen grösseren Raum ausdehnen und stellt dann die ursprüngliche Temperatur wieder her, so hat sich aus dem vorhandenen Wasser gerade so viel Dampf gebildet, als die Raumvergrößerung ausmacht; in beiden Fällen hat der Dampf auch dieselbe Spannung und Dichte behalten. War aber im letzten Falle kein Wasser zugegen, so befindet sich der Dampf, sobald ihm die ursprüngliche Temperatur wieder gegeben ist, im überhitzten Zustande. Ueberhitzter Wasserdampf lässt sich comprimiren, ohne dass eine Wasserbildung (Condensation) eintritt, erst wenn die Compression bis zum Zustande der Sättigung vorgeschritten ist, führt jede weitere Compression bei constanter Temperatur zur theilweisen Wasserbildung. Wird überhitzter Dampf mit Wasser von gleicher Temperatur zusammengebracht, so wird ein Theil des Wassers verdampfen und der vorher erhitzte Dampf wird sich durch den neu gebildeten Dampf in gesättigten verwandeln; in Folge der Dampfbildung wird die gemeinschaftliche Temperatur gesunken sein. Von allen Dampfformen von gleicher Temperatur hat der gesättigte die grösste Dichte.

§ 392. Verdampfung.

1) Die Wärmemenge (Q), welche nöthig ist, um ein Pfund Wasser von 0° Temperatur in gesättigten Dampf von t° zu verwandeln, besteht aus der freien Wärme (R), welche die Temperatur der Wassermasse von 0° bis t° erhebt, und aus der Verdampfungswärme (S), durch welche das Wasser von t° in gesättigten Dampf von t° verwandelt wird. (Die Verdampfungswärme führte in der bisherigen Physik den Namen latente oder gebundene Wärme.) Die Verdampfungswärme (S) besteht aus der inneren latenten Wärme (U), durch welche der Cohäsionszusammenhang des tropfbar flüssigen Wassers aufgehoben wird, und aus einer in Arbeit verwandelten Wassermenge (L); denn da der Dampf ein grösseres Volumen einnimmt, als das Wasser, woraus er entstand, so ist bei der Dampfbildung ein gewisser Widerstand zurückgedrängt, also Arbeit verrichtet, wozu ein entsprechendes Quantum Wärme verbraucht

ist. Die innere Wärme des Dampfes (I) ist die im Dampf als Wärme enthaltene Wärme und besteht aus der freien (R) und der inneren latenten Wärme (R_1). Hiernach ist nun: $Q = R + S$; $S = U + L$; $Q = R + U + L$; $I = R + U$; $Q = I + L$.*)

Die freie Wärme (R) ist diejenige, welche durch das Thermometer angezeigt wird, sie ist bei dem Dampf dieselbe als bei dem Wasser von gleicher Temperatur. Die innere latente Wärme (U) ist zwar auch noch als Wärme in dem Dampf vorhanden, aber sie wirkt nicht auf das Thermometer, weil ihre Wirkung in der Erhaltung des dampfförmigen Zustandes besteht. Die in Arbeit verwandelte Wärme (L) ist aber nicht mehr im Körper vorhanden und wurde daher nur irrthümlich früher als Theil der latenten Wärme aufgefasst.

2) Die in Arbeit verwandelte Wärmemenge L ist ihrer Grösse nach bedingt durch die Volumensvermehrung, welche das Wasser bei der Dampfbildung erfährt, und durch den Druck, den der entstehende Dampf bei seiner Volumensvermehrung zurückzudrängen hat. Da dieser Druck auf dem ganzen Wege seines Zurückweichens mannichfach verschieden sich gestalten kann, so kann auch der ganze Werth von L sehr verschieden ausfallen, je nachdem die Umstände sind, die bei der Dampfbildung obwalteten; sind diese Umstände nicht näher festgestellt, so bleibt daher auch die Wärmemenge Q, die nöthig ist, um ein Pfund Wasser von 0° in gesättigten Dampf von t° zu verwandeln, eine unbestimmbare Grösse. Für den Fall jedoch, dass bei der Dampfbildung derselbe Druck (p) constant wirkt, den der zu erzeugende Dampf haben soll, hat Regnault den Werth von Q durch Versuche gefunden, nämlich $Q = 606,5 + 0,305 t$. Wenn die specifische Wärme des Wassers constant = 1 wäre, so wäre die freie Wärme des Dampfes $R = t$ W.E. Nach Regnaults Versuchen nimmt aber die specifische Wärme des Wassers mit der Temperatur zu, und daher ist $R > t$. Clausius nimmt als Mittelwerth für die specifische Wärme die, welche bei 100° Temperatur stattfindet, nämlich 1,013 und setzt annähernd $R = 1,013 t$. Hieraus folgt nun der Werth für die Verdampfungswärme $S = Q - R = 607 - 0,708 t$. Der der obigen Voraussetzung entsprechende Werth für L würde bekannt sein, wenn man das Volumen des Dampfes wüsste. Ist v_0 das Wasservolumen, v das Dampfvolumen, $v - v_0$ also die Volumensvermehrung bei der Dampfbildung, so ist $p(v - v_0)$ oder $p u$, wenn man $v - v_0 = u$ setzt, die dabei ausgeübte Arbeit und $\frac{p u}{W}$ die dabei in Anspruch genommene Wärme. Hiernach ist also $L = \frac{p u}{W}$, und $U = \frac{p u}{W}$.

*) Die hier eingeführten Benennungen rühren von Clausius und Zeuner her.

Regnault fand für die specifische Wärme des Wassers den Werth $c = 1 + 0,00004 t + 0,0000009 t^2$, für $t = 100^\circ$, ist $c = 1,013$. Die Simpson'sche Regel giebt jetzt für R den genauen Werth $R = t + 0,00002 t^2 + 0,0000003 t^3$. Für praktische Zwecke ist dieser Ausdruck zu unbequem.

§ 393. Temperatur, Spannung und Volumen des gesättigten Dampfes.

1) Durch Versuche hat Regnault für die verschiedenen, gewöhnlich vorkommenden Temperaturen (t) die Dampfspannung (p) bestimmt. (Siehe die nachfolgende Tabelle.) Das Verhalten von p und t zu einander hat sich bisher durch eine einfache mathematische Formel nicht ausdrücken lassen, doch lassen sich mittelst der mechanischen Wärmelehre die Volum- und Dichtigkeitsverhältnisse des gesättigten Dampfes ableiten. — Ein Pfund Wasser sei bereits unter dem Drucke p bis zur Temperatur t erwärmt; unter demselben Drucke werde es durch Hinzufügung der Wärmemenge S in gesättigten Dampf von t° verwandelt; gewinnt es dabei das Volumen u , so wird dabei die Arbeit $p u$ ausgeübt. Nun lasse man ohne Wärmezuführung den Dampf expandiren, so dass seine Spannung um π , seine Temperatur um τ abnehme; bei der constanten Temperatur $t - \tau$ comprimire man den Dampf und entziehe ihm dabei die Wärmemenge S_1 ; zuletzt comprimire man ohne Wärmeentziehung, und dabei habe man das Verfahren so geordnet, dass der Dampf vollständig condensirt und der ursprüngliche Zustand des Wassers wieder gewonnen wird. Bei der Compression geht die Ausdehnung u wieder verloren, und es wird dabei eine Arbeit $u (p - \pi)$ verbraucht. Im Ganzen ist die Arbeit $p u - (p - \pi) u = u \pi$ gewonnen und die Wärme $S - S_1$ verschwunden. Es ist daher nach § 364: $S - S_1 = \frac{u \pi}{W}$; nach § 369 ist

$$\text{aber } \frac{S}{S_1} = \frac{a + t}{a + t - \tau}, \text{ also } S - S_1 = S \cdot \frac{\tau}{a + t}; \text{ daher ist } \frac{u \pi}{W} = S \frac{\tau}{a + t}$$

$$\text{und } u = \frac{W S}{(a + t) \frac{\pi}{\tau}}. \text{ Zugleich ist jetzt } L = \frac{p u}{W} = \frac{S p}{(a + t) \frac{\pi}{\tau}} \text{ und}$$

$$U = S - \frac{p u}{W} = S \left(1 - \frac{p}{(a + t) \frac{\pi}{\tau}} \right). \text{ Da das Verhalten von } p \text{ und}$$

temperirisch bestimmt ist, so kennt man auch das Verhältniss $\left(\frac{\pi}{\tau} \right)$ der Spannungszunahme zur Temperaturzunahme und kann nun für jede Temperatur die Werthe von u , U und L berechnen; da das Wasservolumen v_0

bekannt ist, so folgt auch $v = u + v_0$ das Dampfvolum und $\gamma = \frac{1}{v}$ die Dampfdichte.

In der nachfolgenden Tabelle sind die Werthe von p für Temperaturen angegeben, die um je 5° zunehmen. Die Werthe von $\frac{\pi}{\tau}$ sind so berechnet, dass eine Spannungstabelle zu Grunde gelegt ist, welche die Spannungen für die um 1° wachsenden Temperaturen angiebt; dann ist der Werth von $\frac{\pi}{\tau}$ für t° gleichgesetzt der halben Differenz der Spannungen für $t - 1$ und $t + 1$ Grad. Wollte man zur Berechnung von $\frac{\pi}{\tau}$ nur die in der 2. Spalte gegebenen Werthe von p anwenden und etwa schliessen: für $t = 50^\circ$ ist $\frac{\pi}{\tau}$ gleich dem 10. Theil der Differenz der Spannungen für 55° und 45° , also $= \frac{4,492 - 2,730}{10} = 0,1762$, so wird man etwas abweichende Werthe erhalten, da in diesem Falle der richtigere Werth nach der 3. Spalte 0,175 ist. — Ist L gefunden, so findet man $u = \frac{W \cdot L}{p}$; hier bezeichnet aber p den Druck in Pfunden auf den Quadratfuss; da aber die Tabelle p in Quecksilberzollen angiebt, so haben wir diese Werthe erst zu reduciren, was nach § 361 durch Multiplication mit $0,486 \cdot 144$ geschieht. Nehmen wir nun p nach der Tabelle, so ist $u = \frac{1350 \cdot L}{0,486 \cdot 144 \cdot p} = 19,29012 \cdot \frac{L}{p} \cdot v_0 = \frac{1}{61,75} = 0,0162$.

2) Aus diesen Resultaten folgt nun, dass der gesättigte Dampf **nicht**, wie man bisher annahm, dem Mariotte'schen und Gay-Lussac'schen Gesetze folgt; denn wenn auch für den gesättigten Dampf die Gleichung $\frac{p v}{a + t} = A_1$ bestände, wobei A_1 als Constante zu denken ist, so müsste, da u nahezu gleich v ist, $L = \frac{p u}{W} = \frac{p v}{W} = \frac{A_1}{W} (a + t)$ sein; die Werthe von L müssten also proportional mit t wachsen. Dass dies nicht der Fall ist, zeigt die 5. Spalte, da die Differenzen der für ein gleichmässigeres Wachsen der Temperatur berechneten Werthe von L nicht gleich sind, sondern ziemlich regelmässig abnehmen. Da aber diese Differenzen nur wenig abnehmen, so kann man doch für Temperaturen zwischen nicht zu weit aus einander liegenden Grenzen L die Form $\alpha + \beta t$ geben; so findet man nach Zeuner für Temperaturen zwischen 100 und 150° : $L = 32,28 + 0,0776 \cdot t$. Setzt man der Kürze wegen $L = \alpha + \beta t$, so ist $\alpha = 32,28$ und $\beta = 0,0776$. Setzt man ebenso $Q = \delta + \epsilon t$, so ist $\delta = 606,5$ und $\epsilon = 0,305$, und bezeichnet c die als constant zu nehmende specifische Wärme des Wassers, so ist $R = c t$, $S = \delta + (\epsilon - c) t = 606,5 - 0,714 \cdot t$, $U = \delta - \alpha + (\epsilon - \beta - c) t = 574,22 - 0,7916 \cdot t$, $I = \delta - \alpha + (\epsilon - \beta) t = 574,22 + 0,2274 \cdot t$. Für die mittlere Temperatur von

125° ist $c = 1,019$. Setzt man $\frac{S}{a+t} = \eta + \vartheta t$, so ist angenähert

für die angegebenen Temperaturgrenzen: $\eta = 1,9375$; $\vartheta = -0,0051$.

Das Mariotte'sche und Gay-Lussac'sche Gesetz gab für atmosphä-

rische Luft die Gleichung $\frac{p v}{a+t} = A$ (§ 363); soll dieses Gesetz auch

für den gesättigten Dampf gelten und bezeichnet s das specifische Ge-

wicht des Dampfes in Bezug auf atmosphärische Luft von gleicher

Spannung und Temperatur, so wäre $\frac{p v}{a+t} = \frac{A}{s}$. Nun ist nach Gay-

Lussac $s = 0,6225$, und es ist $A = 1,327$, wenn p in Quecksilberzollen

gegeben ist; hiernach würde folgen $\frac{p v}{a+t} = 2,132$. Berechnet man

hieraus v und $\gamma = \frac{1}{v}$, so würde man Werthe bekommen, welche von

den in der 7. Spalte der Tabelle gegebenen für geringe Temperaturen

wenig abweichen; für höhere Temperaturen würde aber die Differenz

auffallender werden. — Zeuner hat gefunden, dass die in der 5. Spalte

gegebenen Differenzen Vielfache der natürlichen Logarithmen (Log.) der

absoluten Temperaturen sind; er setzt daher $L = B \cdot \text{Log} \frac{a+t}{n}$ und be-

stimmt die Constanten $n = 100^\circ$, $B = 30,456$. Setzt man $n = 100^\circ$ und

bestimmt B für $t = 40^\circ$, 100° , 160° , so erhält man die drei Werthe

30,307; 30,515; 30,548; das arithmetische Mittel aus ihnen ist 30,457.).

Nun würde folgen $I = Q - L = 606,5 + 0,305 t - B \text{Log} \frac{a+t}{n}$. Zeu-

ner hält es nun für wahrscheinlicher, dass nicht Q , sondern I einfach

mit der Temperatur wachse, und giebt I den allgemeinen Werth

$I = 573,34 + 0,2324 t$, woraus dann folgt $Q = 573,34 + 0,2324 t + B$

$\text{Log} \frac{a+t}{n}$. — Um η und ϑ zu bestimmen, setze man in $\frac{S}{a+t}$ für t den

Werth $125 + t'$, dividire auf zwei Glieder und setze dann wieder $t' =$

$t - 125$. — Die Nichtanwendbarkeit des Mariotte'schen und Gay-

Lussac'schen Gesetzes auf dem gesättigten Dampf hat zuerst Clau-

sius erkannt.

3) Will man der oben entwickelten Gleichung $L = \frac{S p}{(a+t) \frac{\pi}{\tau}}$ und

ihren Consequenzen nicht folgen, sondern mit der bisherigen Physik die

Annahme, dass der gesättigte Dampf dem Mariotte'schen und Gay-

Lussac'schen Gesetz folge, festhalten, nach welchem $\frac{p v}{a+t} = A_1$, also

angenähert $\frac{p u}{a+t} = A_1$ ist, so folgt $L = \frac{p u}{W} = \frac{A_1 (a+t)}{W}$. Da in

dieser Gleichung p in Pfunden auf den Quadratfuss ausgedrückt sein

muss, so ist $A_1 = \frac{92,87}{0,6225} = 149,2$; da nun $a = 272,48$, $W = 1350$ ist,

so folgt: $L = 30 + 0,11 t$. Es ist also unter dieser Voraussetzung

$\alpha = 30$, $\beta = 0,11$; Q und S ändern ihre Werthe nicht, und ausserdem

ist jetzt: $U = \delta - \alpha + (\varepsilon - \beta - c) t = 576,5 - 0,824 t$; $I = \delta - \alpha$

$+(\varepsilon - \beta) t = 576,5 + 0,195 t$. Diese Werthe würden aber allgemein und nicht, wie die obigen, bloss für gewisse Temperaturgrenzen gelten.

4) Von den empirischen Formeln, welche über den Zusammenhang zwischen der Temperatur, der Spannung und dem Volumen des gesättigten Dampfes aufgestellt sind, mögen hier nur die bekanntesten folgen: Für Spannungen von 1 — 4 Atmosphären ist nach Tredgold $p =$

$\left(\frac{75 + t}{175}\right)^6$ Atmosphären. Für Spannungen über 4 Atmosphären ist nach

Dulong und Arago $p = (0,2847 + 0,0071535 t)^5$ Atmosphären. Nach

Magnus ist $p = 4,525 \cdot 10^{\frac{7,4475 t}{234,69 + t}}$ Millim. $= 0,005952 \cdot 10^{\frac{7,4475 t}{234,69 + t}}$

Atmosphären. Ist v wieder das Volumen von 1 Pfd. Dampf und ist p wieder in Atmosphären ausgedrückt, so nach Pambour für Dampf

unter 1 Atmosphären: $v = \frac{31,336}{0,1161 + p}$, und für höher gespannten

Dampf: $v = \frac{33,263}{0,2922 + p}$. (Siehe die umstehenden Tabellen.)

§ 394. Gleichungen über das Verhalten des gesättigten Dampfes.

Die nachfolgenden Untersuchungen über das Verhalten des gesättigten Dampfes beschränken sich auf die Temperaturen von 100 — 150°, in denen der Dampf auch in der Regel nur zur technischen Anwendung gelangt. — In einem abgeschlossenen Raume befinden sich Wasser und gesättigter Dampf von der Temperatur t und der Spannung p ; beides wiege zusammen M Pfd., darunter seien m Pfd. Dampf, also $M - m$ Pfd. Wasser. Zu dieser Masse werde von aussen die kleine Wärmemenge q gebracht, wovon die Menge l in Arbeit verwandelt werde und i zur Vermehrung der inneren Wärme (I) diene. Gleichzeitig steigere sich die Temperatur um τ , die Spannung um π , das Gesamtvolum um y und es werde die Menge x Wasser in Dampf verwandelt. Kommen bei dem Vorgange Volumensänderungen vor, so komme dabei stets der Druck p zur vollen Wirksamkeit. Unter der Voraussetzung nun, dass die Grösse q , l , i , τ , π , y , x so klein sind, dass das Product je zweier zu vernachlässigen ist, bestehen zwischen obigen Grössen folgende Gleichungen:

$$\text{I. } i = M c \tau + m (\varepsilon - \beta - c) \tau + U x.$$

$$\text{II. } l = m (\beta - \eta - \vartheta t) \tau + L x.$$

$$\text{III. } q = M c \tau + m (\varepsilon - \eta - c - \vartheta t) \tau + S x.$$

$$\text{IV. } y = \frac{W}{p} \left[m (\beta - \eta - \vartheta t) + L x \right] = \frac{W l}{p}.$$

Tabelle I.

1. Temp. nach Cels. t	2. Spannung in Zollen Quecksilber nach Reg- nault p	3. Relatives Wachs- thum der Spannung $\frac{\pi}{\tau}$	4. In Arbeit vrw. Wärme S p $L = \frac{(a+t)\pi}{\tau}$ a = 273	5. Diffe- ren- zen.	6. Werthe von u Kub.-Fuss. u = 19,29012 $\frac{L}{p}$	7. Dichte des Dampfes $\gamma = \frac{1}{v}$, $v = u + v_0$, $v_0 = 0,0162$
0	0,176	0,013	30,26		3316,6	0,0003015
5	0,250	0,017	31,52	1,26	2432,1	0,0004112
10	0,350	0,023	31,90	0,38	1758,2	0,0005688
15	0,486	0,031	32,30	0,40	1282,0	0,000779
20	0,665	0,041	32,91	0,61	954,64	0,001048
25	0,900	0,054	33,22	0,31	712,02	0,001404
30	1,206	0,069	33,66		538,40	0,001857
35	1,599	0,089	34,11	0,44	411,50	0,002430
40	2,099	0,112	34,59	0,45	317,89	0,003146
45	2,730	0,141	35,06	0,48	247,73	0,004036
50	3,517	0,175	32,53	0,47	194,88	0,005131
55	4,492	0,216	36,01	0,47		
60	5,689	0,264	36,50	0,48	154,64	0,006466
65	7,147	0,321	36,98	0,49	123,76	0,008078
70	8,912	0,387	37,46	0,48	99,811	0,01002
75	11,031	0,463	37,93	0,48	79,960	0,01250
80	13,558	0,550	38,40	0,47	66,329	0,01507
85	16,556	0,651	38,86	0,47		
90	20,088	0,765	39,31	0,46	54,635	0,01830
95	24,229	0,894	39,73	0,46	45,277	0,02208
100	29,058	1,040	40,17	0,45	37,749	0,02648
105	34,656	1,202	40,61	0,45	31,631	0,03160
110	41,115	1,385	41,02	0,42	26,667	0,03748
115	48,534	1,587	41,43	0,44		
120	57,017	1,810	41,84	0,41	22,604	0,04421
125	66,676	2,057	42,23	0,41	19,246	0,05192
130	77,627	2,328	42,62	0,41	16,467	0,06067
135	89,993	2,624	42,99	0,41	14,155	0,07056
140	103,910	2,947	43,36	0,39	12,218	0,08174
145	119,460	3,297	43,72			
150	136,930	3,677	44,09	0,39	10,591	0,09428
155	156,320	4,088	44,42	0,39	9,215	0,10833
160	177,850	4,529	44,77	0,37	8,049	0,12398
165	201,670	5,003	45,11	0,37	7,060	0,14132
170	227,940	5,511	45,43	0,36	6,211	0,16058
175	256,850	6,054	45,75	0,37		
180	288,530	6,631	46,06		5,481	0,18190
185	323,210	7,243	46,38	0,33	4,856	0,20526
190	361,040	7,895	46,66	0,35	4,3148	0,23089
195	402,210	8,538	46,96	0,34	3,8447	0,25901
200	446,910	9,308	47,24	0,32	3,4361	0,28766
				0,32		
					3,0794	0,32304
				0,31	2,7681	0,35917
				0,32	2,4930	0,39853
				0,28	2,2522	0,44084
				9,30	2,0390	0,48651
				0,28		

Tabelle II.

Span- nung des Dampfes in Atmo- sphären.	Tempe- ratur C	Span- nung des Dampfes in Atmo- sphären.	Tempe- ratur C	Span- nung des Dampfes in Atmo- sphären.	Tempe- ratur C	Span- nung des Dampfes in Atmo- sphären.	Tempe- ratur C
0,25	65,35	2,75	130,97	5,25	154,06	7,75	169,50
0,50	81,71	3,00	133,91	5,50	155,84	8,00	170,81
0,75	92,15	3,25	136,66	5,75	157,56	8,25	172,09
1,00	100,00	3,50	139,24	6,00	159,22	8,50	173,34
1,25	106,35	3,75	141,68	6,25	160,82	8,75	174,57
1,50	111,74	4,00	144,00	6,50	162,38	9,00	175,77
1,75	116,43	4,25	146,19	6,75	163,88	9,25	176,94
2,00	120,60	4,50	148,29	7,00	165,35	9,50	178,09
2,25	124,36	4,75	150,29	7,25	166,77	9,75	179,21
2,50	127,80	5,00	152,22	7,50	168,15	10,00	180,31

1) Die freie Wärme in der gegebenen Wasser- und Dampfmasse ist $M c t$, steigt also während des Vorganges um $M c \tau$. Die innere latente Wärme (U) der Dampfmasse ist $m U = m [\delta - \alpha + (\varepsilon - \beta - c) t]$, steigt also jetzt um $m (\varepsilon - \beta - c) \tau$; zur Verwandlung der x Pfd. Wasser gehört die latente Wärme $U x$. Die Zunahme i an innerer Wärme besteht aber aus der Zunahme an freier Wärme ($M c \tau$) und der Zunahme an innerer latenter Wärme [$m (\varepsilon - \beta - c) \tau + U x$], woraus Gleichung I folgt. — 2) Die in Arbeit verwandelte Wärmemenge l besteht einmal aus der Wärme $L x$, die bei der Dampfbildung aus der Wassermasse x in Arbeit verwandelt wurde; und aus der Wärmemenge, welche der Arbeit äquivalent ist, die der etwa expandirende Dampf vom Gewicht m ausübt. Wächst nämlich bei unserem Vorgange u um ω , so vermehrt sich das bisherige Dampfvolum um $m \omega$ und verrichtet die Arbeit $p m \omega$, verbraucht also die Wärme $\frac{p m \omega}{W}$. Nun ist $L = \frac{p u}{W} = \alpha + \beta t$; steigt t um τ , so wächst L um $\beta \tau$, da aber auch gleichzeitig p um π und u um ω zugenommen hat, so ist das Wachsthum von L auch gleich $\frac{(p + \pi)(u + \omega) - p u}{W} = \frac{p \omega + u \pi}{W}$ zu setzen; daher ist $\frac{p \omega + u \pi}{W} = \beta \tau$.

Da nun nach § 392, 2 $\frac{u \pi}{W} = \frac{S}{a + t} \cdot \tau$ ist, aber $\frac{S}{a + t} = \eta + \vartheta t$ ist, so folgt $m \frac{p \omega}{W} = m (\beta - \eta - \vartheta t) \tau$. So gross ist also die bei der Expansion des bisherigen Dampfes in Arbeit verwandelte Wärme. — 3) Die dritte Gleichung ergiebt sich, wenn man bedenkt, dass $q = l + i$ und $S = U + L$ ist. — 4) Die Volumensvermehrung besteht aus der Volumensvermehrung $x u$ bei der Dampfbildung aus der Wassermenge x und aus der Expansion $m \omega$ des bisherigen Dampfes; es ist also $y = m \omega + x u$. Nun war aber oben $\frac{p \omega + u \pi}{W} = \beta \tau$ und $\frac{u \pi}{W} = (\eta + \vartheta t) \tau$,

also ist $m \omega = \frac{m W (\beta - \eta - \vartheta t) \tau}{p}$ und $x u = \frac{x W (\eta + \vartheta t)}{\left(\frac{\pi}{\tau}\right)}$

$= \frac{x W \cdot S}{(a + t) \frac{\pi}{\tau}} = \frac{x W L}{p}$; hier muss aber p und also auch π in Pfunden für die Flächeneinheit ausgedrückt werden.

§ 395. Dampfexpansion bei constanter Dampfmenge.

1) Wir fassen jetzt die allgemeine Aufgabe des vorigen Paragraphen unter der Voraussetzung auf, dass kein Wasser in Dampf verwandelt werde, der vorhandene Dampf aber so expandire, dass seine Temperatur von t_1 bis auf t_2 , seine Spannung von p_1 auf p_2 fällt. Ist L_1 die bei diesem Vorgang in Arbeit verwandelte Wärme, so ist, da $x = 0$ ist, nach Gl. II $L_1 = \Sigma [-m (\beta - \eta - \vartheta t) \tau] = m \Sigma [(\eta - \beta + \vartheta t) \tau]$; hierbei bezieht sich τ auf die kleinen Temperaturverminderungen, die nach und nach eintreten, wenn t_1 in t_2 übergeht. Wird die Summirung mittelst der Simpson'schen Regel ausgeführt, so folgt $L_1 = m [\eta - \beta + \frac{1}{2} \vartheta (t_1 + t_2)] (t_1 - t_2)$. Die von dem expandirenden Dampf verrichtete mechanische Arbeit ist daher $W L_1$. — Ist I_1 die Zunahme der inneren Wärme, so folgt $I_1 = - \Sigma [M c \tau + m (\varepsilon - \beta - c) \tau] = [m (\beta + c - \varepsilon) - M c] (t_1 - t_2)$. Ist endlich Q_1 die Wärmemenge, welche von aussen zuzuführen ist, so folgt $Q_1 = L_1 + I_1 = [m (\eta + c - \varepsilon) + \frac{1}{2} m \vartheta (t_1 + t_2) - M c] (t_1 - t_2)$. Setzen wir hier die bestimmten Werthe ein und nehmen, da ϑ ein sehr kleiner Bruch ist, für $\frac{1}{2} (t_1 + t_2)$ den Mittelwerth 125, so ist: $L_1 = 1,2225 m (t_1 - t_2)$; $I_1 = (0,7916 m - 1,019 M) (t_1 - t_2)$; $Q_1 = (2,0141 m - 1,019 M) (t_1 - t_2)$.

Bei der Anwendung der Simpson'schen Regel (§ 89) auf die obige Summirung fasse man $(\eta - \beta + \vartheta t) \tau$ als den Ausdruck für das Volumen einer dünnen Scheibe von der Höhe τ und der Grundfläche $\eta - \beta + \vartheta t$. Die oben angedeutete Summe ist dann ein Körper von der Höhe $t_1 - t_2$, dessen Querschnittsflächen sich nach dem Ausdruck $(\eta - \beta + \vartheta t)$ ändern, wenn für t nach und nach die Werthe von t_1 bis t_2 gesetzt werden. Die einfache Simpson'sche Formel reicht hier schon aus und giebt genaue Werthe.

2) Aus den so eben gefundenen Werthen folgt nun der wichtige Satz, dass der gesättigte Wasserdampf, wenn er getrennt vom Wasser expandirt, nur dann im Zustande der Sättigung bleiben kann, wenn ihm gleichzeitig eine gewisse Wärmemenge zugeführt wird. In diesem Falle, wenn kein Wasser vorhanden ist, ist $m = M$, und es ist dann $Q_1 = 0,9951 m (t_1 - t_2)$, eine stets positive Grösse. Wird diese Wärme nicht zugeführt, so kann sich die Gesamtmenge des Dampfes nicht im Zustande der Sättigung erhalten, sondern es wird ein Theil davon condensirt werden. Daher erscheint die bisher nach Pambour angenommene Voraussetzung für unhaltbar, dass Dampf, welcher im abgeschlossenen Raume, z. B. im Dampfzylinder einer Dampfmaschine, expandirt, ohne Wärmezufuhr im Zustande der Sättigung bleibe; auf dieser Annahme beruht aber die bisherige Theorie der Dampfmaschinen. — Ist der expandirende Dampf in steter Berührung mit Wasser, so kann Q_1 null oder negativ werden. Ist $2,014 m = 1,019 M$ oder annähernd $M = 2m$, d. h. sind gleiche

Mengen Dampf und Wasser vorhanden, so wird der expandirende Dampf ohne Wärmezufuhr von aussen gesättigt bleiben ($Q_1 = 0$), da die für den Dampf nöthige Wärmemenge vom Wasser hergegeben wird; ist aber $M > 2m$, d. h. ist die Dampfmenge kleiner als die Wassermenge, so wird Q_1 negativ; man müsste also dem Gemenge noch Wärme entziehen, wenn die Zunahme der Dampfmenge vermieden werden soll, sonst würde während der Expansion des Dampfes ein Theil des Wassers verdampfen, was nach der Voraussetzung unserer Aufgabe nicht stattfinden soll.

Die Entdeckung über die Unzulässigkeit der Pambour'schen Annahme ist fast gleichzeitig von Clausius und Rankine gemacht.

3) Bezeichnet Y das Volumen, um welches sich der Dampf bei der Expansion in unserem Falle ausdehnt, so ist $Y = W \Sigma \left(\frac{1}{p} \right) = m W \Sigma \left[\frac{(\eta - \beta + \vartheta t) \tau}{p} \right]$. Die Summirung kann wieder mit Hülfe der Simpson'schen Regel ausgeführt werden, kann aber kein anderes Resultat geben, als schon aus der 6. Spalte unserer Tafel I zu entnehmen ist. Es ist nämlich Y die Volumensdifferenz für m Pfd. Dampf von t_1 und t_2 Temperatur, also ist $Y = m(u_2 - u_1)$, wenn u_1 und u_2 die für t_1 und t_2 aus der 6. Spalte der Tafel genommenen Werthe bezeichnen.

§ 396. Dampfexpansion ohne Wärmezuführung.

1) Die allgemeine Aufgabe aus § 394 gelte jetzt unter der Annahme, dass keine Wärme zugeführt oder entzogen werde. Der Dampf expandire, bis seine Temperatur von t_1 auf t_2 gefallen ist. Da in diesem Falle $q = 0$ zu setzen ist, so folgt $0 = [M c + m(\epsilon - \eta - c - \vartheta t)] \tau + (\delta + (\epsilon - c) t) x$. Bezeichnet nun X die Wassermenge, welche während des ganzen Vorganges verdampft, so geht die Dampfmenge nach und nach von m in $m + X$ über. Wollen wir die vorstehende Gleichung, welche nur für eine sehr kleine Temperaturzunahme τ richtig ist, auf eine grössere Temperaturdifferenz übertragen, so werden wir angenähert richtige Werthe erhalten, wenn wir für t und m die mittleren Werthe $\frac{t_1 + t_2}{2}$ und $m + \frac{1}{2} X$ setzen, während τ in $-(t_1 - t_2)$ und x in X übergeht. Es ist demnach $0 = -M c (t_1 - t_2) - (m + \frac{1}{2} X) (\epsilon - \eta - c - \vartheta \cdot \frac{t_1 + t_2}{2}) \cdot (t_1 - t_2) + [\delta + (\epsilon - c) t] X$. Hieraus folgt $X =$

$$\frac{M c + m \left(\epsilon - \eta - c - \vartheta \cdot \frac{t_1 + t_2}{2} \right)}{\delta + (\epsilon - c) t_2 + \frac{t_1 - t_2}{2} \left(\eta + \vartheta \frac{t_1 + t_2}{2} \right)} \cdot (t_1 - t_2).$$

Setzt man für die

Coëfficienten wieder die bestimmten Werthe ein und nimmt in dem Gliede $\vartheta \frac{t_1 + t_2}{2}$ wegen der Kleinheit von ϑ für $\frac{t_1 + t_2}{2}$ den Mittelwerth 125° , so erhält man $X = -\frac{(2,0141 m - 1,019 M)(t_1 - t_2)}{606,5 - 0,714 t_2 + 0,65(t_1 - t_2)}$.

Hieraus ergeben sich folgende Sätze über das Verhalten des Dampfes:

Ist die vorhandene Dampfmenge (m) grösser als die Wassermenge ($M - m$), so schlägt sich während der Expansion ein Theil des Dampfes zu Wasser nieder; ist dagegen die Wassermenge grösser, so verdampft noch ein Theil desselben; sind Wassermenge und Dampfmenge einander gleich, so ändern sie sich auch bei der Expansion nicht. Daher kann auch die Condensation des Dampfes während der Expansion nicht so weit gehen, dass die Dampfmenge gleich oder kleiner als die Wassermenge würde, und die freiwillige Verdampfung bei einem Wasserüberschuss kann nicht so weit gehen, dass die Dampfmenge gleich oder grösser als die Wassermenge würde; Condensation oder Verdampfung werden immer nur eine Annäherung an den Zustand herbeiführen können, in welchem Wasser- und Dampfmenge einander gleich sind. Die Menge (X) des gebildeten oder verdampften Wassers ist nicht genau der Temperaturdifferenz ($t_1 - t_2$) proportional, sondern wächst etwas weniger als diese, auch ist sie bei höheren Temperaturen grösser als bei tieferen.

Ein positives X bedeutet Verdampfung von Wasser, ein negatives aber Niederschlagen von Wasser. Unsere Formel gilt zunächst nur für geringe Temperaturdifferenzen; wie weit sie Vertrauen verdient, mag folgendes Beispiel zeigen: Man lasse 1 Pfd. Dampf ohne Wasser von 150° expandiren, bis die Temperatur 140° ist. Jetzt ist $m = M = 1$, $t_1 - t_2 = 10$, man erhält $X = -0,0194$. Jetzt lasse man weiter expandiren, bis die Temperatur 130° ist. Jetzt ist $M = 1$, $m = 1 - 0,0194 = 0,9806$; es folgt $X = -0,0184$. Lässt man jetzt bis zu 120° expandiren, so ist $M = 1$, $m = 0,9622$, und es wird $X = -0,0174$. Eine weitere Expansion bis auf 110° giebt $X = -0,0165$, da jetzt $m = 0,9448$ ist. Im Ganzen hat sich jetzt die Wassermenge $0,0194 + 0,0184 + 0,0174 + 0,0165 = 0,0717$ gebildet. Berechnen wir nun diese ganze Wasserbildung direct aus unserer Formel, so ist $M = m = 1$, $t_1 = 150^\circ$, $t_2 = 110^\circ$, und man findet $X = 0,0718$, also nur eine Differenz von $0,0001$. — Die Expansion von 110° auf 100° giebt noch eine Wasserbildung von $0,0157$, also im Ganzen von $0,0717 + 0,0157 = 0,0874$; während die Formel für $M = m = 1$, $t_1 = 150^\circ$, $t_2 = 100^\circ$ liefert: $X = -0,0878$, also jetzt eine Differenz von $0,0004$.

2) Um die Wärmemenge L_1 zu finden, welche während des Vorganges in Arbeit verwandelt wird, so setzen wir, da $l + i = q = 0$ ist, $l = -i = -M c \tau - m(\epsilon - \beta - c)\tau - Ux$. Es geht nun annähernd l in L_1 über, wenn wir für τ und x die Werthe $-(t_1 - t_2)$ und X und für m und t die Mittelwerthe $m + \frac{1}{2}X$ und $\frac{t_1 + t_2}{2}$ setzen. Hieraus folgt dann $L_1 = M c (t_1 - t_2) + (m + \frac{1}{2}X) \cdot (\epsilon - \beta - c) (t_1 - t_2)$.

$$\left[\delta - \alpha + (\varepsilon - \beta - c) \frac{t_1 + t_2}{2} \right] X = [M c + m (\varepsilon - \beta - c)] (t_1 - t_2) -$$

$[\delta - \alpha + (\varepsilon - \beta - c) t_2] X$. Setzt man hier die bestimmten Werthe ein, so folgt $L_1 = (1,019 M - 0,7916 m) (t_1 - t_2) - (574,22 - 0,7916 t_2) X$.

Nehmen wir an, es expandire ein Pfd. Dampf ohne Wasser von der Temperatur 150° bis auf 130° , so haben wir oben gefunden $X = -(0,0194 + 0,0184) = -0,0378$, und es folgt jetzt $L_1 = 22,364$ WE.; lässt man diese Masse, die jetzt aus 0,0378 Pf. Wasser und 0,9622 Pf. Dampf besteht, weiter expandiren, bis ihre Temperatur auf 110° gesunken ist, so ist oben bereits $X = -(0,0174 + 0,0165) = -0,0339$ gefunden, und es folgt jetzt $L_1 = 21,660$ WE. Für die ganze Expansion von 150° auf 110° folgt jetzt $L_1 = 44,024$ WE. Genau denselben Werth erhält man, wenn man in der obigen Formel $M = m = 1$, $t_1 = 150^\circ$, $t_2 = 110^\circ$ und $X = -(0,0378 + 0,0339) = -0,0717$ setzt.

3) Die während der Expansion eintretende Volumensvermehrung y findet man, wenn man bedenkt, dass das anfängliche Volumen $M v_0 + m u_1$ und das schliessliche $M v_0 + (m + X) u_2$ beträgt, wenn u_1 und u_2 die den Temperaturen t_1 und t_2 entsprechenden Werthe von u aus der 6. Spalte der Tabelle I bezeichnen. Die Differenz dieser beiden Werthe giebt Y . Es ist also $Y = m (u_2 - u_1) + X u_2$.

Bei der Expansion von 1 Pfd. Dampf von 150° auf 130° erhält man $Y = 3,980$ KF.; expandirt die so erhaltene Masse weiter bis auf 110° , so erhält man $Y' = 7,6753$ KF. Die Expansion beträgt also im Ganzen 11,6553. Denselben Werth erhält man auch, wenn man beide Vorgänge zu einem einzigen zusammenzieht.

§ 397. Verdampfung bei unverändertem Volumen.

Es sei eine Wassermasse von $M - m$ Pfd. und eine Dampfmasse von m Pfd. in einem Raume eingeschlossen, der jetzt als unveränderlich angesehen werde. Die ganze Masse habe die Temperatur t_1 , es soll angegeben werden, welche Wärmemenge Q_1 dazu gehört, um das Ganze von t_1 auf t_2 zu erwärmen, und welche Wassermenge X dabei in Dampf verwandelt wird? Im Anfange des Vorganges ist das Gesamtvolumen $M v_0 + m u_1$ und am Ende $M v_0 + (m + X) u_2$; da beide Volumina

gleich sein sollen, so ist $X = \frac{m (u_1 - u_2)}{u_2}$. Da jetzt $y = 0$, also auch

$l = 0$ ist, da keine Arbeit verrichtet wird, so ist $q = i = M c \tau + m (\varepsilon - \beta - c) \tau + U x$. Geht q in Q_1 über, wenn x in X , m in $m +$

$\frac{1}{2} X$, τ in $t_2 - t_1$ und t in $\frac{t_1 + t_2}{2}$ übergeht, so erhält man $Q_1 =$

$[M c + m (\varepsilon - \beta - c)] (t_2 - t_1) + [\delta - \alpha - (\varepsilon - \beta - c) t_2] X$, oder in bestimmten Werthen $Q_1 = (1,019 M - 0,7916 m) (t_2 - t_1) + X (574,22 -$

$0,7916 t_2)$. Die Verdampfung findet ihre Grenze, wenn alles Wasser

verdampft ist; dann ist $m + X = M = \frac{m u_1}{u_2}$, also $u_2 = \frac{m u_1}{M}$; aus

dieser Gleichung kann man mit Hülfe der 6. Spalte in der Tabelle I den

zugehörigen Werth von t_2 und dann die Menge der zuzuführenden Wärme finden, wenn alles Wasser verdampfen soll.

Fragen wir wieder, wie viel Wasser niedergeschlagen ($-X$) und wie viel Wärme ($-Q_1$) abgegeben wird, wenn im unveränderten Volumen 1 Pfd. Dampf ohne Wasser von 150° erst auf 130° und dann auf 110° sinkt, so erhalten wir für den ersten Vorgang $X = -0,4136$ Pfd. und $Q_1 = -199,502$ WE., und für den zweiten $X = -0,2641$ Pfd. und $Q_1 = -139,502$ WE. Während des ganzen Vorganges schlägt sich also $0,4136 + 0,2641 = 0,6777$ Pf. Dampf als Wasser nieder und $199,502 + 139,502 = 339,264$ WE. werden abgegeben. Unterwirft man aber den ganzen Vorgang der Abkühlung von 150° auf 110° auf einmal der Rechnung, so erhält man in Uebereinstimmung mit der getheilten Rechnung $X = -0,6777$ Pfd. und $Q_1 = -339,271$ WE.

§ 398. Condensation des Dampfes.

Zu einem Gemenge von $M-m$ Pfd. Wasser und m Pfd. Dampf, beide von der Temperatur t und der Spannung p , fügt man eine Wassermenge von M_1 Pfd. von der geringeren Temperatur t_1 . Die Gesamtmasse ($M + M_1$) nehme nun die Temperatur t_2 an, und es sei darin die Dampfmenge m_2 enthalten. Das ursprüngliche Volumen der ersten Masse bleibe unverändert. — Dieses Volumen ist, wie schon früher entwickelt, $M v_0 + m u$, später hat die Gesamtmasse das Volumen $(M + M_1) v_0 + m_2 u_2$; da nun beide Volumina einander gleich sein sollen, so ist $M_1 v_0 + m_2 u_2 = m u$. Die in der ursprünglichen Masse enthaltene innere Wärme ist $M c t + m U$, da sie aus der freien Wärme und der inneren latenten Wärme des Dampfes besteht, dazu kommt noch aus der zugefügten Wassermasse M_1 die Wärme $M_1 c t_1$; am Schluss des Vorganges ist die in der Gesamtmasse enthaltene Wärme $(M + M_1) c t_2 + m_2 U_2$. Diese letzte Wärme muss grösser sein als die erste, da während der Zufügung (Einspritzung) der Wassermasse M_1 Arbeit übertragen und in Wärme umgesetzt wird. Genau lässt sich die Grösse dieser Arbeit nicht angeben, da während des Einspritzens sich die Spannung der Masse ändert; wollte man aber annehmen, die Spannung in dem Gefässe, welches die Dampf- und Wassermasse enthält, bleibe während des Einspritzens p , so ist die verrichtete Arbeit $M_1 v_0 p$, also die übertragene Wärme $\frac{M_1 v_0 p}{W}$. Hieraus folgt nun die Gleichung $(M + M_1) c t_2 + m_2 U_2 = M c t + m U + M_1 c t_1 + \frac{M_1 v_0 p}{W}$. Aus diesen beiden Gleichungen lässt sich M_1 und m_2 berechnen. Durch Elimination

$$\text{von } m_2 \text{ findet man: } M_1 = \frac{M c (t - t_2) + m u \left(\frac{U}{u} - \frac{U_2}{u_2} \right)}{c (t_2 - t_1) - v_0 \left(\frac{p}{W} + \frac{U_1}{u_2} \right)}, \text{ und nach}$$

der ersten Gleichung ist dann $m_2 = \frac{m u - M_1 v_0}{u_2}$. Da das Glied v_0

$\left(\frac{p}{W} + \frac{U_2}{u_2}\right)$ stets sehr klein ist, so kann man auch angenähert setzen:

$$M_1 = \frac{M c (t - t_2) + m u \left(\frac{U}{u} - \frac{U_2}{u_2}\right)}{c (t_2 - t_1)}.$$

Wie viel Wasser von 10° Temperatur muss zu M Pfd. wasserfreiem Dampf von 110° zugespritzt werden, damit das Gemenge die Temperatur von 30° annehme? Hier ist $m = M$, $t = 110^\circ$, $t_1 = 10^\circ$, $t_2 = 30^\circ$. Ferner ist $u = 19,270$; $u_2 = 538,40$; $U = 574,22 - 0,7916 t = 467,14$; $U_2 = 550,47$; $\frac{U}{u} - \frac{U_2}{u_2} = 24,24 - 1,02 = 23,22$. — Dann ist p als

Druck auf die Flächeneinheit zu beziehen; danach ist $p = 41,115 \cdot 0,486 \cdot 144$; $\frac{p}{W} = 2,13$; $v_0 \left(\frac{p}{W} + \frac{U_2}{u_2}\right) = 0,0162 \cdot 3,15 = 0,051$.

Nun folgt $M_1 = \frac{1,019 \cdot 80 + 19,270 \cdot 23,22}{1,019 \cdot 20 - 0,051} M = 26,02 M$. Für die am Ende des Vorganges vorhandene Dampfmenge findet man: $m_2 = \frac{M u - M v_0}{u_2} = \frac{19,27 - 0,42}{538,4} M = 0,035 M$. Aus diesem Beispiel sieht man, dass man in der Regel das Glied $v_0 \left(\frac{p}{W} + \frac{U_2}{u_2}\right)$ wegen seiner Kleinheit vernachlässigen kann.

§ 399. Ausströmender Dampf.

1) Befindet sich in der Wandung eines Gefässes, das Wasser und Dampf von einer gewissen Temperatur t und Spannung p enthält, eine Oeffnung für den Dampf, so ist nach § 372, 1 die Geschwindigkeit (V), mit welcher der Dampf ausströmt: $V = \sqrt{\frac{2 g (p - p_0)}{\gamma}}$, wenn γ die

Dichte des Dampfes und p_0 die Spannung der Luft in dem Raume, in welchen der Dampf einströmt, bezeichnet. Hierbei ist angenommen, dass der Dampf in der Ausströmungsöffnung noch dieselbe Dichte und Spannung besitzt, als im Gefässe.

Die Ableitung unserer Formel in § 372, 1 für ausströmende atmosphärische Luft gilt auch für den vorliegenden Fall. Es ist hier p in Pfunden auf den Quadratfuss zu nehmen.

2) Der im Gefäss noch zeitweilig zurückbleibende Dampf und das darin enthaltene Wasser erleiden während der Dampfausströmung dieselben Veränderungen, die eingetreten sein würden, wenn die Dampfmasse unter Ausübung ihres Elasticitätsdruckes um das Volumen des ausgeströmten Dampfes expandirt hätte.

Unser Satz ist die Uebertragung von § 373, 1 auf den vorliegenden Fall, und die dort entwickelten Gründe gelten auch hier. Der Spannung (p) des Dampfes im Gefässe steht nur eine geringere Spannung p_0 der äusseren Luft gegenüber; der Ueberschuss ($p - p_0$) jener Spannung kommt aber doch zur Wirksamkeit, da er auf die Beschleunigung der ausströmenden Dampfmasse verwendet wird, und wenn die Arbeit jenes Ueberschusses auch nicht im Fortschieben eines entgegenstehenden Druckes wirksam wird, so erscheint sie doch in der lebendigen Kraft

des ausströmenden Dampfes wieder. Der ausströmende Dampf wird aber stets im Momente des Ausströmens die Beschaffenheit des Dampfes im Gefässe haben, und es kommen also hier die Resultate aus den §§ 395 u. 396 zur Anwendung. Ist im Gefässe im Vergleich zur Dampfmenge nur wenig Wasser vorhanden und wird der ganzen Masse keine Wärme zugeführt, so wird sowohl bei der Expansion (§ 396), als auch beim Ausströmen des Dampfes schon im Gefässe ein Theil des Dampfes condensirt werden und der ausströmende Dampf wird Wassertheilchen mit sich führen, also feucht sein. Ist hingegen die vorhandene Wassermasse verhältnissmässig gross, so bleibt der Dampf im Gefässe und also auch im Momente des Ausströmens im Zustande der Sättigung und es findet, ohne dass von aussen Wärme zugeführt wird, eine Verdampfung von Wasser, die sog. spontane Dampf Bildung, statt. Da nun bei einer nicht zu kleinen Ausflussöffnung und bei einer anfänglich nicht zu geringen Spannung des Dampfes Spannung und Temperatur des Dampfes in Folge des Ausströmens schnell sinken werden, während die Temperatur des vorhandenen Wassers nicht so schnell abnimmt, so wird neben der spontanen Dampf Bildung zugleich noch eine Erwärmung des Dampfes durch das Wasser stattfinden und jener wird dann nicht nur wasserfrei, sondern sogar im Zustande der Ueberhitzung ausströmen. Auch die Erfahrung hat es bestätigt, dass Dampf von geringer Spannung bei wenigem vorhandenem Wasser feucht ausströmt, dagegen bei hoher Spannung und bei einer grösseren Menge von vorhandenem Wasser im Zustande der Ueberhitzung ausströmt. Eine in den ausströmenden Dampf gesteckte Hand verbrennt sich wie im heissen Wasser, wenn der Dampf feucht ist, erleidet aber keine Verletzung, wenn der Dampf überhitzt ist.

§ 400. Ueberhitzter Dampf.

1) Der überhitzte Dampf entsteht aus dem gesättigten, indem man diesen vom Wasser trennt und noch weiter erwärmt. Die neu zugeführte Wärme dient dann bei constantem Volumen zur Vermehrung der Spannung, bei constanter Spannung aber zur Vermehrung des Volumens in ähnlicher Weise, als es bei den permanenten Gasen der Fall ist. Wird dem gesättigten Dampfe aber bei der Gegenwart von Wasser Wärme zugeführt, so wird ein Theil derselben auf die Verdampfung von Wasser verwendet. Vergleicht man gesättigten und überhitzten Dampf mit einander, so hat der überhitzte Dampf: a) bei gleichem Volumen die höhere Temperatur und die höhere Spannung; b) bei gleicher Spannung die höhere Temperatur und das grössere Volumen, und c) bei gleicher Temperatur das grössere Volumen und die geringere Spannung. Das Gesetz, nach welchem sich bei der Ueberhitzung des Dampfes Spannung und Volumen mit der Temperatur ändern, ist durch Versuche noch nicht festgestellt. Gewöhnlich wird angenommen, dass der überhitzte Dampf dem Mariotte'- und Gay-Lussac'schen Gesetz folge, doch scheint nach angestellten Versuchen schon so viel festzustehen, dass dieses Gesetz für den überhitzten Dampf, wenn er sich in der Nähe des Sättigungspunktes befindet, nicht besteht.

2) Wollte man annehmen, der überhitzte Dampf befolge das Mariotte'- und Gay-Lussac'sche Gesetz, so müsste nach § 363 für jeden Dampf

gleicher Art $\frac{p v}{1 + \alpha_1 t}$ constant sein, wobei α_1 den Ausdehnungscoefficienten des überhitzten Dampfes bezeichnet. Bezeichnet nun t' die Temperatur, p' die Spannung und v' das Volumen desjenigen gesättigten Dampfes, der überhitzt wurde, so müsste die Gleichung $\frac{p v}{1 + \alpha_1 t} = \frac{p' v'}{1 + \alpha_1 t'}$ gelten, wofür man auch schreiben kann $\frac{p v}{a_1 + t} = \frac{p' v'}{a_1 + t'}$ $= A_1$, wenn $a_1 = \frac{1}{\alpha_1}$ ist. Ob α_1 für alle Arten des überhitzten Dampfes denselben Werth hat und ob derselbe constant ist, weiss man zur Zeit nicht hinreichend; nehmen wir nach Holtzmann $\alpha = 0,004233$, so ist $a_1 = 236$. Nach § 392 ist $L = \frac{p u}{W} = 32,28 + 0,0776 t$. Nun kann man ohne grossen Fehler $u = v$ setzen, und es ist dann $p' v' = W (32,28 + 0,0776 t') = 43578 + 104,76 t'$. Nun folgt $A_1 = \frac{43578 + 104,76 t'}{236 + t'}$ oder angenähert $A_1 = 175,08 - 0,1447 t'$.

3) Auch die Werthe für die specifische Wärme des überhitzten Dampfes sind noch nicht hinreichend genau festgestellt. Regnault hat für die specifische Wärme bei constantem Drucke gefunden $c = 0,4750$, und Redtenbacher hat daraus für die specifische Wärme bei constantem Volumen abgeleitet $c_1 = 0,305$. Hieraus folgt dann $m = \frac{c}{c_1} = 1,56$. Doch weichen hiervon die Angaben Anderer noch merklich ab.

§ 401. Vermischte Aufgaben.

375. Welche Wärmemenge gehört nach Regnault dazu, um 1 Pfd. Wasser von 0° T. in Dampf von 150° zu verwandeln? Aufl. 652,3 WE.

376. Wie gross ist die in 1 Pfd. Dampf von 150° enthaltene freie Wärme, wenn für die specifische Wärme die strengere Formel von Regnault gebraucht wird? Aufl. 151,46 WE. (Nimmt man die Annäherungsformel, so ist $R = 151,95$ WE. $c = 1,013$.)

377. Wie gross wäre die Dichte des gesättigten Wasserdampfes von 150° , wenn derselbe dem Mariotte'- und Gay-Lussac'schen Gesetz folgte? Aufl. 0,15202.

378. Wie gross ist in 1 Pfd. gesättigtem Dampf von 150° die innere latente Wärme? Aufl. 470 WE.

379. Welche Temperatur hat nach Tredgold's Formel gesättigter Wasserdampf von 2 Atmosphären Spannung? Aufl. $121,43^\circ$.

380. Wie gross ist nach Pambour's Formel das Volumen von 1 Pfd. gesättigtem Dampf von 150° ? Aufl. 6,6466 KF. (Nach der Tabelle folgt: $6,211 + 0,016 = 6,227$.)

381. Wie viel Wärme (Q) muss einem Pfd. Dampf von 150° während seines Expandirens bis zur Temperatur von 100° zugeführt werden, wenn er im Zustande der Sättigung bleiben soll, und wie viel Wärme (L) wird bei diesem Vorgange in Arbeit verwandelt? Aufl. $Q = 49,755$ WE. $L = 61,125$ WE.

382. Welche Wärmemenge (L) wird in Arbeit verwandelt, wenn ein Pfd. gesättigter Dampf von 150° unter Ausübung seines Druckes expandirt, bis seine Temperatur auf 100° gesunken ist, wenn Wärme weder zugeführt, noch abgeleitet wird? Aufl. $L = 54,64$ WE.

383. Um welches Volumen hat sich in den beiden Fällen der Aufgabe 381 und 382 das angegebene Dampfquantum ausgedehnt? Aufl. Im Falle der Afg. 381 um 20,456 KF. und im Falle der Afg. 382 um 18,125 KF.

384. Wenn das anfängliche Volumen des gesättigten Dampfes von 150° gleich 1 gesetzt wird, wie gross ist dann das Volumen des bis zur Temperatur von 100° expandirten Dampfes, wenn keine Wärme zugeführt wird? Aufl. $3,911 \cdot \left(\frac{26,667 + 0,016 - 2,331}{6,211 + 0,016} \right)$.

385. Wenn ein Pfund gesättigter Wasserdampf von 150° sich in einem abgeschlossenen Raume befindet und bis auf 100° sich abkühlt; wie viel Wasser (X) schlägt sich nieder, und welche Wärmemenge (Q) wird abgegeben? Aufl. $X = 0,7646$ Pfd. $Q = 389,943$ WE.

386. In einem abgeschlossenen Raume befinden sich $\frac{1}{2}$ Pfd. Wasser und $\frac{1}{2}$ Pfd. Dampf, beides von 100° Temperatur; bis zu welcher Temperatur (t_2) muss das Ganze erwärmt werden, wenn alles Wasser in Dampf verwandelt sein soll, und welche Wärmemenge (Q) ist dazu nöthig? Aufl. $t_2 = 122,12^{\circ}$. $Q = 252,559$ WE. (Bei der Bestimmung von t_2 ist der Einfachheit wegen angenommen, dass die Volumensveränderungen des gesättigten Dampfes zwischen der Temperatur 120° bis 125° proportional den Temperaturveränderungen seien.)

387. Wie viel Pfd. Wasser von 20° muss man zu einem Pfd. Dampf von 100° spritzen, damit das Ganze bei unverändertem Volumen eine Temperatur von 50° annehme? Aufl. 15,47 Pfd.

388. Mit welcher Geschwindigkeit strömt gesättigter Dampf von 150° aus? Aufl. 1714,15'.

389. Der Inhalt eines Dampfkessels habe die Temperatur von 150° und bestehe zu 99% aus Wasser und zu 1% aus Dampf. Man öffnet das Ventil und lässt den Dampf ausblasen, bis die Temperatur auf 100° gesunken ist. Wie viel Procent des ursprünglichen Inhalts sind dann noch als Wasser vorhanden? Aufl. 90,2 %.

390. Welche Spannung (p) nimmt bei unverändertem Volumen gesättigter Dampf von 100° an, wenn er bis auf 150° überhitzt wird? Aufl. 33,382 Zoll Q.

Fünfundzwanzigstes Kapitel.

Von den Dampferzeugern.

§ 402. Verbrennungswärme.

1) Ueber die Wärmeerzeugung durch den chemischen Process bestehen folgende Gesetze:

- 1) Verbinden sich zwei Stoffe in mehreren Verhältnissen, so stehen die Mengen der bei jeder Verbindung frei werdenden Wärme in einfachen Verhältnissen zu einander. (Hess.)
- 2) Kommt eine chemische Verbindung zu Stande, so ist die Menge der dabei frei werdenden Wärme immer constant, die Verbindung mag unmittelbar oder mittelbar auf Umwegen und in verschiedenen Zeiträumen vor sich gehen. (Hess.)
- 3) Die Wärmemenge, die bei der Verbindung verschiedener Stoffe mit Sauerstoff frei wird, ist nicht, wie früher angenommen wurde,

der verbrauchten Sauerstoffmenge proportional, sondern jedes Element giebt bei seiner Verbrennung eine besondere Wärmemenge. (Dulong.)

Die Hauptquellen der Wärme sind: die Sonnenstrahlen, der chemische Process, die Elektricität und die Reibung; hiervon kommt vorzugsweise der chemische Process, und zwar die Verbrennung organischer Substanzen in atmosphärischer Luft zur technischen Verwendung. Die zur Verbrennung kommenden Substanzen sind: Holz, Torf, Braunkohlen, Steinkohlen, Holzkohlen, Coks, Anthracit. Holz, Torf und Braunkohlen sind entweder lufttrocken oder künstlich getrocknet; im ersten Falle enthalten sie durchschnittlich noch 20% Wasser.

2) Nach Dulong erzeugt 1 Pfd. Kohlenstoff, wenn er zu Kohlensäure verbrennt, 8000 WE., verbrennt er aber zu Kohlenoxyd, nur 2400 WE.; ein Pfd. Wasserstoff erzeugt beim Verbrennen 34000 WE. Die meisten Brennstoffe bestehen aus Kohlenstoff, Sauerstoff und Wasserstoff; beim Verbrennen kann aber nur der Theil des Wasserstoffs Wärme erzeugend wirken, der nicht durch den im Brennstoff enthaltenen Sauerstoff zur Wasserbildung in Anspruch genommen wird; daher ordnet man zur Wärmeberechnung die wesentlichen Bestandtheile der Brennstoffe so, dass man Kohlenstoff, Elemente des Wassers und überschüssigen Wasserstoff unterscheidet und zu den Elementen des Wassers sowohl das äusserlich im Brennstoff, als auch das nur in seinen chemischen Bestandtheilen darin vorhandene Wasser rechnet. Hiernach ist folgende Uebersichtstafel verständlich:

Benennung des Brennmaterials.	Asche.	Kohlen- stoff A.	Elemente des Wassers (Stick- stoff) B.	Ueber- schuss an Wasser- stoff C.	Wärme- menge aus 1 Pfd. Brenn- stoff.
Holz, wasserleer	—	0,493	0,5	0,007	4182
„ mit 20% Wasser	—	0,394	0,6	0,0056	3346
Torf, wasserleer	0,06	0,541	0,386	0,013	4770
„ mit 20% Wasser	0,048	0,433	0,509	0,010	3816
Braunkohle, wasserleer	0,093	0,619	0,269	0,019	5598
„ mit 20% Wasser	0,075	0,495	0,415	0,015	4479
Steinkohlen	0,052	0,815	0,098	0,035	7710
Holzkohlen	—	0,930	—	—	7440
Coks	0,15	0,850	—	—	6800
Anthracit	0,028	0,915	0,033	0,024	8150.

Vorstehende Angaben enthalten nur Durchschnittswerthe, von welchen im besonderen Falle die Werthe abweichen können. Das nähere Verfahren zur Berechnung der Wärmemenge erhellt aus folgender Aufgabe.

Aufgabe 137. Getrocknetes Lindenholz besteht aus 0,494 Kohlenstoff, 0,069 Wasserstoff und 0,437 Sauerstoff. Welche Wärmemenge ergiebt 1 Pfd. desselben beim Verbrennen?

Auflösung. Die 0,494 Pfd. Kohlenstoff geben die Wärmemenge $8000 \times 0,494 = 3952$ WE. Da 1 Pfd. Wasserstoff mit 8 Pfd. Sauerstoff Wasser bildet, so bilden 0,437 Pfd. Sauerstoff mit 0,055 Pfd. Wasserstoff die Elemente des im Holz chemisch enthaltenen Wassers; der Wasserstoffüberschuss beträgt also $0,069 - 0,055 = 0,014$ Pfd.; dieser giebt die Wärmemenge $34000 \times 0,014 = 476$ WE. Es ergeben sich also im Ganzen $3952 + 476 = 4428$ WE.

Anmerkung. Dass man bei diesen Rechnungen, die aus dem Kohlenstoff und aus dem überschüssigen Wasserstoff sich ergebenden Wärmemengen einfach addirt, ist nicht streng richtig, da Kohlenstoff und Wasserstoff im Brennmaterial bereits in irgend einer chemischen Verbindung stehen, bei deren Bildung schon Wärme frei wurde, die jetzt in Abzug zu bringen wäre. Doch übersieht man diesen gewöhnlich nur geringen Subtrahendus.

§ 403. Verbrennungsproducte und Luftverbrauch.

Bei der vollkommenen Verbrennung des Brennmaterials bildet sich Kohlensäure und Wasser; dabei verbindet sich 1 Pfd. Kohlenstoff mit $\frac{8}{3}$ Pfd. Sauerstoff zu $1\frac{1}{3}$ Pfd. Kohlensäure und 1 Pfd. Wasserstoff mit 8 Pfd. Sauerstoff zu 9 Pfd. Wasser. Der Sauerstoff wird aus der atmosphärischen Luft genommen, ist aber hier in dem Verhältniss 21 : 79 dem Volum nach mit Stickstoff gemischt. Beachtet man noch, dass 1 KF. Sauerstoff 0,0886 Pfd., 1 KF. Stickstoff 0,0784 Pfd., 1 KF. atmosphärische Luft 0,0803 Pfd., 1 KF. Kohlensäure 0,1225 und 1 KF. Wassergas 0,0498 Pfd. wiegt, wenn diese Gewichte auf 0° reducirt werden, so ergibt sich daraus in Verbindung mit den im vorigen Paragraph gegebenen Werthen der Zusammenhang in folgenden Tafeln:

Benennung des Brennmaterials.	Produc. Kohlensäure		Wassergas		Sauerstoff	
	Gewicht	Volumen	Gewicht	Volumen	Gewicht	Volumen
	Pfd. D = $1\frac{1}{3}$ A.	KF. E.	Pfd. F = B + 9 C.	KF. G.	Pfd. H = $\frac{8}{3}$ A + 8 C.	KF. I.
Holz, wasserleer	1,808	14,8	0,563	11,3	1,371	15,6
„ mit 20% W.	1,445	11,8	0,651	13,0	1,096	12,6
Torf, wasserleer	1,984	16,2	0,503	10,1	1,547	17,7
„ mit 20% W.	1,588	12,9	0,599	12,1	1,235	17,2
Braunk., wasserl.	2,270	18,5	0,440	8,8	1,803	20,7
„ mit 20% W.	1,815	14,8	0,550	11,0	1,440	16,5
Steinkohle	2,988	24,4	0,413	8,3	2,453	28,1
Holzkohle	3,410	27,9	—	—	2,480	28,3
Coks	3,117	25,5	—	—	2,267	26,0
Anthracit	3,355	27,4	0,252	5,1	2,635	30,2

Benennung des Brennmaterials.	Stickstoff		Atmosph. Luft KF. M.	Producirte Gase		Spec. Gewicht s Gasge- menges.
	Gewicht	Volumen		Gewicht	Volumen	
	Pfd. K.	KF. L = $\frac{79}{21}$ I.		Pfd. N = D + F + K	KF. O = E + G + L.	
Holz, wasserleer	4,543	58,0	73,6	6,914	84,1	1,0255
„ mit 20% W.	3,507	44,7	57,3	5,603	69,5	1,0034
Torf, wasserleer	5,092	65,0	82,7	7,579	91,3	1,0338
„ mit 20% W.	4,065	51,8	66,0	6,252	76,8	1,0139
Braunk., wasserl.	5,935	75,7	96,4	8,645	103,0	1,0226
„ mit 20% W.	4,740	60,5	77,0	7,105	86,3	1,0251
Steinkohle	8,075	103,0	131,1	11,476	135,7	1,0527
Holzkohle	8,163	104,2	132,5	11,573	132,1	1,0901
Coks	7,462	95,2	121,2	10,579	120,7	1,0941
Anthracit	8,674	110,6	140,8	12,281	143,1	1,0628.

§ 404. Verbrennungstemperatur.

1) Wollte man die oben berechnete Luftmenge zu dem Brennmaterial lassen, so würde schwerlich eine vollkommene Verbrennung des Brennmaterials eintreten, weil immer ein Theil der Luft am Brennmaterial unverbraucht vorbeiströmen wird. Man nimmt daher an, dass die doppelte theoretische Luftmenge an das Brennmaterial treten muss, um eine vollkommene Verbrennung zu bewirken. Ist nun die gesammte Menge der Verbrennungsproducte bekannt, so kann man aus der bekannten spec. Wärme der einzelnen Gase die Temperatur im Verbrennungsraume berechnen, die eintritt, bevor Wärme nach aussen abgeleitet wird. Nach Regnault ist nun die specifische Wärme der atmosphärischen Luft 0,2377, des Wasserdampfes 0,4750, der Kohlensäure 0,216, des Stickstoffs 0,237 und des Kohlenoxyds 0,248; es ergeben sich daraus die Temperaturwerthe der folgenden Tabelle.

Benennung des Brennmaterials.	Doppelte Luftmenge. KF. 2 M.	Specif. Wärme aller Verbrennungs- producte.	Effective Wärme- menge. WE.	Temperatur des Heiz- raumes. Grad.
Holz, wasserleer	147,2	3,1403	3878	1234
„ mit 20% Wasser	114,5	2,5466	2991	1174
Torf, wasserleer	165,3	3,4525	4498	1303
„ mit 20% Wasser	132,0	2,8508	3481	1221
Braunkohle, wasserleer	192,7	3,9452	5360	1359
„ mit 20% Wasser	153,9	3,2457	4183	1288
Steinkohle	262,1	5,2577	7487	1424
Holzkohle	265,0	5,2010	7440	1431
Coks	242,3	4,7544	6800	1430
Anthracit	281,6	5,5880	8002	1432

Bei der Verbrennung von 1 Pfd. wasserleerem Holze haben wir 1,808 Pfd. Kohlensäure mit der specifischen Wärme $1,808 \times 0,2160 = 0,3905$ WE.; ferner 0,563 Pfd. Wasserdampf und hierin die spec. Wärme $0,563 \times 0,475 = 0,2674$ WE., ferner 4,543 Pfd. Stickstoff mit $4,543 \times 0,237 = 1,0767$ WE. und 5,914 Pfd. überschüssige Luft mit $5,914 \times 0,2377 = 1,4057$ WE. Nun ist aber $0,3905 + 0,2674 + 1,0767 + 1,4057 = 3,1403$ WE. Ebenso sind die übrigen Zahlen der 2. Spalte gefunden. — Zur Verdampfung des in den Verbrennungsproducten enthaltenen Wassers wird noch eine gewisse Wassermenge in Anspruch genommen, dieselbe ist der Einfachheit wegen nach der älteren Theorie zu 540 WE. für 1 Pfd. Dampf angenommen. Für 0,563 Pfd. Wasserdampf ist also die Verdampfungswärme $0,563 \times 540 = 304$ WE. Werden diese von den in § 402 gefundenen 4182 WE. abgezogen, so ergibt sich die Zahl 3878 WE. der dritten Spalte. Die Temperatur des Heizraumes ergibt sich nun durch Division der Werthe in der 3. Spalte durch die in der 2ten Spalte.

2) Lässt man durch höhere Schichtung des Brennmaterials weniger atmosphärische Luft zu dem Brennmaterial streichen, als oben angenommen wurde, so tritt eine unvollständige Verbrennung des Brennmaterials, aber eine Steigerung der Temperatur ein. Unter der Annahme, dass in solchem Falle die Hälfte des Kohlenstoffs zu Kohlenoxyd, die

andere Hälfte zu Kohlensäure verbrennt, erhält man für die betrachteten 10 Fälle folgende Temperaturen: 1503; 1391; 1720; 1547; 1880; 1700; 2054; 2036; 2036; 2063 Grad.

Verbrennt von 1 Pfd. wasserfreiem Holz die Hälfte des Kohlenstoffs (0,2465 Pfd.) zu Kohlenoxyd, so giebt es die Wärme $0,2465 \times 2400 = 590$ WE.; die andere Hälfte verbrennt zu Kohlensäure und giebt $0,2465 \times 8000 = 1968$ WE.; die 0,007 Pfd. Wasserstoff geben $0,007 \times 34000 = 238$ WE. Man erhält also 2796 WE.; davon gehen an Verdampfungswärme 304 WE. ab, es bleibe also noch 2492 WE. Zur Verbrennung der beiden Hälften des Kohlenstoffs und des Wasserstoffs gehören die Sauerstoffmengen 0,329; 0,657; 0,056 Pfd., also zusammen 1,042 Pfd.; der mitgehende Stickstoff beträgt 3,489 Pfd. Hiernach ergeben sich an Verbrennungsproducten: 0,5755 Pf. Kohlenoxyd, 0,9035 Pfd. Kohlensäure, 0,563 Pfd. Wasser, 3,489 Stickstoff; die gesammte specifische Wärme dieser Gase ist nun 1,5940 WE. Hieraus folgt nun die Temperatur $\frac{2492}{1,594} = 1563$ Grad.

3) Erhitzt man die Luft, durch welche das Feuer gespeist wird, zuvor auf 300 bis 600°, so kann man dadurch eine Steigerung der Temperatur des Verbrennungsraumes um 150 bis 370° erzielen. Ein anderes Mittel zu gleichem Zweck besteht darin, dass man das Brennmaterial so hoch schichtet, dass aller Kohlenstoff zuerst zu Kohlenoxyd verbrennt; in die dadurch entstandenen Gase leitet man dann gerade so viel erhitzte atmosphärische Luft, als zu ihrer Verbrennung nöthig ist. Oder man entwickelt in besonderen Generatoren die brennbaren Gase aus den Brennmaterialien und verbrennt diese unter Zuführung von heisser atmosphärischer Luft.

§ 405. Luftzuführung.

Die für die Speisung des Feuers nöthige Luft kann dem Feuer zugeführt werden: entweder durch die Wirkung des Schornsteins (§ 386), oder durch Gebläse (§ 383—385), oder durch einen Dampfstrom, den man in den Abführungs kanal der Verbrennungsproducte leitet. Der Widerstand, den die durch das Brennmaterial strömende Luft findet, hängt von der Schichtungshöhe und dem specifischen Gewicht desselben ab und kann leicht, z. B. beim Hohofenbetrieb, so gross werden, dass der Zug in einem Schornstein ihn nicht überwinden kann, sondern dass die Anwendung eines Gebläses nöthig wird; auch richtet sich die Spannung, die das Gebläse der Luft geben muss, nach diesen Widerständen (§ 383, 3). Das Gebläse treibt entweder die frische atmosphärische Luft in das Feuer, oder es saugt die Verbrennungsproducte aus demselben und veranlasst dadurch die atmosphärische Luft zum Nachströmen; im letzten Falle ist die Wirkung eine gleichmässiger. Lässt man, wie bei Locomotiven in den Kamin einen Dampfstrom eintreten, so wirkt derselbe durch seine lebendige Kraft, indem er beim Ausströmen die

Luft aus dem Kamin herauswirft und die Verbrennungsproducte aus dem Feuer veranlasst, ihm nachzuströmen.

§ 406. Rost und Herd.

Der Herd ist der Ort, an welchem das Brennmaterial verbrannt wird; er muss so gross sein, dass darin eine hinreichende Menge Brennstoff verbrannt wird; die Speiseluft soll zu ihm leichten Zutritt haben; das Brennmaterial soll in ihm möglichst vollständig verbrannt werden, so dass kein aus unverbrannten Zersetzungsproducten des Brennmaterials bestehender Rauch entsteht, auch soll möglichst wenig Wärme durch die Wände des Herdes abgeleitet werden. Der Rost ist der durchbrochene Herdboden, durch ihn soll die zuzuführende Luft möglichst gleichmässig zugeführt werden. Die Grösse der Rostfläche und des Herdes hängt zwar zunächst von der Menge des Brennmaterials ab, das in einer Stunde darauf verbrannt werden soll, ist aber nicht lediglich der zum angemessenen Verbrennen nöthigen Luftmenge proportional, sondern hängt noch ab von der Schichtungshöhe, die das Brennmaterial erträgt, von seiner Entzündbarkeit, der Lebhaftigkeit seines Verbrennens, seiner Aschen- und Schlackenbildung. Ausserdem hängen diese Dimensionen noch davon ab, ob das Feuer extensiv sein, d. h. das Material vollständig verbrennen soll, oder ob ein intensives Feuer, bei welchem auf Kosten des Brennmaterials ein höherer Hitzgrad erzielt wird, verlangt wird. Die besten Dimensionen sind nun nach Schinz folgende, wenn 10 Pfd. Brennmaterial in der Stunde verbrannt werden soll:

Benennung des Brennmaterials.	Extensive Feuerung.			Intensive Feuerung.	
	Rost- fläche □Zoll.	Schicht- höhe Zoll.	Herd- quer- schnitt □Zoll.	Rost- fläche □Zoll.	Schicht- höhe Zoll.
Weiches Holz	26	6	132	18	40
Hartes „	40	6	139	28	26
Torf	62	8	62	26	17
Braunkohle	62	8	62	26	17
Steinkohle	74	3	74	26	76
Holzkohle	460	2,5	460	46	23
Coks	53	12	53	26	23
Anthracit	54	3,5	54	18	12

Die Breite der Rostspalten richtet sich nach dem Brennmaterial, sie muss so gering sein, dass die einzelnen Stücke desselben nicht durchfallen können. Bei Steinkohle ist die Spalte nicht über $\frac{1}{2}$ “, bei Holz $\frac{1}{4}$ “, bei erdiger Braunkohle $\frac{1}{8}$ “. Gewöhnlich ist die Spaltenfläche $\frac{1}{4}$ der ganzen Rostfläche, die Roststäbe sind dann aus Gusseisen gebildet mit keilförmigem Querschnitt. In neuerer Zeit macht man die Stäbe auch aus 3—4“ hohen Streifen von $\frac{1}{5}$ “ starkem gewalzten Eisenblech mit umgefalteten Rändern; in diesem Falle kann die Spaltfläche $\frac{1}{2}$ der ganzen Rostfläche betragen. Die Anordnung der einzelnen Roste ist sehr mannigfaltig. Die Hauptarten sind:

- 1) Der Barrenrost. Die Roststäbe liegen horizontal, der Luftstrom trifft sie der Länge nach. Der unter dem Rost liegende Aschenraum soll nicht zu niedrig sein, damit er die Speiseluft vorwärmen kann. Zuweilen giebt man dem Rost auch eine nach hinten etwas geneigte Lage.
- 2) Der Treppenrost. Die Rostfläche ist etwa um 45° geneigt, die Roststäbe liegen der Quere nach, das Brennmaterial wird nicht auf den Rost geworfen, sondern fällt aus einem unmittelbar auf dem oberen Rostrande stehenden Fülltrichter, in welchem es durch die Ofenwärme vorgewärmt wird, gleichmässig auf den Rost. Der Treppenrost lässt sich leicht reinigen und giebt eine fast vollkommene Verbrennung, erleidet aber durch die rückwärts gerichtete Wärmestrahlung einigen Wärmeverlust.
- 3) Der Etagenrost. Die Rostfläche liegt ebenfalls stark geneigt und die Roststäbe der Quere nach. Die Rostfläche hat zwei grosse horizontale Spalten, an welche sich nach aussen eiserne Platten anschliessen. Auf diesen Platten wird das Brennmaterial durch jene Spalten nachgeschoben.

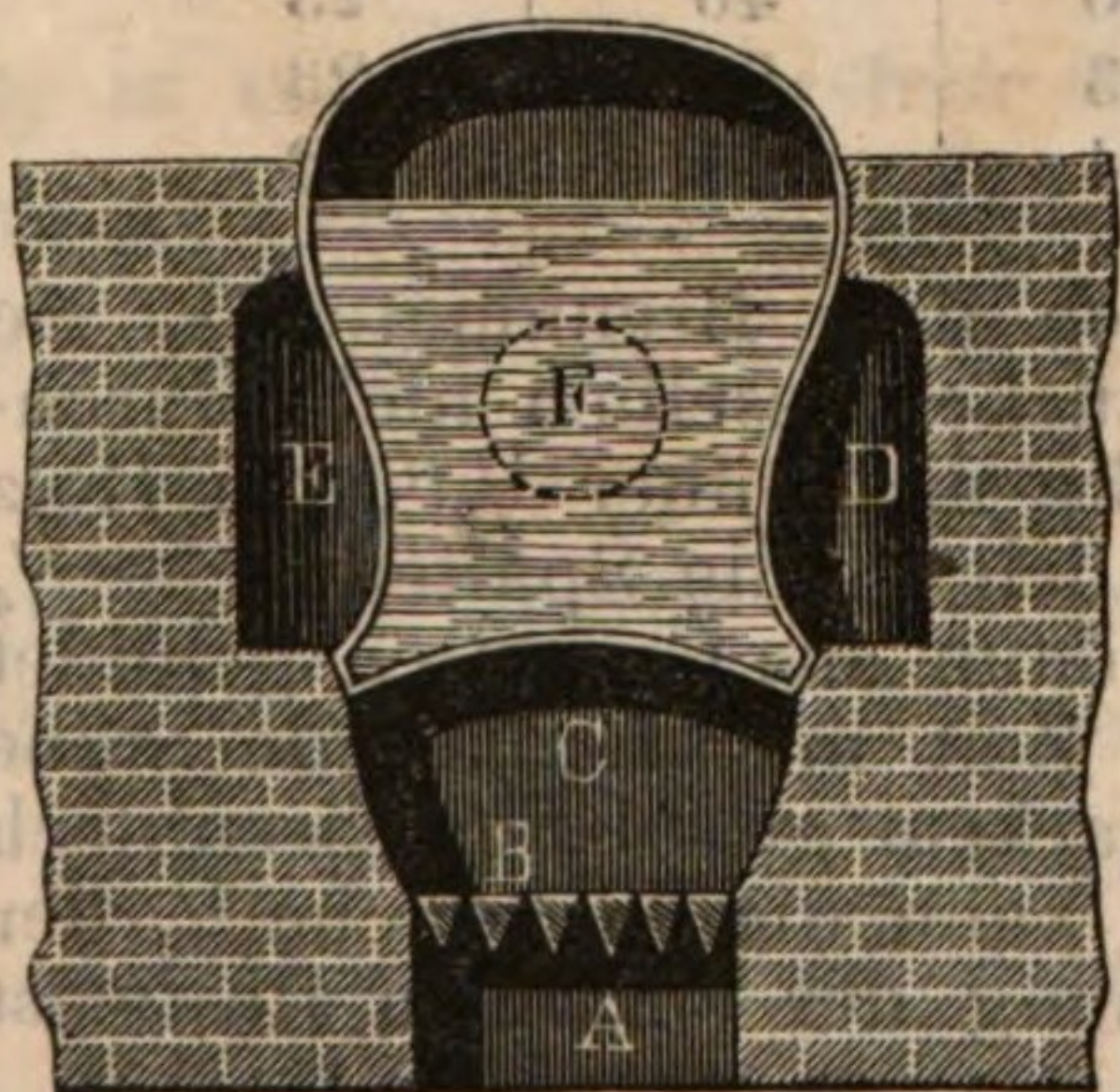
Hinter dem Roste befindet sich eine kleine mauerförmige Erhöhung des hinteren Herdrandes, die Feuerbrücke, durch welche der Eingang aus dem Herde in die Feuerzüge verengt wird. Beim Durchgange der Feuerluft durch diese Verengung sollen die noch unverbrannten Zersetzungsproducte des Brennmaterials mit dem noch unverbrauchten Sauerstoff der Speiseluft innig gemengt und dadurch eine vollkommene Verbrennung erzielt werden.

§ 407. Dampfkesselformen.

Ein Dampfkessel oder Dampfgenerator ist ein metallnes Gefäss, in welchem durch die Wärme Wasser in Dampf verwandelt werden soll. Seine Haupteigenschaften sind hinreichende Festigkeit gegen die Elasticität des Dampfes und Fähigkeit, die im Herde erzeugte Wärme in sich aufzunehmen; auf beides hat seine Gestalt und seine Verbindung mit dem Herde vorzugsweise Einfluss. Bei allen unterscheidet man den Wasserraum und den Dampfraum, und stets muss die Einrichtung so getroffen sein, dass die heisse Luft nie mit den Wandungen des Dampfraumes in Berührung kommt, weil sonst leicht ein Glühendwerden dieser Wände und eine Explosion des Kessels eintreten kann. Der Wasserspiegel im Kessel muss etwa 3" höher als der obere Rand der Feuerzüge liegen. Man unterscheidet nun folgende Kesselformen:

- 1) Der Wagen oder Kofferkessel nach Watt, Fig. 389. Diese

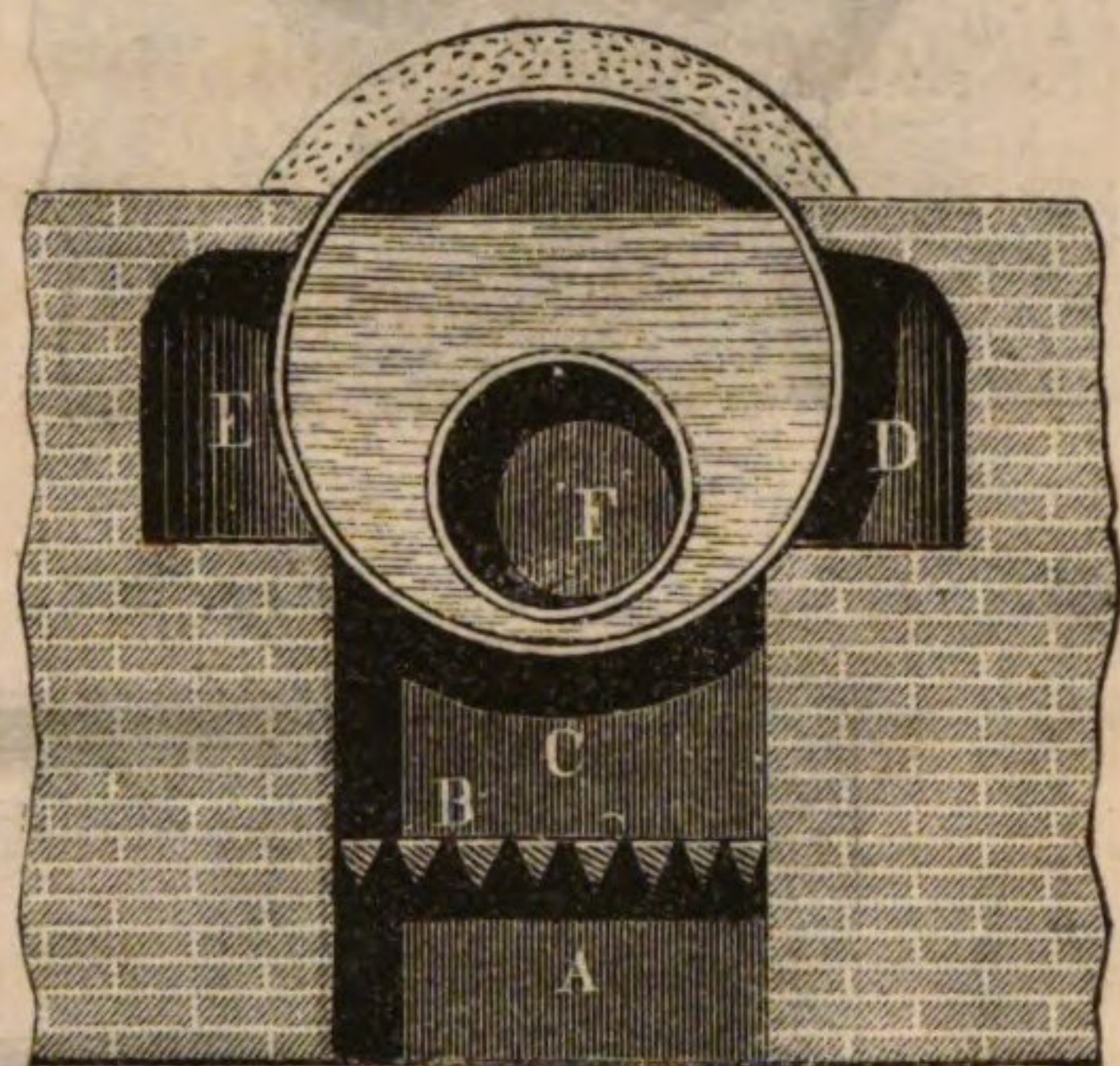
Fig. 389.



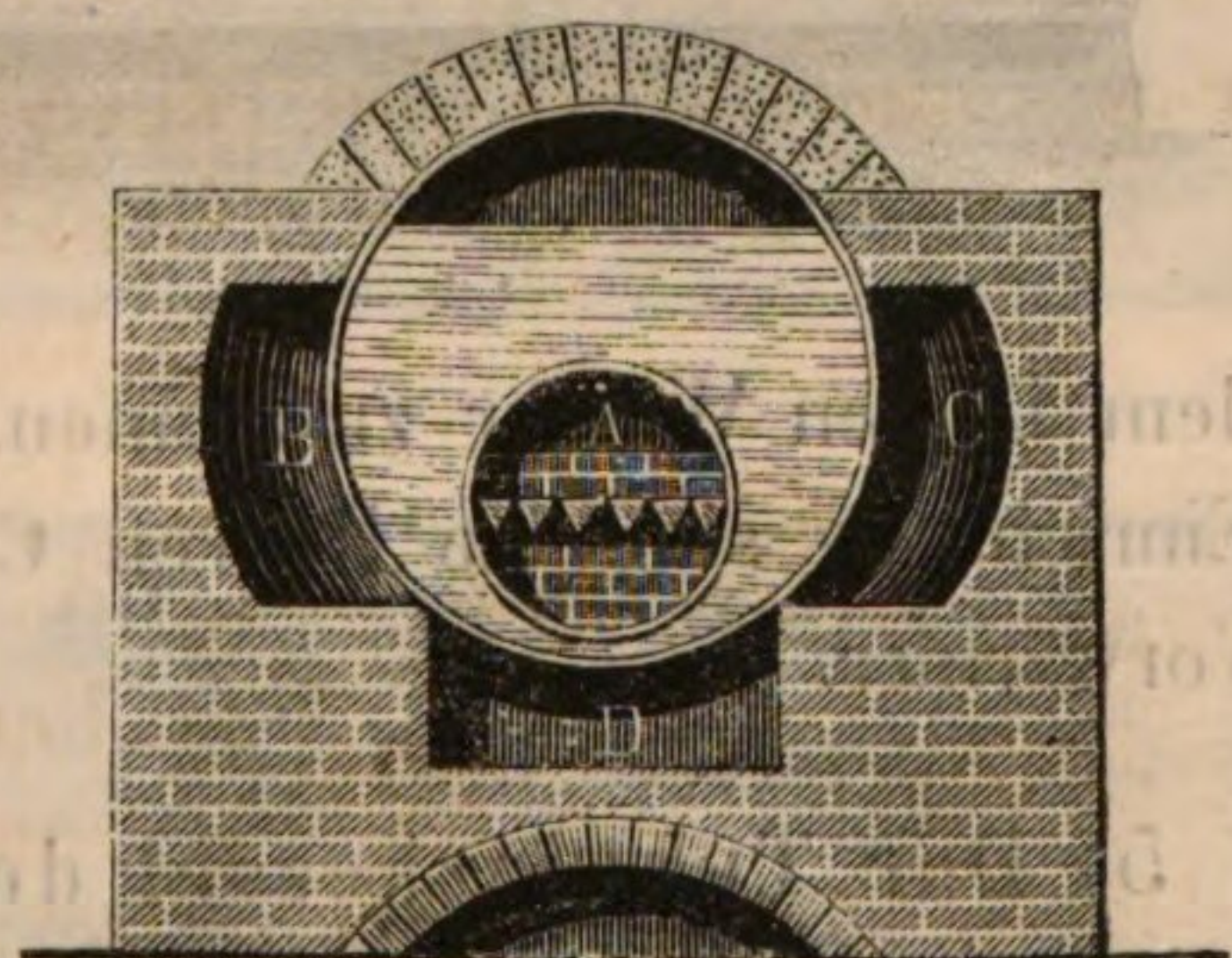
Kessel sind prismatisch, bis zu 6' Höhe und 18' Länge; die Figur zeigt einen Querschnitt. A ist der Aschenraum, B der Rost, C der Feuerraum; die heissen Gase ziehen an der unteren Kesselfläche hin, steigen an der hinteren Steinwand aufwärts, wenden sich in dem Seitenkanal D nach vorn, gehen vor der vorderen Stirnfläche vorbei in den Seitenkanal E, in welchem sie die andere Seite des Kessels erwärmen und gehen dann vom

hinteren Kesselende aus durch den Fuchs in den Schornstein. Zuweilen haben diese Kessel ein inneres Feuerrohr F (durch die punktirte Linie angedeutet); dann kehren die heissen Gase zunächst durch F zurück, theilen sich an der vorderen Stirnfläche und gehen gleichzeitig durch D und E nach hinten in den Fuchs. Die concave Bodenfläche und die concaven Seitenwände begünstigen die Aufnahme der Wärme aus dem Feuerraum, geben dem Kessel aber nur geringen Widerstand gegen den Dampfdruck; daher können diese Kessel nur für wenig gespannten Dampf mit höchstens 6 Pfd. Ueberdruck gebraucht werden, erhalten auch im Innern eine Reihe horizontaler Anker, durch welche die Ausbauchung verhütet werden soll.

2) Walzenkessel mit äusserer Feuerung. Für Dampf von höherer Spannung empfiehlt sich allein die cylindrische Kesselform; die Endflächen werden entweder durch Halbkugeln oder durch Kugelsegmente gebildet. Sie kommen entweder einfach zur Anwendung, oder erhalten eine oder zwei Feuerröhren durch ihre ganze Länge. Die Feuerröhren sollen die Wassermenge vermindern und die Heizfläche vermehren. Die Einmauerung ist wie bei dem vorigen Kessel; Fig. 390 zeigt den Querschnitt eines cylindrischen Kessels mit einer Feuerröhre.



3) Walzenkessel mit innerer Feuerung (Corwaller Kessel). Fig. 391. Herd, Rost und Aschenraum befinden sich jetzt in dem Feuerrohr A im Innern des Kessels; die Feuerluft spaltet sich am hinteren Kesselende, kehrt durch die Seitenzüge B, C nach vorn zurück und geht durch den Zug D wieder nach hinten. Obwohl durch die Herdwände bei diesem Kessel keine Wärme verloren geht, so tritt doch der Nachtheil ein, dass die schnelle Abkühlung der Feuerluft in der Nähe des Herdes eine vollkommene Verbrennung des Materials fast unmöglich macht.



4) Kessel mit Siederöhren (Woolf'sche Kessel). Ein Siederohr oder ein Sieder ist ein cylindrischer Kessel von geringem Durchmesser (12—20"), der mit dem Hauptkessel durch Hälse (Stutzen) verbunden

ist. Es sind entweder ein oder zwei Sieder vorhanden, die gewöhnlich zunächst dem Feuer ausgesetzt werden; da sie wegen ihrer geringen Weite auch dünnere Wände erhalten können (§ 188), so nehmen sie die Wärme leicht auf. Es geht aber hierbei auch durch die Wandungen des Ofens viel Wärme verloren. Die

Fig. 392.

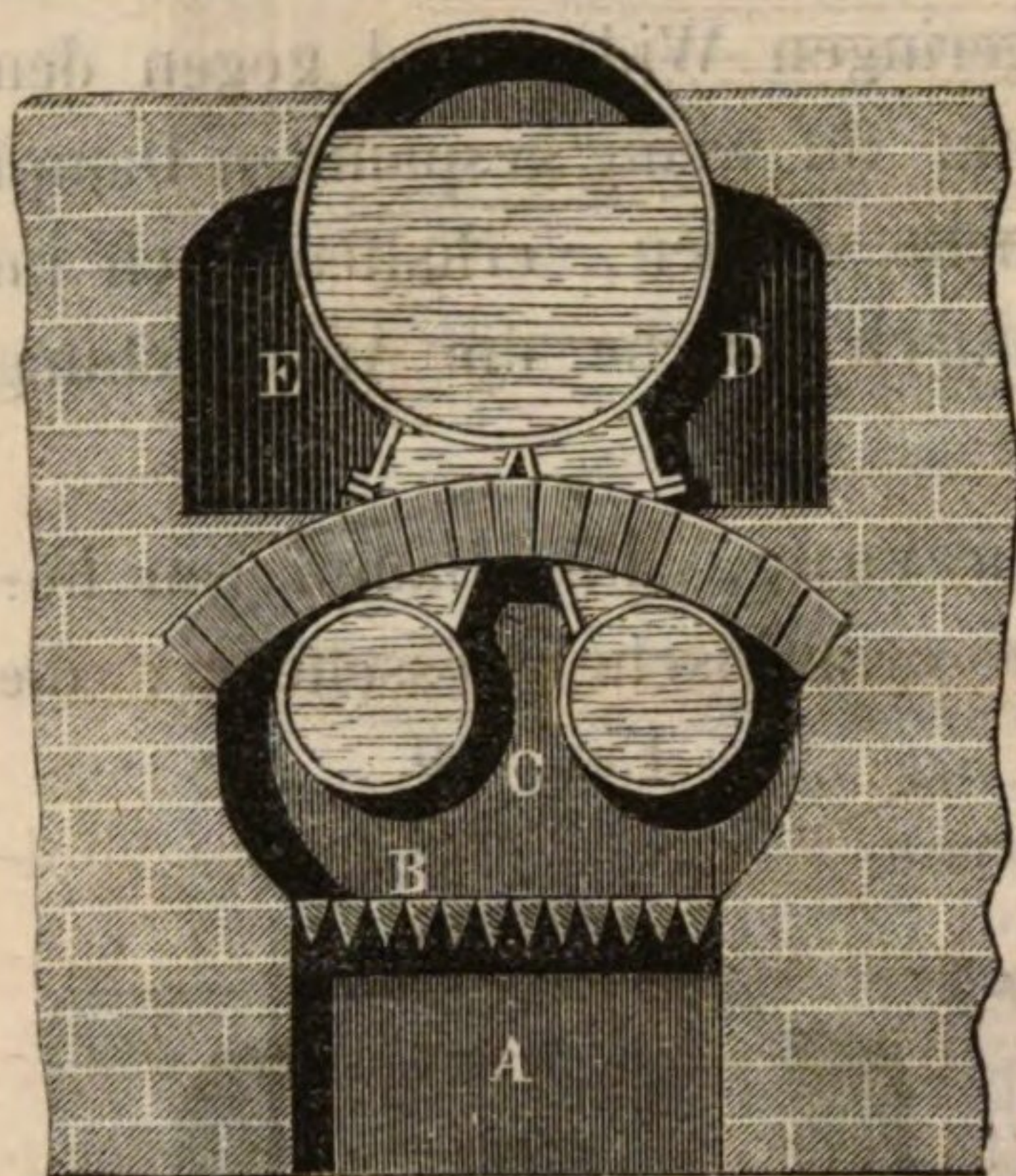
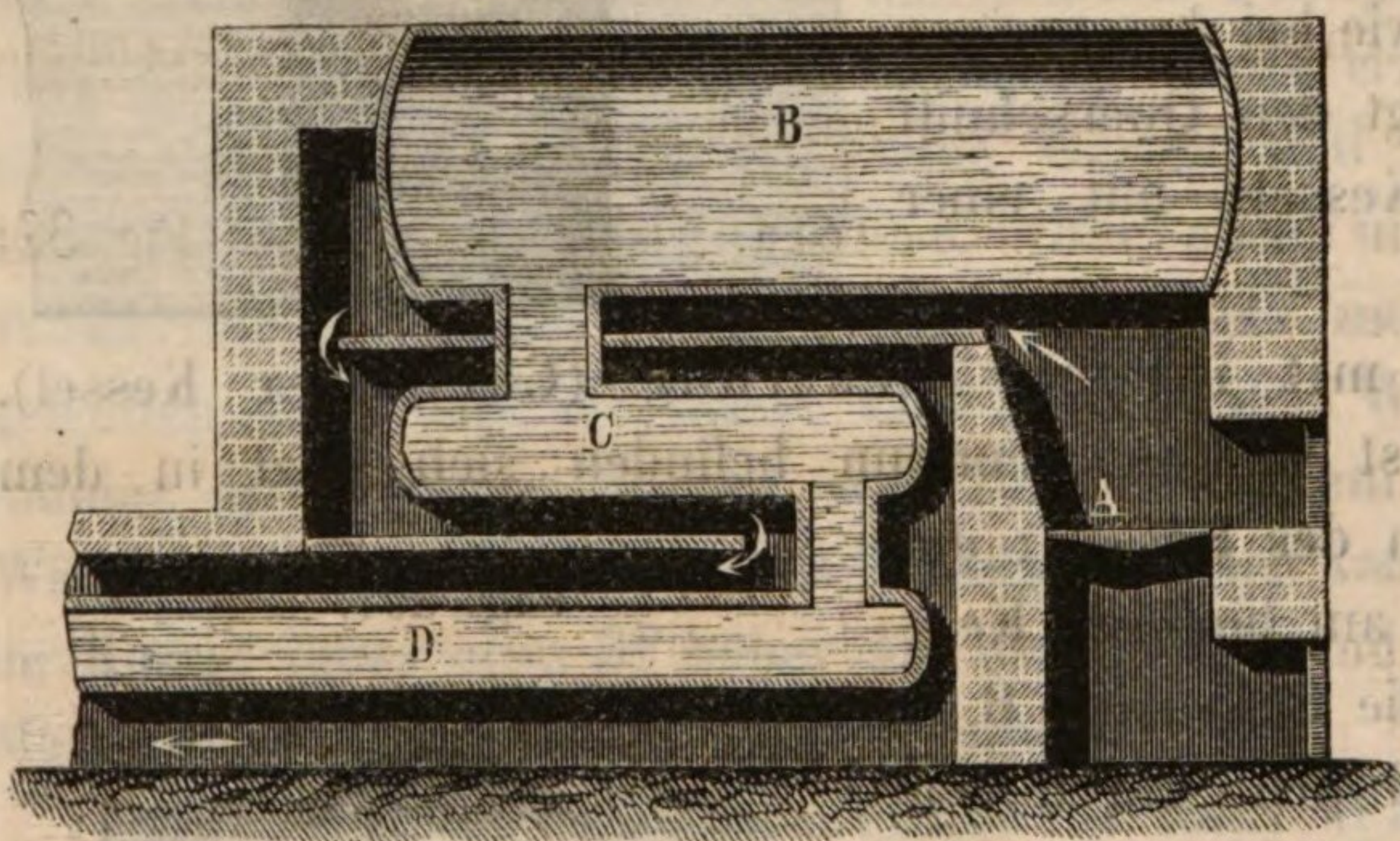


Fig. 393.

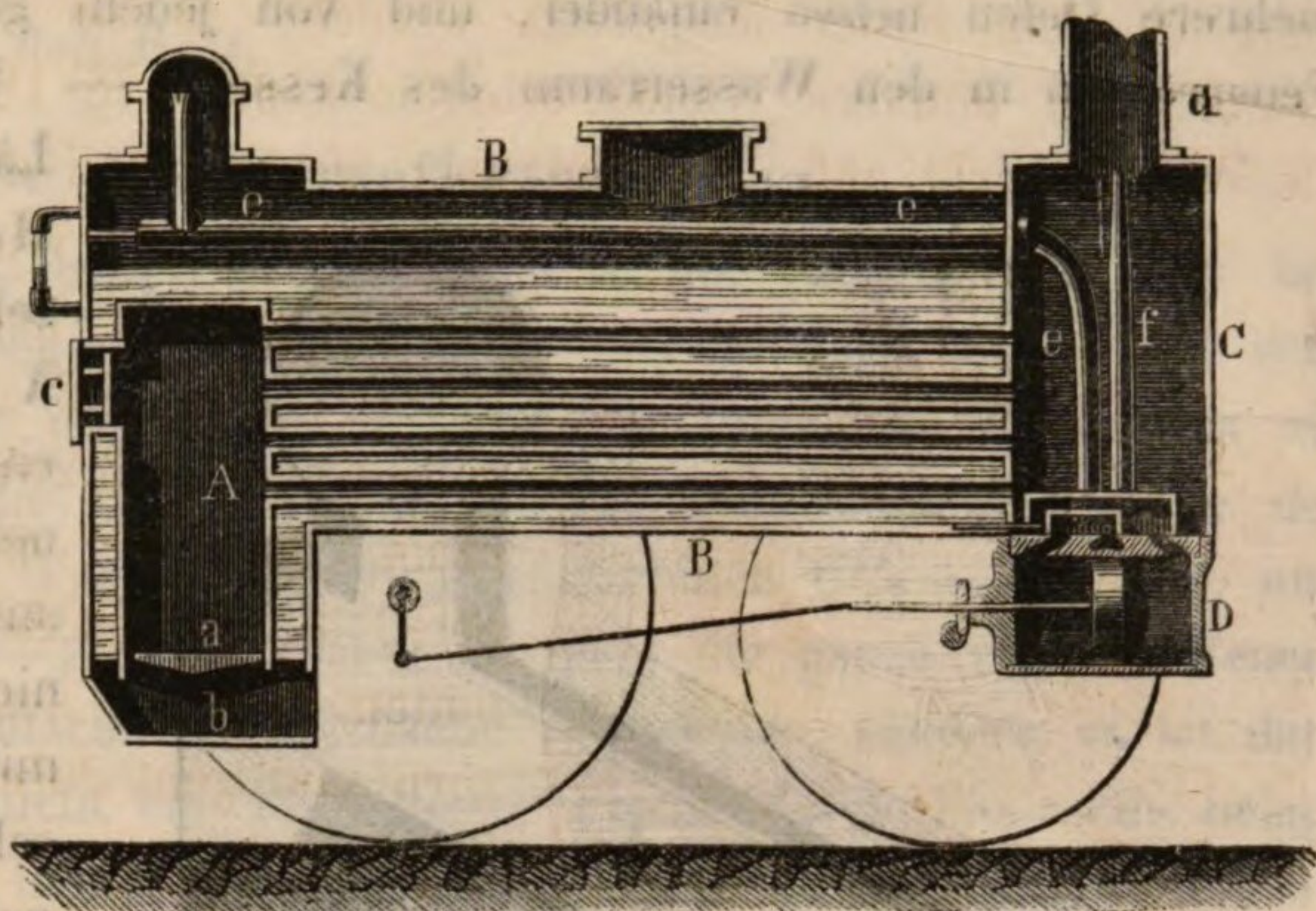


dem kühlen Wasser zusammen, das von ihr vorgewärmt wird. Bei dieser Einrichtung sind die Röhren C und D nicht eigentliche Sieder, sondern Vorwärmer.

5) Der Tubularkessel der Locomotiven. Fig. 394. Man unterscheidet hier: 1) den Feuerkasten A mit dem Rost a, dem Aschenfall b und der Heizthür c; 2) den eigentlichen Cylinderkessel B; 3) den Rauchkasten C mit dem Schornstein d. Vom Feuerkasten bis zum Rauchkasten gehen durch die Wassermasse des Kessels eine grosse Zahl (oft über 100) Heizröhren von etwa 2" Weite, durch welche die heisse Luft

vom Herde aus sich bewegen muss, um in den Schornstein zu gelangen. Die Wände des Feuerkastens, welche die strahlende Wärme des Feuers aufnehmen, sind allseitig vom Wasser umgeben. Die parallelen ebenen Wände des den Feuerraum ein-

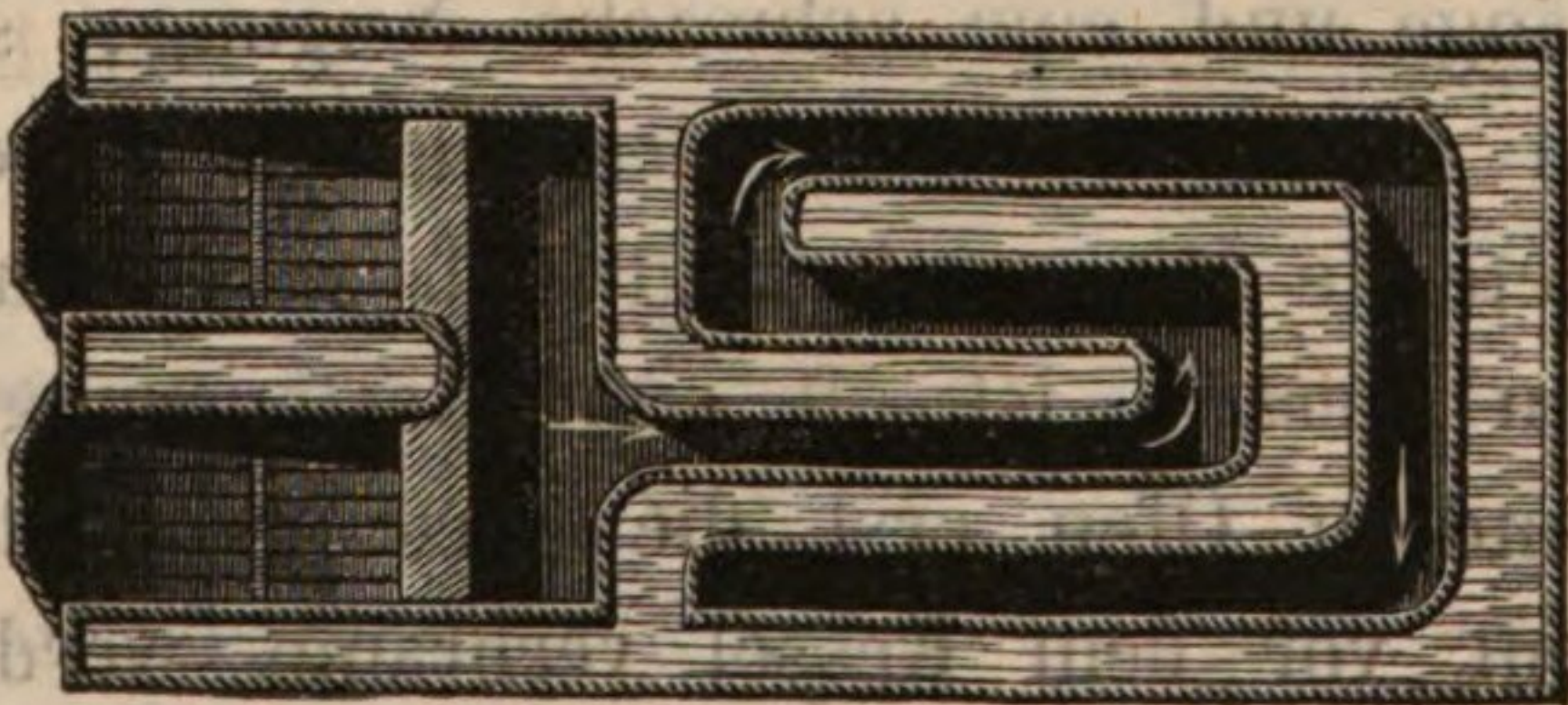
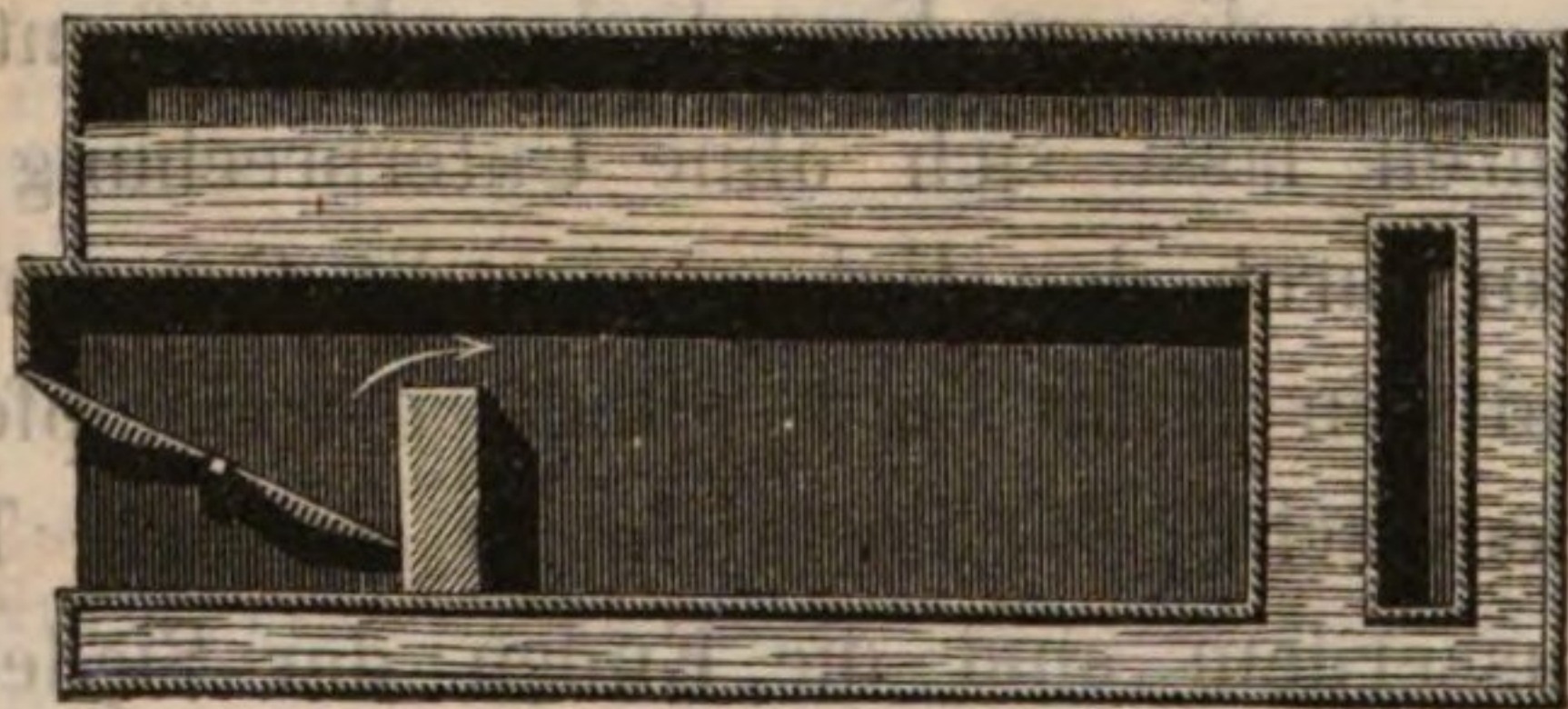
Fig. 394.



schliessenden Wasserkastens sind durch eine grosse Zahl von Stehbolzen verbunden, damit sie nicht durch den bedeutenden Dampfdruck ausgebaut werden. Aus dem Dampftraume des Kessels führt das Dampfrohr e den Dampf in den Dampfzylinder D, und der Dampf bläst dann, nachdem er gewirkt hat, durch das Blaserohr f in den Schornstein aus. Dieses Ausblasen bewirkt vorzugsweise den Zug, durch welchen die Feuerluft veranlasst wird, die engen Feuerröhren zu passiren. Die Verbrennung des Materials kann nur eine unvollständige sein.

6) Die älteren Schiffskessel mit rechteckigen Zügen. Fig. 395 zeigt in einem vertikalen Längsschnitt und Fig. 396 in einem horizontalen die Einrichtung dieser Kessel. Da die Seitenwände des Kessels und der Züge vertikal stehen, so können sie nur einen geringen Dampfdruck aushalten. Die Züge müssen der Reinigung wegen befahrbar sein, erhalten daher eine Höhe bis zu 4' und eine Breite bis zu 1 1/4'. Die Wärmeaufnahme ist eine im Ganzen ungünstige, da sie in den Zügen fast nur an der schmalen Decke der Züge stattfindet.

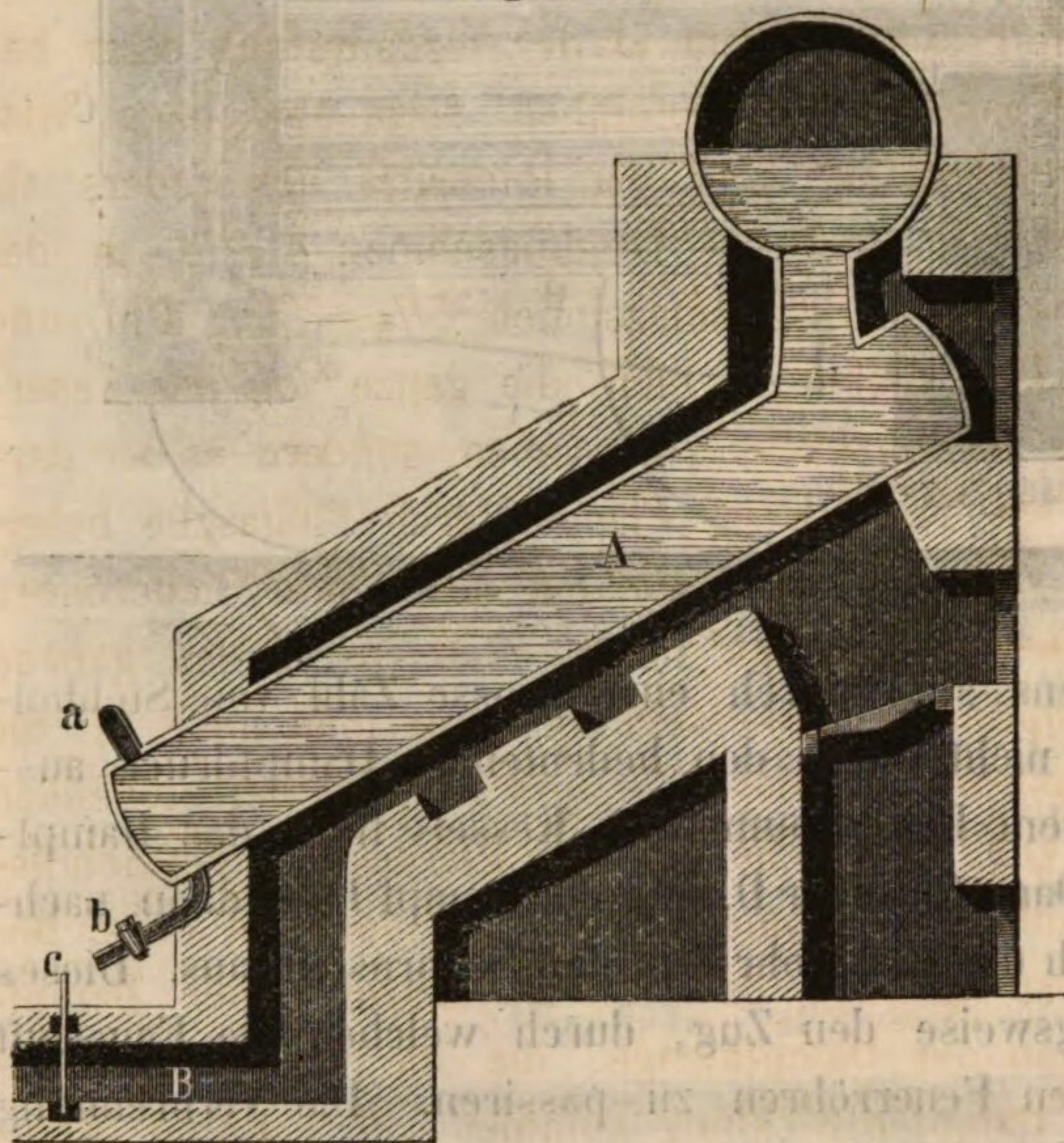
Fig. 395, 396.



7) Neuere Kesselformen. Die neueren Schiffskessel werden meistens nach dem Tubularsystem ausgeführt. Der Querschnitt ist elliptisch

und schliesst sich der Schiffsform an, im vorderen Theile befinden sich mehrere Oefen neben einander, und von jedem geht ein System von Feuerröhren in den Wasserraum des Kessels. — Fig. 397 giebt einen

Fig. 397.



Längenschnitt eines Henschel'schen Kessels. Zwei Siederöhren A liegen parallel neben einander in stark geneigter Lage; in ihrem unteren Theile communiciren sie durch das mit einem Hahne versehene Rohr a, durch welches sie auch das Speisewasser erhalten; bei b hat jedes Siederrohr ein Abzugsrohr. Das obere Ende jedes Siederrohrs ist durch einen Hals mit dem kurzen Dampfkessel verbunden. Die aus

dem Herde aufsteigenden heissen Gase umhüllen die Siederöhre, steigen an ihnen abwärts und gelangen bei B in den Fuchs, in welchem der Schieber c den Zug reguliren kann. — Das Wasser bewegt sich also in diesem Kessel dem Feuer entgegen. Die Reinigung der Siederöhren lässt sich ohne Unterbrechung des Betriebes ausführen, indem man durch den Hahn bei a die Communication beider Röhren unterbricht und den Hahn bei b öffnet; der Dampfdruck treibt jetzt die schlammigen Niederschläge, die sich im unteren Theile gesammelt haben, heraus. Ausserdem sind die Enden der Siederöhren mit Kopfstücken versehen, die sich abnehmen lassen. — Die amerikanischen Kessel haben grössere Länge und eine schwache Neigung, so dass sich der Dampfraum nur im vorderen Theile des Kessels bildet. Das am hinteren Theile eintretende Wasser bewegt sich auch hier der Flamme entgegen. Mit diesen Kesseln ist oft eine Gasfeuerung verbunden, indem in einem besondern Ofen erst die Gase gebildet und dann mittelst eingeblasener Luft vor dem Kessel verbrannt werden. — Zuweilen lässt man das Feuer auch auf das in vielen engen Röhren befindliche Wasser wirken; diese Röhren communiciren mit dem Dampfkessel und bewirken eine

schnelle Circulation des Wassers. Bei Perkins' Dampfkessel bilden diese Wasserröhren sogar den Rost.

§ 408. Grösse des Dampfkessels.

Die Leistung eines Dampfkessels besteht in der Verdampfung einer bestimmten Gewichtsmenge Wasser in der Zeiteinheit, diese aber hängt wieder von der Grösse der Heizfläche und der Intensität des Feuers ab. Auf 1 Q.F. Heizfläche rechnet man bei Landmaschinen 4 Pfd. in der Stunde verdampftes Wasser, bei Schiffsmaschinen $6\frac{1}{2}$ — $7\frac{1}{2}$ Pfd. und bei Locomotiven 21 — 26 Pfd. Dabei ist nicht die ganze von der Feuerluft getroffene Kesselfläche als Heizfläche zu nehmen, sondern es ist darauf zu achten, ob nicht ein Theil dieser Fläche durch Flugasche belegt wird; daher nimmt man von der Oberfläche der Heiz- und Siederöhren nur $\frac{2}{3}$ als Heizfläche. Den Dampfraum nehme man zu $\frac{2}{5}$ des ganzen Kesselraumes. — Bei Dampfmaschinenkesseln bestimmt man auch oft die Heizfläche nach der Arbeitskraft der Maschine und rechnet bei stehenden Maschinen dann 12 — 14 Q.F. Heizfläche auf eine Pferdekraft, bei Schiffsmaschinen nur 10 Q.F. und bei Locomotiven nur 5; doch ist diese Berechnungsweise nicht sicher genug, da die Arbeitskraft einer Dampfmaschine nicht lediglich von der Dampfmenge, die sie verbraucht, abhängig ist. — Bei dieser Dampfentwicklung kommen auf 1 Pfund Steinkohle bei stehenden Maschinen 5 bis 5,5 Pfd. Dampf, bei Schiffskesseln 4 bis 4,5 Pfd. und bei Locomotivkesseln 2,7 Pfd. Ueber die Stärke der Kesselwände vergl. § 188.

Die hier empirisch behandelten Verhältnisse lassen auch eine theoretische Behandlung zu. Nach § 404 entwickelt 1 Pfd. Steinkohle die Wärmemenge von 7487 W.E.; rechnet man nun 630 W.E., um 1 Pfd. Wasser von 10° in Dampf zu verwandeln, so müssten theoretisch durch 1 Pfd.

Steinkohle $\frac{7487}{630} = 11,9$ Pfd. Wasser verdampft werden; werden aber

in den drei Arten von Maschinenkesseln nur 5,5; 4,5 und 2,7 Pfd. verdampft, so haben wir einen Nutzeffect von bezüglich 46, 38 und 23%. Die Ursachen, durch welche diese Wärmeverluste herbeigeführt werden, sind nun: 1) die Unmöglichkeit, dass die Verbrennungsproducte alle Wärme an das Wasser abgeben, da die Luft im Schornstein noch eine gewisse hohe Temperatur behalten muss; 2) zu geringe Ausdehnung der Heizfläche; 3) unvollkommene Verbrennung; 4) Ableitung von Wärme durch die Offen- und Kesselwände. Haben die in den Schornstein abgehenden Verbrennungsproducte eine Temperatur von 300° , so ist darin für jedes Pfund verbrannter Steinkohle die Wärmemenge $300 \times 5,5827 = 1674,81$ W.E. (§ 404) enthalten; dieser Verlust beträgt somit $\frac{1674,81}{7487} \cdot 100 = 22,4\%$. — Den Einfluss, den die Grösse der

Heizfläche ausübt, kann man berechnen, wenn man von dem Satze Peclet's ausgeht, dass die Transmission von Wärme aus den Feuerzügen durch die Kesselwände an das Wasser proportional der Temperaturdifferenz ist. Nach Schinz beträgt diese Transmission für jeden Grad dieser Differenz und für 1 Q.F. Fläche 5,847 W.E. stünd-

lich*). Es sei nun f ein Theil der Heizfläche; am Anfange derselben betrage die Temperaturdifferenz an der Feuer- und Wasserseite t^0 , am Ende dieser Fläche sei diese Differenz in Folge der Wärmetransmission um x^0 gesunken; die mittlere Temperaturdifferenz ist dann $(t - \frac{1}{2}x)$ Grad. Bezeichnen wir nun mit w die Wärmemenge, welche stündlich für 1^0 Temperaturdifferenz durch 1 Q.F. Fläche transmittirt wird, so ist $f w (t - \frac{1}{2}x)$ annähernd die durch die Fläche f in der Stunde hindurch gegangene Wärme. Diese Wärme wird den heissen Verbrennungsproducten entzogen. Werden nun stündlich n Pfd. Brennmaterial verbrannt und bezeichnet c die specifische Wärme aller Verbrennungsproducte, die aus 1 Pfd. Brennmaterial entstehen; so bedingt der Wärmeverlust $f w (t - \frac{1}{2}x)$ eine Temperaturerniedrigung von $\frac{f w (t - \frac{1}{2}x)}{n c} = x$. Hieraus folgt nun

$x = \frac{f w t}{n c + \frac{1}{2} f w}$. Ist nun die Heizfläche F eines Kessels gegeben, so kann man diese Fläche in mehrere Theile (f) zerlegen und kann dann für jeden Theil die entsprechende Temperaturverminderung berechnen.

Ferner folgt aus unserer Gleichung: $f = \frac{n c x}{w (t - \frac{1}{2}x)}$. Diese Formel giebt aber nur brauchbare Werthe, wenn x gegen t klein ist; ist x sehr klein gegen t , so kann man auch $f = \frac{n c x}{w t}$ setzen. Lässt man nun für

die ganze Heizfläche F die Temperaturdifferenz nach und nach nur die kleine Grösse x wiederholt abnehmen und berechnet für jede einzelne Abnahme den entsprechenden Werth von f , so erhält man $F = \sum (f)$

$= \frac{n c}{w} \sum \left(\frac{x}{t} \right)$. Diese Summirung lässt sich angenähert durch die Simpson'sche Regel ausführen; ist t_0 die Temperaturdifferenz am Anfange, t_m die am Ende der Heizfläche, ist m eine gerade Zahl und bezeichnen $t_1, t_2, t_3 \dots$ die in gleichen Abständen zwischen t_0 und t_m liegenden Zahlen, so ist $F = \frac{n c (t_0 - t_m)}{3 m \cdot w} \left[\frac{1}{t_0} + \frac{4}{t_1} + \frac{2}{t_2} + \dots + \frac{1}{t_m} \right]$. In diesen For-

meln würde $w = 5,847$ zu setzen sein, wenn die Verbrennungsproducte ihre Wärme nur an den Kessel abgäben; da aber diese Wärme auch theilweise durch die Mauerwände der Feuerzüge transmittirt wird, so hat w einen grösseren Werth. Bei äusserer Feuerung kann man annehmen, dass die Mauerfläche der Feuerzüge der Heizfläche F proportional ist, und es lässt sich dann der entsprechende Werth von w bestimmen. Wird in guten feststehenden Kesseln durch 1 Pfd. Steinkohle 5,6 Pfd. Wasser verdampft und kommen auf 1 Q.F. Heizfläche 4 Pfd. verdampftes Wasser, so gehören zu 1 Pfd. stündlich verbrannter Steinkohle 1,4 Q.F. Heizfläche. Nach § 404 entsteht durch Verbrennung der Steinkohle eine Temperatur von 1339^0 , gelangen die Verbrennungsproducte mit 300^0 Temperatur in die Schornsteine und hat das Wasser im Kessel die Temperatur 150^0 , so ist zu setzen: $n = 1$; $F = 1,4$; $c = 5,5827$; $t_0 = 1339 - 150 = 1189$; $t_m = 300 - 150 = 150$; nehmen wir nun $m = 4$, so ist $t_1 = 930$; $t_2 = 670$; $t_3 = 410$, und es folgt nun $w = 8,45$. Von der ganzen Wärmemenge, welche die Verbrennungs-

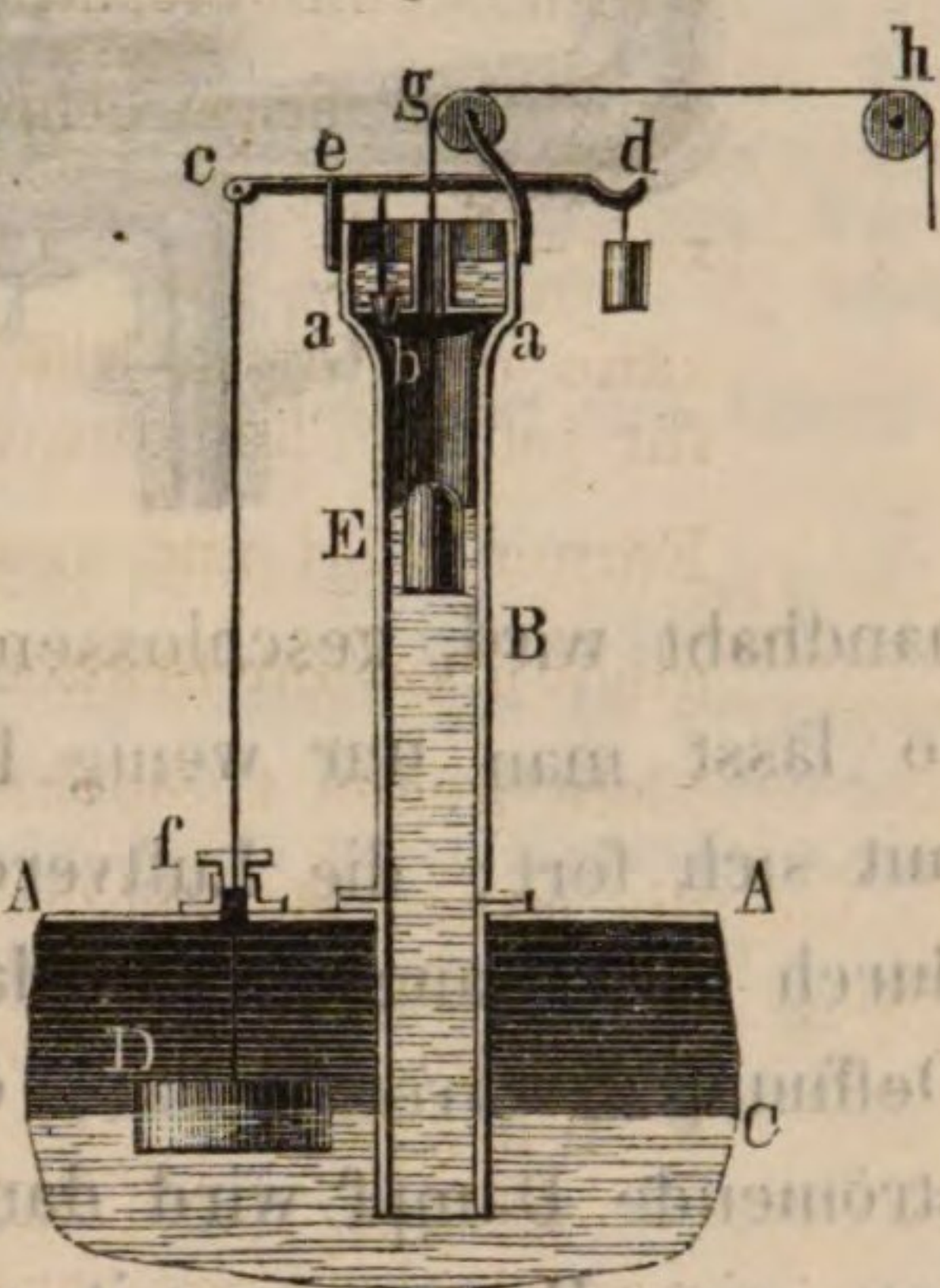
producte verlieren, kommt nur der Theil $\frac{5,847}{8,45} = 0,69$ an das Wasser; bezeichnen wir nun mit N die Anzahl Pfunde Wasser, die stündlich verdampft werden, so folgt leicht: $N = \frac{0,69 \cdot n c (t_0 - t_m)}{630} = 0,0011$

$n c (t_0 - t_m)$. Mit Hülfe dieser Formeln lassen sich nun unter gegebenen Verhältnissen die Heizungsresultate näherungsweise berechnen. (Verg. die bezüglichen Aufgaben im § 410.)

*) 5,342 W.E. nach badischem Mass. Schinz giebt die hier berührte Rechnung nur in numerischer Ausführung, ohne allgemeine Formeln zu entwickeln.

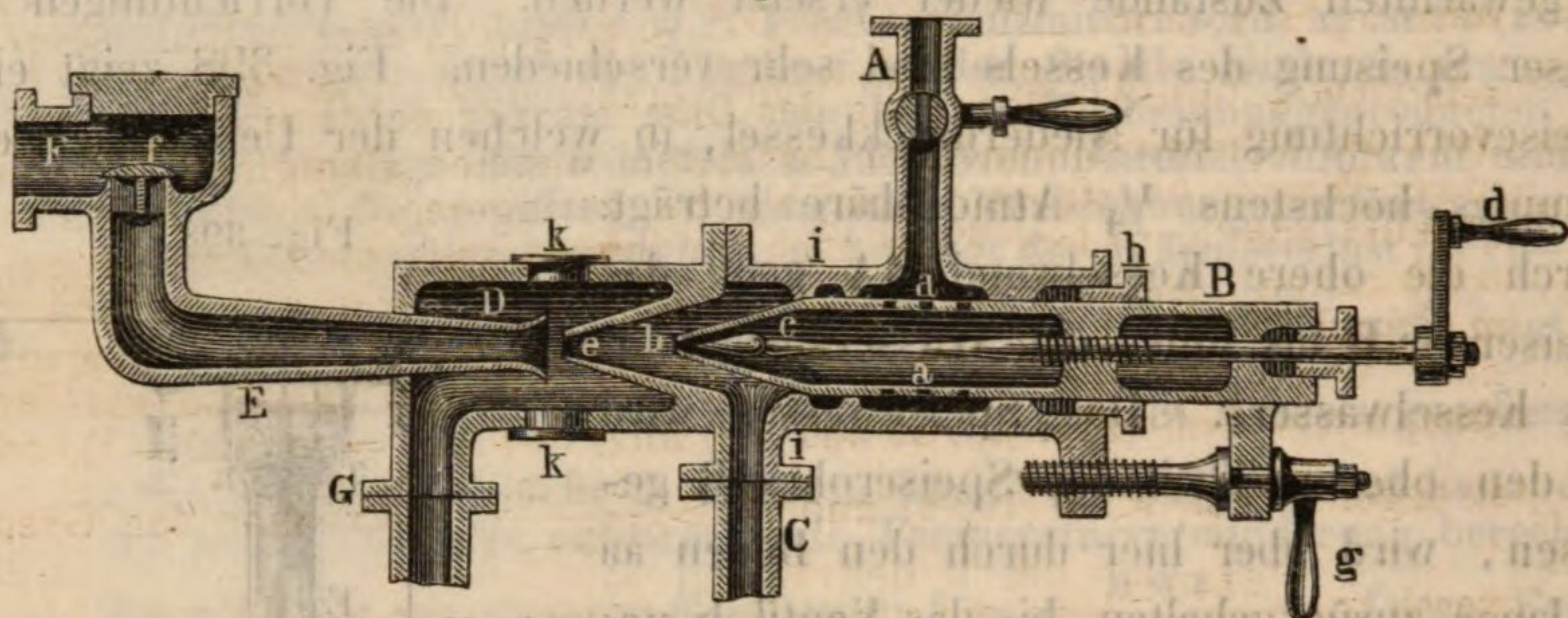
§ 409. Nebenapparate des Dampfkessels.

Fig. 398.



durch die Mündung b aus demselben heraus. Die Mündung b kann durch das kegelförmige Schraubenventil c, welches mittelst der Kurbel d ge-

Fig. 399.



handhabt wird, geschlossen werden. Soll der Apparat angelassen werden, so lässt man nur wenig Dampf bei b ausströmen, derselbe reisst Luft mit sich fort; die Luftverdünnung aber, welche dadurch entsteht, saugt durch das Saugrohr C das Speisewasser an. Sobald das Wasser die Oeffnung b erreicht hat, öffnet man das Ventil c vollständig, der ausströmende Dampf wird dann von dem Wasser condensirt, theilt demselben seine Bewegung mit, und es bildet sich ein Wasserstrahl, der durch die Mündung e in den freien Raum D und in das Druckrohr E strömt; derselbe hebt dann das Ventil f und tritt bei F in den Kessel. Das Druckrohr E hat vorn im Halse den kleinsten Querschnitt, erweitert sich aber nach dem Ventil hin. Das Zuströmen des Wassers kann dadurch regulirt werden, dass sich der innere Körper B mittelst der Kurbel g in der Stopfbüchse h verschieben lässt; die Liederung i trennt Dampf und Wasser. Haben Dampf- und Wasserzuströmung das richtige Verhältniss, so bildet sich bei e ein einfacher, vom Dampf nicht umwölker Strahl, der vollständig in das Druckrohr eintritt. Durch die Lichtöffnungen k, k, welche sich durch einen verschiebbaren Ring wieder bedecken lassen, kann man den Strahl beobachten. Da der Raum D durch das Rohr G mit der freien Luft in Verbindung steht, so kann man die normale Thätigkeit des Apparates auch daran erkennen, dass aus G weder Dampf noch Wasser austritt.

Theorie der Dampfstrahlpumpe nach Combes. Es sei p der Dampfüberdruck im Kessel in Pfunden auf den Quadratfuss, γ die Wasserdichte, γ_1 die Dampfdichte, d. h. das Gewicht der Volumeinheit. Die Geschwindigkeit, mit welcher der Dampf ausströmt, ist also $v_1 =$

$$\sqrt{2g \cdot \frac{p}{\gamma_1}} \quad (\S 399); \text{ derselbe Dampfdruck würde aber das Wasser mit}$$

der Geschwindigkeit $v = \sqrt{2g \cdot \frac{p}{\gamma}}$ ausströmen lassen. Kommen nun in der Dampfmaschine m_1 Pfund Dampf mit der Geschwindigkeit v_1 mit m Pfund Wasser zusammen, so ist nach vollständiger Condensation

$(m_1 + m)$ Pfund Wasser mit der Geschwindigkeit $v_2 = \frac{m_1 v_1}{m_1 + m}$ vorhanden, wenn die Gesetze des unelastischen Stosses zur Anwendung kommen. Damit nun der entstandene Wasserstrahl das Ventil f hebe,

muss $v_2 > v$, also $\frac{m_1}{m_1 + m} \sqrt{2 g \frac{p}{\gamma_1}} > \sqrt{2 g \frac{p}{\gamma}}$, oder $\frac{m_1}{m_1 + m} > \sqrt{\frac{\gamma_1}{\gamma}}$ sein. Da γ_1 mit der Spannung des Dampfes zugleich zunimmt, so folgt, dass bei höheren Spannungen im Kessel dieselbe Dampfmenge m_1 weniger Wasser überführen kann als bei geringeren. Die Wassermenge m muss aber in jedem Falle noch im Stande sein, die Dampfmenge zu condensiren. Hat das Speisewasser die Temperatur t^0 , so können die m Pfund Wasser höchstens $m (100 - t)$ W.E. aufnehmen; nehmen wir nun, der Einfachheit wegen, nach der früheren Theorie die Verdampfungswärme constant zu 540^0 , so folgt $540 \cdot m_1 = m (100 - t)$, oder strenger $540 m_1 < m (100 - t)$ und $m > \frac{540 m_1}{100 - t}$. Setzt man den Grenz-

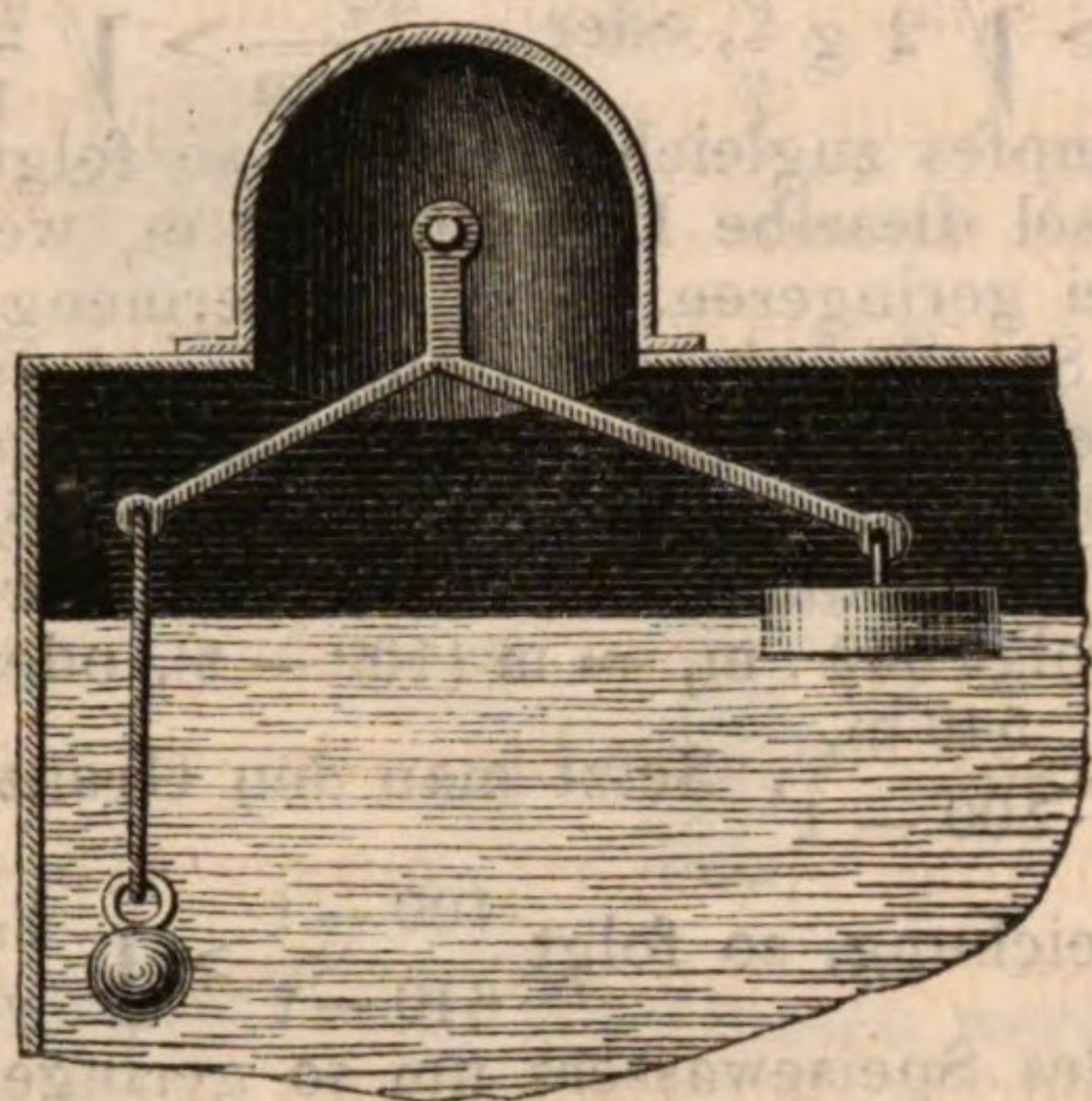
werth $m = \frac{540 m_1}{100 - t}$ in die obige Ungleichung, so folgt $\frac{100 - t}{640 - t} > \sqrt{\frac{\gamma_1}{\gamma}}$.

Hieraus folgt, dass die Temperatur des Speisewassers um so geringer sein muss, je stärker der Dampf gespannt ist. Da die vorkommenden Nebenhindernisse nicht berücksichtigt sind, so kann man dieselbe etwa zu 50% veranschlagen und erhält dann die Gleichungen: $\frac{m_1}{m_1 + m} =$

$$2 \sqrt{\frac{\gamma_1}{\gamma}}, \quad \frac{100 - t}{640 - t} = 2 \sqrt{\frac{\gamma_1}{\gamma}}.$$

2) Sicherheitsapparate. Hierzu sind zu rechnen: die Wasserstandszeiger, die Manometer, die Sicherheitsventile. Die Sicherheit des Kessels verlangt, dass der Wasserstand nicht unter die Feuerlinie, d. i. den oberen Rand der Feuerzüge sinke; denn die Kesselwand, welche aussen von Feuer, innen von Dampf berührt wird, kann leicht glühend werden, was dann eine Explosion des Kessels zur Folge haben kann. Der eigentliche Wasserstandszeiger besteht aus einer gewöhnlich vor dem Kessel angebrachten vertikalen Glasröhre, deren oberes Ende mittelst einer kupfernen Röhre mit dem Dampftraume und deren unteres Ende ebenso mit dem Wasserraume des Kessels communicirt. In dieser Röhre wird das Wasser eben so hoch als im Kessel stehen, man kann also das Steigen und Fallen desselben leicht beobachten. Die beiden kupfernen Röhren haben Hähne, um die Verbindung mit dem Kessel unterbrechen zu können; ebenso ist am unteren Ende der Glasröhre ein Hahn und eine Schraube angebracht, um die Röhre leicht reinigen zu können. Gewöhnlich controlirt man den einen Wasserstandszeiger durch einen zweiten, der dann durch einen Schwimmer gebildet wird. Aehnlich wie in Fig. 398 steht ein Schwimmer mit einem Hebel, an dem ein Gegengewicht hängt in Verbindung. Der Hebel trägt einen Zeiger, welcher auf einer Skala den Wasserstand angiebt. Der Draht aber, an welchem der Schwimmer hängt, kann sich leicht verbiegen und in der Stopfbüchse festklemmen, daher ist die Einrichtung, die Fig. 400 angiebt, vorzuziehen.

Hebel und Gegengewicht liegen im Innern des Kessels, die Axe des Hebels liegt aber in einem kuppelartigen Aufsatz (Dom) des Kessels, tritt an einer Seite aus demselben heraus und trägt draussen den Zeiger. Ein Festklemmen kann hier nicht leicht eintreten. — Bei Locomotiven kommen noch die Probirhähne als Wasserstandszeiger vor; der eine steht mit dem Dampfraume, der andere mit dem Wasserraume in Verbindung; der obere darf also kein Wasser, der untere keinen Dampf liefern. — Auch bei richtigem Wasserstande kann für den Kessel eine Gefahr aus der übermässigen Steigerung der Dampfspannung entstehen. Die Dampfspannung wird nun durch die Manometer angegeben, deren Einrichtung in § 377 besprochen ist. — Sollen Wasserstandszeiger und Manometer die sich nähernde Gefahr anzeigen, so sollen die Sicherheitsventile die vorhandene Gefahr vermindern. Es sind entweder Kegel oder Teller-ventile, die sich nach aussen öffnen und so stark belastet sind, dass sie sich erst dann öffnen, wenn der Dampfdruck eine bestimmte Grenze überschritten hat. Die Belastung ist entweder eine directe oder eine Hebelbelastung und kann in beiden Fällen entweder durch Gewichte oder durch Federn ausgeübt werden. Die direct auf das Ventil gelegten Belastungsgewichte bedürfen natürlich einer Führung. Bei Locomotivkesseln zieht man die Federbelastung vor, obwohl diese den Nachtheil hat, dass sie bei dem gehobenen Ventil stärker ist als beim ruhenden. Jeder Kessel hat zwei solcher Ventile, das eine muss so angebracht sein, dass der Heizer die Belastung desselben nicht verändern kann; jedes einzelne muss aber so gross sein, dass alle neu entstehenden Dämpfe durch dasselbe ausströmen können. Das Luftventil ist ein nach innen sich öffnendes Ventil, das dazu dient, um beim Erkalten des Kessels und der Condensation des Dampfes Luft in den Kessel zu lassen. Es ist besonders bei Niederdruckkesseln nöthig.



Nach preussischer Verordnung soll die Oeffnung des Sicherheitsventils mindestens $\frac{1}{3000}$ der Heizfläche betragen. In Frankreich muss nach Vorschrift der Durchmesser d der Ventilöffnung der Formel $d = 2,6 \sqrt{\frac{F}{p - 0,412}}$ Centimeter genügen, wenn F die Heizfläche in Quadratmetern und p die Spannung des Dampfes in Atmosphären angiebt.

3) Zur Ableitung des Dampfes nach der Maschine hin dient das

Dampfrohr, man lässt dasselbe so hoch wie möglich, meist in einem dem Kessel aufgesetzten Dom beginnen, damit der Dampf nicht zu viel Wassertheilchen mit sich führe. Die Dampfströmung wird durch ein Drosselventil, die Regulir- oder Admissionsklappe genannt, regulirt, welches bei Dampfmaschinen in der Regel mit dem Schwungkugel-Regulator verbunden ist. Das Mannloch (Fahrloch) ist eine verschliessbare Oeffnung des Kessels von 13" Weite und 16 — 18" Länge, damit zu Zwecken der Reinigung ein Arbeiter in das Innere des Kessels gelangen kann. Das Ablassloch zum Ablassen des Wassers liegt gewöhnlich über dem Feuerrost und kann von innen durch einen conischen Stahlzapfen verstopft werden. Das Ausblaserohr reicht bis nahe an den Boden des Kessels und ist hier trichterförmig erweitert; aussen ist es durch einen Hahn verschliessbar. Es dient dazu, um das am Boden des Kessels befindliche schlammige Wasser durch den Dampfdruck zu entfernen, nachdem der Kessel bereits so weit abgekühlt ist, dass nur noch ein geringer Dampfüberdruck vorhanden ist. An manchen Kesseln befindet sich noch eine Dampfpeife. Aus einem durch einen Hahn abstellbaren Rohre strömt der Dampf aus ringförmiger Oeffnung gegen den Rand einer darüber gestellten Glocke und bringt dadurch den bekannten schrillenden Ton hervor. Man hat auch eine solche Peife in der Art mit dem Schwimmer verbunden, dass der sinkende Schwimmer die Ausströmungsöffnung für den Dampf öffnet. Das Ertönen der Peife wird dann auf den zu tiefen Wasserstand aufmerksam machen.

Die Dampfkesselexplosionen sind entweder eine Folge von der durch langen Gebrauch eingetretenen Verminderung der Festigkeit, oder von zu grosser Dampfspannung. Beim Stillstand der Maschine, bei besonders starkem Feuer und bei Unbeweglichkeit der Sicherheitsapparate kann leicht der Dampf eine zu grosse Spannung erhalten, die, besonders wenn Erschütterungen hinzu kommen, den Kessel zersprengen kann. Deshalb muss das Manometer oft beobachtet werden, auch sind die Sicherheitsventile oft zu lüften, damit ihre Beweglichkeit erhalten bleibt. Eine plötzliche Steigerung der inneren Spannung kann aber bei zu tiefem Wasserstand eintreten, wodurch einzelne Stellen des Kessels dem Feuer blossgestellt werden und leicht glühend werden können. Kommen diese Stellen dann wieder mit Wasser in Berührung, so bildet sich Dampf im Uebermasse, oder es bildet sich an den glühenden Wandstellen durch Zersetzung des Wassers Knallgas, dessen Detonation den Kessel zersprengt. Hiergegen ist nur sorgfältige Beobachtung der Wasserstandszeiger und möglichst gleichmässige Speisung des Kessels nöthig. Damit die Speisepumpe nicht verstopft werde, wende man filtrirtes Wasser zum Speisen an, bringe auch zwei Pumpen an, damit immer noch eine wirke, wenn die andere zeitweilig unbrauchbar ist. Zu heisses Speisewasser kann die Pumpe nicht ansaugen. Plötzliche Dampfbildung im Uebermass ist auch oft eine Folge von der Ablösung von Kesselstein, nachdem unter demselben die Kesselwand glühend geworden ist; weshalb es nöthig ist, den Kessel oft zu reinigen. — Der Kesselstein rührt von den mineralischen Bestandtheilen des Speisewassers her, die bei der Verdampfung im Kessel zurückbleiben und sich als eine feste Rinde an die innere Kesselwand legen. Abgesehen davon,

dass das Loslösen einzelner Stücke desselben zur Kesselexplosion Veranlassung geben kann, wirkt der Kesselstein auch dadurch nachtheilig, dass er wegen seiner geringen Leitungsfähigkeit die Transmission der Wärme aus dem Feuerraum zum Wasser vermindert. Gegen diese Nachtheile muss man von Zeit zu Zeit das Wasser, welches die erdigen Salze in concentrirter Lösung enthält, ausblasen und den bereits vorhandenen Kesselstein herausschlagen lassen. Die gegen den Kesselstein zur Anwendung gekommenen Mittel sollen entweder die Bildung des Kesselsteins oder wenigstens sein Festbrennen an der Kesselwand verhüten. Ein Zusatz von Kartoffeln, Kleie oder Mehl zum Kesselwasser soll die mineralischen Theile einhüllen und im Wasser schwebend erhalten; auch bildet sich durch diese Stoffe eine Kleisterschicht, die das Festbrennen des Steins verhütet. Beimengung von Gerberlohe, von Farbehölzern, namentlich von Katechu in Verbindung mit Kochsalz haben ebenfalls günstig gewirkt. Sind besonders Kalksalze im Speisewasser, so wirkt ein Zusatz von Salmiak günstig, weil sich durch ihn das leicht lösliche Chlorcalcium bildet. Giebt man der inneren Kesselwand nach der Reinigung einen Anstrich von Theer oder Talg und Graphit, so lässt sich der Kesselstein, der sich auf diesem Anstrich ablagert, leicht ablösen.

§ 410. Vermischte Aufgaben.

391. Welche Wärmemenge giebt ein Pfund trocknes Tannenholz beim Verbrennen, wenn dasselbe zusammengesetzt ist aus 0,4994 Kohlenstoff, 0,0625 Wasserstoff, 0,4381 Sauerstoff? Aufl. 4257 W.E.

392. Welche Wärmemenge giebt ein Pfund trockene erdige Braunkohle, wenn dieselbe aus 0,5078 Kohlenstoff, 0,0462 Wasserstoff, 0,2138 Sauerstoff und 0,2322 Asche besteht? Aufl. 4725 W.E.

393. Welche Verbrennungsproducte giebt ein Pfund Steinkohle beim Verbrennen, wenn sie aus 0,7648 Kohlenstoff, 0,0523 Wasserstoff, 0,1601 Sauerstoff und 0,0228 Asche besteht, und welches Luftquantum wird dazu gebraucht? Aufl. 2,804 Pfd. = 22, K.F. Kohlensäure; 0,4707 Pfd. = 9,45 K.F. Wassergas; 10,174 Pfd. = 126,7 K.F. atmosphärische Luft.

394. Welche Temperatur wird die in voriger Aufgabe bezeichnete Steinkohle geben, wenn sie a) mit einfacher, b) mit doppelter Luftmenge verbrennt? Aufl. a) 2317°. [(7216—254): 3,0051]. b) 1284°. [(7216—254): 5,4235].

395. Welche Temperatur giebt die in den beiden letzten Aufgaben behandelte Steinkohle bei intensiver Verbrennung, wenn das Feuer a) mit kalter Luft, b) mit Luft von 300°, c) mit Luft von 600° Temperatur gespeist wird? Aufl. a) 1986°; b) 2212°; c) 2438°. (0,8923 Pfd. CO; 1,4022 Pfd. CO₂; 0,4707 Pfd. HO; 1,7881 Pfd. O; 5,9513 Pfd. N. 5075—254 W.E.)

396. In einem Dampfkessel von 140 Q.F. Heizfläche verdampft man mit 100 Pfd. Steinkohlen stündlich 560 Pfd. Wasser, und es treten die Verbrennungsproducte mit 300° Temperatur in den Schornstein. Welches werden die Erfolge sein, wenn man auf dem Rost dieses Herdes stündlich 200 Pfd. lufttrocknes Holz (mit 20% W.) verbrennt? Aufl. Es werden 509 Pfd. Wasser stündlich verdampft und die abziehenden Gase haben eine Temperatur von 252°. (Bei der Berechnung wurde die Heizfläche in 4 gleiche Theile getheilt; die Temperatur des Kesselwassers ist zu 150° angenommen.)

397. Wie gross muss die Heizfläche eines Kessels sein, wenn man bei einer Feuerung mit lufttrocknen Braunkohlen stündlich 560 Pfd. Wasser verdampfen will und die abziehenden Gase eine Temperatur von 300° haben sollen; wie viel Braunkohlen sind stündlich zu verbrennen? Aufl. 132 Q.F. Heizfläche; 162 Pfd. Braunkohlen. (Bei Anwendung der Simpson'schen Formel ist eine Viertheilung angenommen.)

398. Welches ist der Erfolg, wenn auf dem Roste eines Kessels mit 132 Q.F. Heizfläche stündlich 162 Pfd. wasserfreie Braunkohle verbrannt werden? Aufl. Es werden 684 Pfd. Wasser verdampft und die heissen Gase treten mit einer Temperatur von 363° in den Schornstein.

399. Wie viel Pfund Speisewasser kann ein Pfund Dampf von 150° mittelst einer Dampfstrahlpumpe im Maximum in den Dampfkessel treiben, und wie hoch darf dasselbe vorgewärmt sein? Aufl. 8,8 $\bar{H}$; auf 39° .

400. Welches sind die Resultate der vorigen Aufgabe, wenn der Dampf eine Temperatur von 200° hat? Aufl. 4,6 $\bar{H}$ Wasser, dasselbe müsste aber eine Temperatur von (-17°) haben.

401. Wenn ein Kessel bei 140 QF. Heizfläche stündlich 560 $\bar{H}$ Wasser bei einer Temperatur von 150° verdampft, wie gross muss dann der Durchmesser des Sicherheitsventils sein? Aufl. 0,4". (Nach der preussischen Verordnung müsste dieser Durchmesser 2,9" betragen.)

Sechszwanzigstes Kapitel.

Von den Dampfmaschinen.

§ 411. Begriff und Eintheilung.

Dampfmaschinen sind Kraftmaschinen, durch welche die im Wasserdampf enthaltene Arbeitskraft nutzbar gemacht werden soll. Sie lassen eine mehrfache Eintheilung zu. a) Nach der Wirkungsweise des Dampfes könnte man unterscheiden: Maschinen, in denen der Dampf durch seinen Elasticitätsdruck bewegend wirkt; solche, in denen er durch Stoss, und solche, in denen er durch Reaction wirkt. Die gebräuchlichen Maschinen gehören ausschliesslich der ersten Art an, da die Stoss- und Reactionswirkung bisher nicht mit Erfolg angewendet ist. b) Nach der zuerst erzeugten Bewegung unterscheidet man Kolben- oder Cylindermaschinen, mit geradlinig hin- und hergehender Bewegung eines Kolbens in einem Cylinder, und Rotationsmaschinen, in welchen der directe Dampfdruck einen Körper in continuirliche Rotation versetzt. Die gebräuchlichen Maschinen gehören hier fast ausschliesslich der ersten Art an. c) Nach der Dampfspannung unterscheidet man Niederdruck-, Mitteldruck- und Hochdruckmaschinen, je nachdem der Ueberdruck des wirkenden Dampfes weniger als $\frac{1}{2}$, oder $\frac{1}{2} - 3$, oder $3 - 9$ Atmosphären beträgt. d) Die Cylindermaschinen theilt man ein nach der Art der Dampfzuleitung in Maschinen ohne und mit Expansion. Die Expansionseinrichtung besteht in der Unterbrechung der Dampfzuströmung aus dem Kessel, wenn der Kolben einen gewissen Theil seines Weges zurückgelegt hat, so dass für den übrigen Theil des Weges der jetzt im Cylinder abgeschlossene Dampf nur mit abnehmender Elasticität wirkt. Die Expansion ist fest, wenn die Dampfströmung stets an einer bestimmten Stelle des Kolbenweges unterbrochen wird, und variabel, wenn diese Stelle veränderlich sein kann. Die Woolf'schen Maschinen sind Expansionsmaschinen eigener Art; bei ihnen ist ein grösserer Cylinder mit einem kleineren so verbunden, dass der Dampf, nachdem er ohne Expansion im kleineren Cylinder gewirkt hat, in den grösseren

übergeht und hier nur durch Expansion wirkt. e) Nach der Dampfableitung unterscheidet man Maschinen ohne und mit Condensation, je nachdem der den Cylinder verlassende Dampf entweder in die freie Luft ausströmt oder in ein besonderes Gefäß, den Condensator, geleitet wird, in welchem er durch den Einfluss von eingespritztem kaltem Wasser condensirt, d. h. zu Wasser verdichtet wird. f) Nach der Vertheilung des Dampfes im Cylinder unterscheidet man einfach (einseitig) und doppelt wirkende Dampfmaschinen, je nachdem der Dampf nur gegen eine Seite oder abwechselnd gegen beide Seiten des Kolbens wirkt; im ersten Falle bringt der Dampf nur die hingehende Bewegung des Kolbens hervor, die rückkehrende wird durch Gegengewichte hervorgebracht. Eine besondere Art der einfach wirkenden Dampfmaschinen sind die atmosphärischen Maschinen, bei welchen der Ueberdruck der Atmosphäre über den auf der anderen Seite durch Condensation verminderten Dampfdruck die bewegende Kraft ist. g) Nach der Anordnung des Cylinders unterscheidet man Maschinen mit festem und mit oscillirendem Cylinder, im letzten Falle oscillirt der Cylinder entweder um eine senkrecht zur Axe des Cylinders in der Mitte desselben stehende Axe oder um einen am Ende des Cylinders angebrachten Kopf. Der feste Cylinder steht entweder vertikal oder liegt horizontal; er ist entweder mit einem Balancier verbunden oder nicht. h) In Bezug auf die Bewegungsübertragung unterscheidet man Maschinen, welche die Kolbenbewegung in eine rotirende Bewegung umsetzen, und solche, bei welchen alle Bewegungen geradlinig hin- und hergehend bleiben. i) In Bezug auf die ganze Anordnung der Maschine ist dieselbe entweder stationär (feststehend) oder beweglich; im letzten Falle ist sie entweder sich selbst bewegend, wie bei Locomotiven und Schiffsmaschinen, oder sie ist bloß transportabel, sie kann nur durch andere Kräfte von der Stelle bewegt werden.

Durch Combination dieser verschiedenen Arten erhält man verschiedene Systeme von Dampfmaschinen. Die Niederdruckmaschinen arbeiten stets mit Condensation, weil der directe Ueberdruck des Dampfes zu gering ist, und ohne Expansion. Bei Hochdruckmaschinen wird die Condensation selten und dann nur in Verbindung mit der Expansion angewendet, wie z. B. bei der Woolf'schen Maschine. Die Watt'sche Maschine (siehe § 416) ist eine Niederdruckmaschine mit Condensation, stehendem Cylinder und Balancier, der mittelst Bleuelstange und Kurbel die Kolbenbewegung auf ein Schwungrad überträgt. Die Cornwallier Maschinen, welche in den Gruben von Cornwallis zur Wasserhebung dienen und sich durch ihre ökonomische Wirksamkeit auszeichnen, waren früher einseitig wirkende Niederdruckmaschinen, werden jetzt aber als doppelt wirkende Hochdruckmaschinen mit Expansion und Condensation gebaut; sie haben einen Balancier, an welchen die Pumpenstangen direct angehängt sind. Die dazu gehörigen (cornischen) Kessel sind Cylinderkessel mit innerer Feuerung; in dem hinteren Theile des cylindrischen Feuerrohrs liegt entweder ein mit dem

übrigen Kessel communicirendes Siederohr, oder es gehen von dem inneren Herde vier engere Feuerröhren durch den Kessel, auch verbindet man in neuerer Zeit gern den Kessel mit einem nach Art der Fig. 393 angebrachten cylindrischen Vorwärmer.

§ 412. Wesentliche Theile.

Die wesentlichen Theile einer Dampfmaschine sind a) der Cylinder, b) der Kolben mit der Kolbenstange, c) die Steuerung. Der Cylinder dient zur Aufnahme des wirkenden Dampfes, der Kolben zur Aufnahme des Drucks, die Kolbenstange zur Fortpflanzung desselben und die Steuerung zur angemessenen Zu- und Ableitung des Dampfes. Der Cylinder besteht aus dem gusseisernen, innen sorgfältig ausgebohrten und aussen gegen Abkühlung geschützten Mantel und den beiden an den Enden aufgeschraubten Deckeln; im Mantel befinden sich die beiden Kanäle für Zu- und Ableitung des Dampfes, deren innere Oeffnungen an den Enden des Mantels sich befinden. Der Kolben besteht aus dem Kolbenstocke, dem Deckel und der dazwischen angebrachten Liederung; letztere ist eine Hanfliederung bei Niederdruckmaschinen, eine Metallliederung bei Hochdruckmaschinen. (Vgl. § 316.) Die cylindrische Kolbenstange ist mit dem einen Ende mit dem Kolbenstock fest verbunden und geht durch den einen Deckel, gewöhnlich den oberen, des Cylinders. Dieser Durchgang ist mittelst einer Stopfbüchse gedichtet, deren Packung entweder aus Hanf- oder Metallringen besteht. Die Steuerung ist theils eine innere, theils eine äussere Steuerung; die innere Steuerung soll den wirkenden Dampf zur rechten Zeit in den Cylinder lassen, zur rechten Zeit absperren und ihm zur rechten Zeit den Ausgang öffnen. Die äussere Steuerung verbindet die beweglichen Theile der inneren Steuerung so mit der ganzen Maschine, dass diese sich selbst steuert. — Nebentheile für die eigentliche Dampfmaschine sind: Schmierbecher und Hähne auf dem Deckel für die Kolbenliederung, Schmiervorrichtung für die Stopfbüchse, Ablasshähne für das im Cylinder condensirte Wasser (namentlich bei Locomotiven), ein Absperrungsventil zur willkürlichen Unterbrechung der Dampfzuströmung.

Ist d die Weite des Cylinders, so macht man die Höhe desselben gleich

$2d$ bis $2,5d$; die Wanddicke ist $= \frac{5}{6} + \frac{p d}{200}$ Zoll zu nehmen, wenn

p den Ueberdruck in Atmosphären angiebt. Den Durchmesser der Kolbenstange berechnet man entweder nach absoluter oder rückwir-

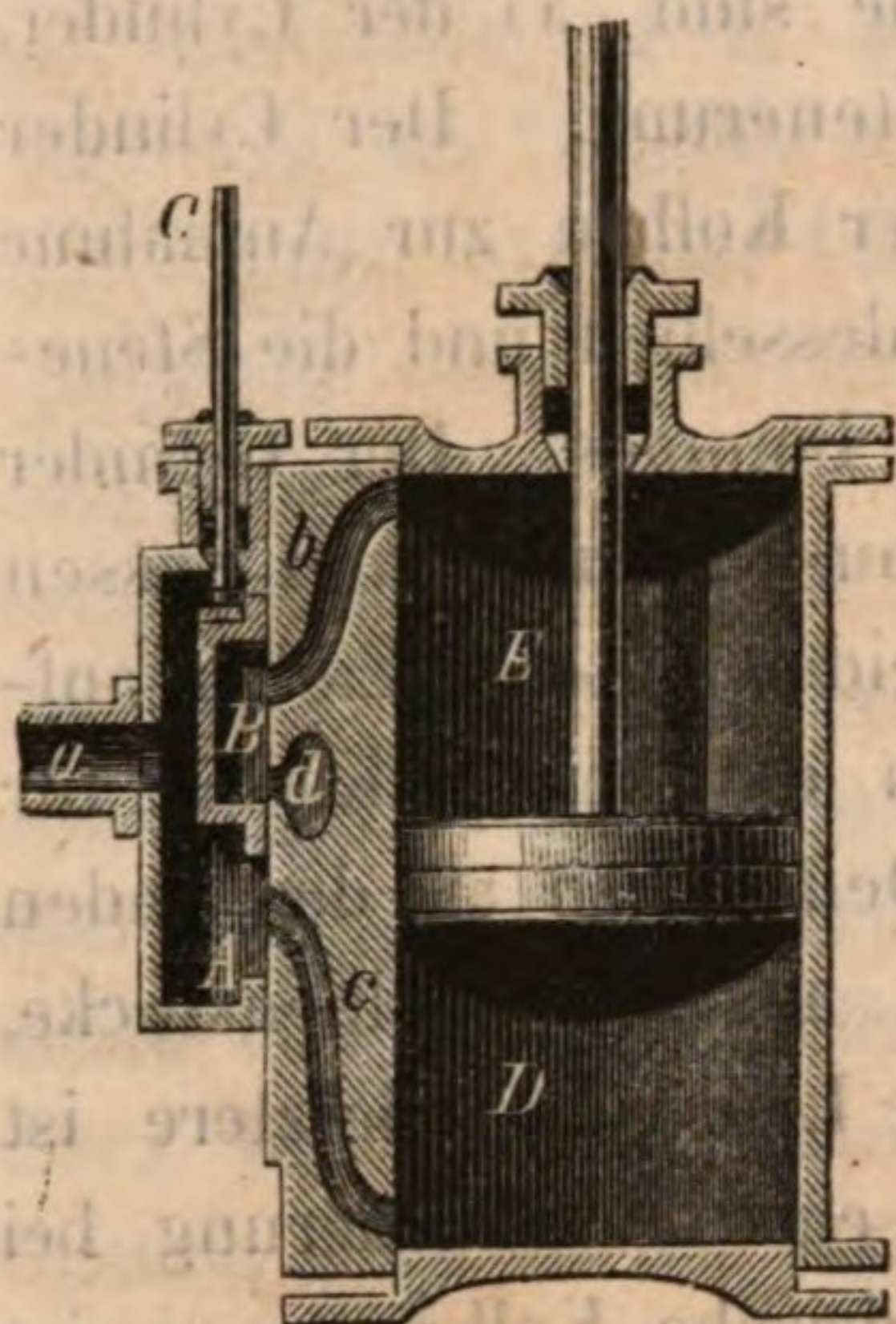
kender Festigkeit, er ist nach Weisbach $= \frac{d}{14} \sqrt{p}$ für Schmiedeeisen, und $= \frac{d}{22} \sqrt{p}$ für Stahl zu nehmen. Die Höhe des Kolbens

ist $\frac{1}{3}$ bis $\frac{1}{6}d$ bei Hanfliederung und $\frac{1}{6}$ bis $\frac{1}{9}d$ bei Metallliederung zu nehmen. Die Weite des Dampfrohres sei $\frac{1}{5}d$. Zur Verminderung der Abkühlung umgiebt man den Cylinder mit einem Holz- oder Filzmantel, oder man umgiebt ihn mit einer Luft- oder Dampfschicht.

§ 413. Innere Steuerung.

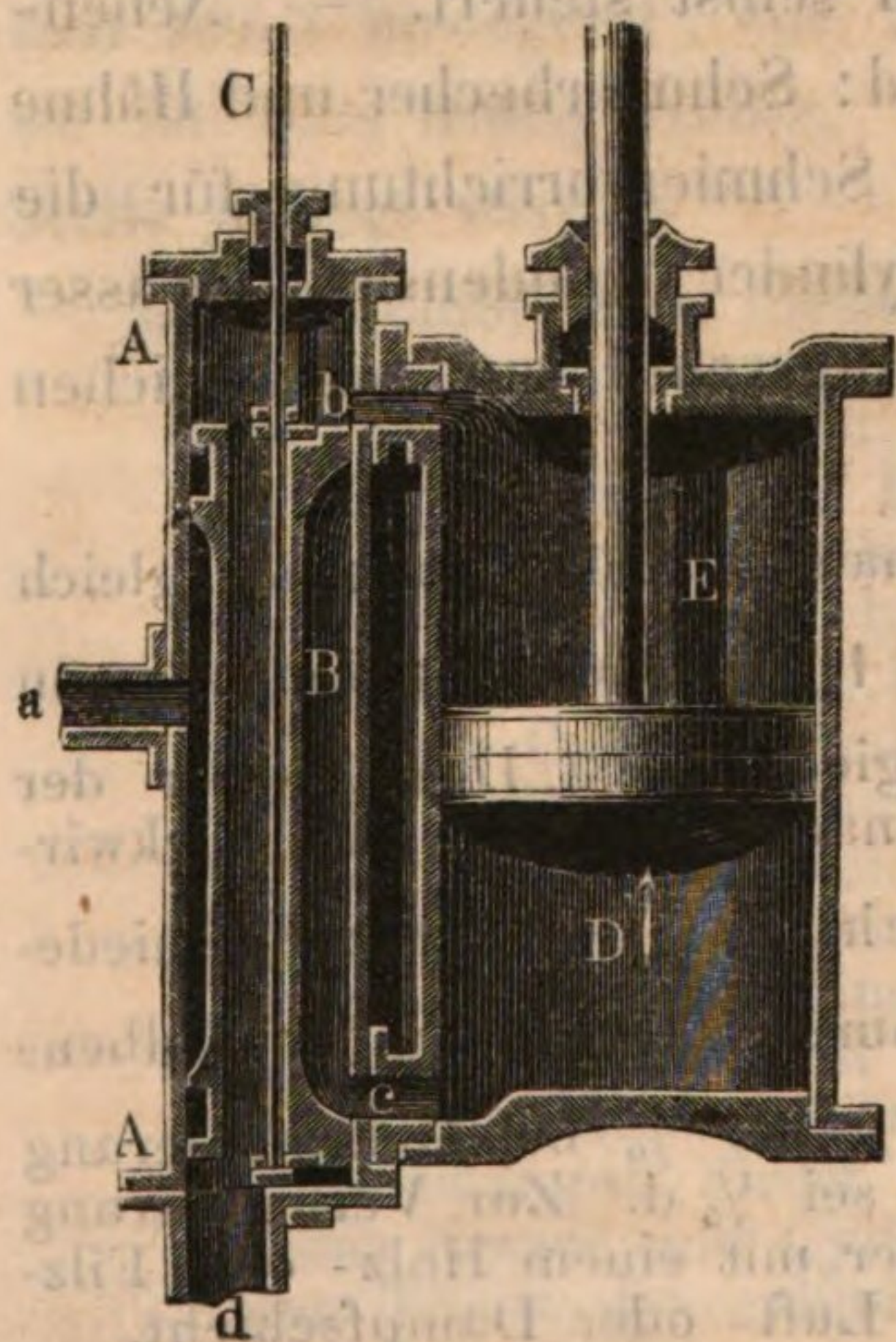
1) Die gebräuchlichsten Steuerungen sind die Schieber- und die Ventilsteuerung. Fig. 401 zeigt die Einrichtung eines Muschelschiebers. Der

Fig. 401.



Dampf tritt durch das Zuleitungsrohr a in die Dampfkammer A, die sich an einer Seite des Cylinders befindet. Aus der Dampfkammer führen die Dampfwege b und c in den Cylinder, durch d aber führt ein Weg ins Freie oder in den Condensator. B ist der Muschelschieber, der durch die Schieberstange C hin- und hergezogen wird, er liegt stets auf der ebenen inneren Kammerfläche so auf, dass der von ihm umschlossene hohle Raum mit dem Kammerraum in keiner Verbindung steht. Die Figur zeigt die höchste Stellung des Schiebers, die etwa mit dem mittleren Kolbenstande zusammenfällt; der frische Dampf tritt jetzt durch a und c in den Raum D unter dem Kolben und treibt den Kolben aufwärts, während der Dampf aus dem Raum E durch b unter den Schieber und von hier durch d in's Freie gelangt. Nun steigt der Schieber abwärts, in seiner mittleren Stellung, welche er einnimmt, kurz bevor der Kolben seinen Weg vollendet hat, bedeckt er mit seinen Füßen die Oeffnungen von b und c; steigt er noch tiefer, so bringt er a mit b und c mit d in Verbindung, der frische Dampf kommt jetzt nach E

Fig. 402.



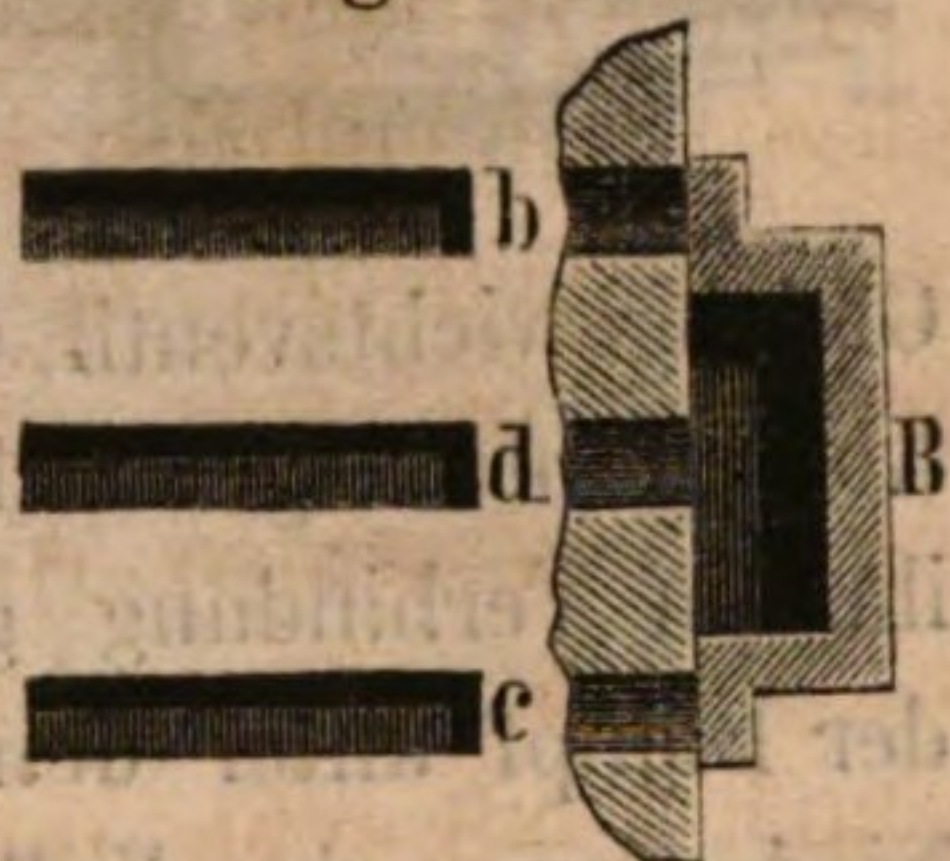
über den Kolben und treibt ihn abwärts, und der Dampf aus D gelangt durch c und d in's Freie. Hat der Kolben etwa die Mitte seiner absteigenden Bewegung erlangt, so hat der Schieber seine tiefste Stelle eingenommen, und es wiederholt sich dann der beschriebene Vorgang nur in veränderter Richtung. — Fig. 402 zeigt die Einrichtung eines Röhrenschiebers. Es ist a wieder das Dampfzuführungsrohr, A A die Dampfkammer, b und c sind die Dampfwege zum Cylinder, d ist die Oeffnung für den abgehenden Dampf; B ist der röhrenförmige Schieber, der sich mit seinen Enden dicht an die Kammerwände anlegt, in der Mitte aber vom

Dampf umspült wird; seine Bewegung erhält er mittelst der Schieberstange C. In der Figur hat der Schieber seine tiefste Stellung; der frische Dampf gelangt nun von a durch c nach D und treibt den Kolben aufwärts; der abziehende Dampf geht aus E durch b in die Dampfkammer und gelangt durch die Röhre nach d. Steigt der Schieber aufwärts so verschliesst er erst b und c, und darauf setzt er a mit b und c mit d in Verbindung. Da inzwischen der Kolben seinen höchsten Stand erreicht hat, so treibt ihn jetzt der frische Dampf abwärts, während der abziehende Dampf ungehindert nach d gelangt. Die höchste Stellung des Schiebers trifft mit der Mittelstellung des Kolbens zusammen; ist der Kolben unten angelangt, so ist der Schieber bereits so weit herabgegangen, dass der Kanal c für den frischen Dampf und der Kanal b für den abziehenden geöffnet ist.

Die Dampfwege macht man so weit als das Dampfzuleitungsrohr, also gleich $\frac{1}{25}$ der Kolbenfläche; damit aber das Oeffnen und Schliessen der Oeffnungen schnell und bei nur geringer Bewegung des Schiebers erfolge, so erhalten diese Oeffnungen die Gestalt eines schmalen Rechtecks, dessen Länge 4—5mal die Breite enthält. (Vgl. Fig. 403.)

Schieber und Kolben kehren ihre Bewegungen nicht gleichzeitig um, sondern jeder von beiden steht etwa in der Mitte seines Weges, wenn der andere seine Bewegung umkehrt. Fig. 403 zeigt den Schieber B auf der Mitte seines Weges, seine beiden Füsse bedecken die Oeffnungen der Dampfwege b und c, so dass jetzt Dampf weder zu- noch abgeleitet wird. Stände in diesem Augenblicke der Kolben am Ende seines Weges, so müsste die Maschine still stehen, wenn sie nicht durch die Trägheit eines mit ihr in Verbindung stehenden Schwungrades oder anderer schwerer Massen über diesen todten Punkt hinausgebracht würde. Nun trifft man aber die Einrichtung, dass der Schieber bereits etwas über die Mitte seines Weges hinausgekommen ist, wenn der Kolben das Ende seines Weges erreicht hat. Durch diese Einrichtung, die man das Voreilen des Schiebers nennt, erreicht man, dass in dem Augenblicke, in welchem der Kolben zur Ruhe kommt, bereits beide Dampfwege für die neue Kolbenbewegung geöffnet sind, ja dass sie sich schon etwas früher geöffnet haben, so dass auf der letzten Strecke der Kolben bereits frischen Dampf vor sich und abziehenden Dampf hinter sich hat; der Kolben kann daher das letzte Stück seines Weges, dem frischen Dampf entgegen, nur durch seine und der mit ihm verbundenen Massen Trägheit zurücklegen. Diese Einrichtung bewirkt ein schnelleres Umkehren des Kolbens und giebt ihm gleich von Anfang der neuen Bewegung an die volle Dampfzuströmung. Man sieht ferner aus Fig. 403, dass, wenn die Füsse des Schiebers in seiner mittleren Stellung die Oeffnungen b und c nach innen weniger als nach aussen überdecken, die Oeffnung für den abziehenden Dampf früher als die für den frischen Dampf frei wird. Gewöhnlich werden nun die Dimensionen für den Schieber so genommen, dass im Augenblicke der Umkehr des Kolbens für den abziehenden Dampf eine Oeffnungshöhe von $\frac{1}{25}$ bis $\frac{1}{15}$, für den frischen Dampf eine von $\frac{1}{100}$ des Schieberweges frei geworden ist.

Fig. 403.



- 2) Bei der Ventilsteuerung wendet man nicht gern die einfachen Kegel-

oder Scheibenventile an, weil diese zur unfreiwilligen Bewegung eine grosse Kraft verlangen, sondern man nimmt dazu die Doppelsitzventile (vgl. § 316, Fig. 287), die Röhrenventile (Fig. 404) und Laternenventile (Fig. 405). In beiden Figuren (404 und 405) bezeichnet A die Oeff-

Fig. 404.

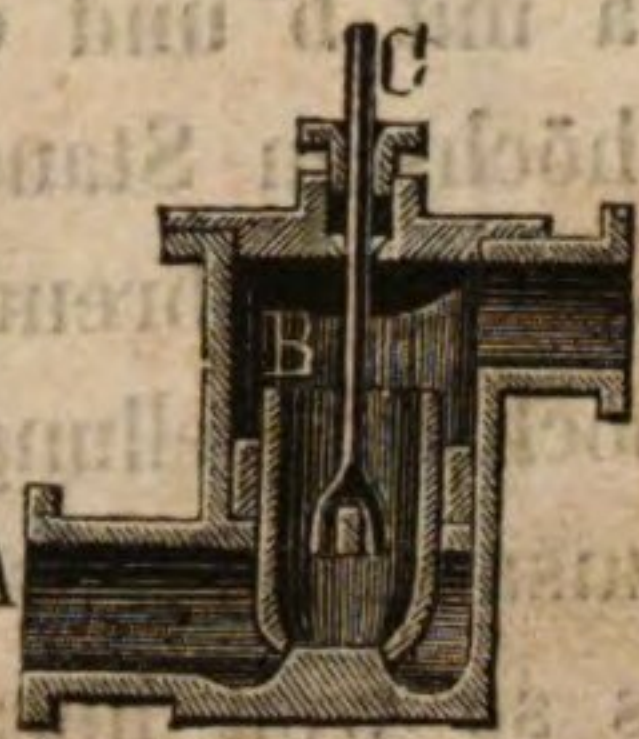
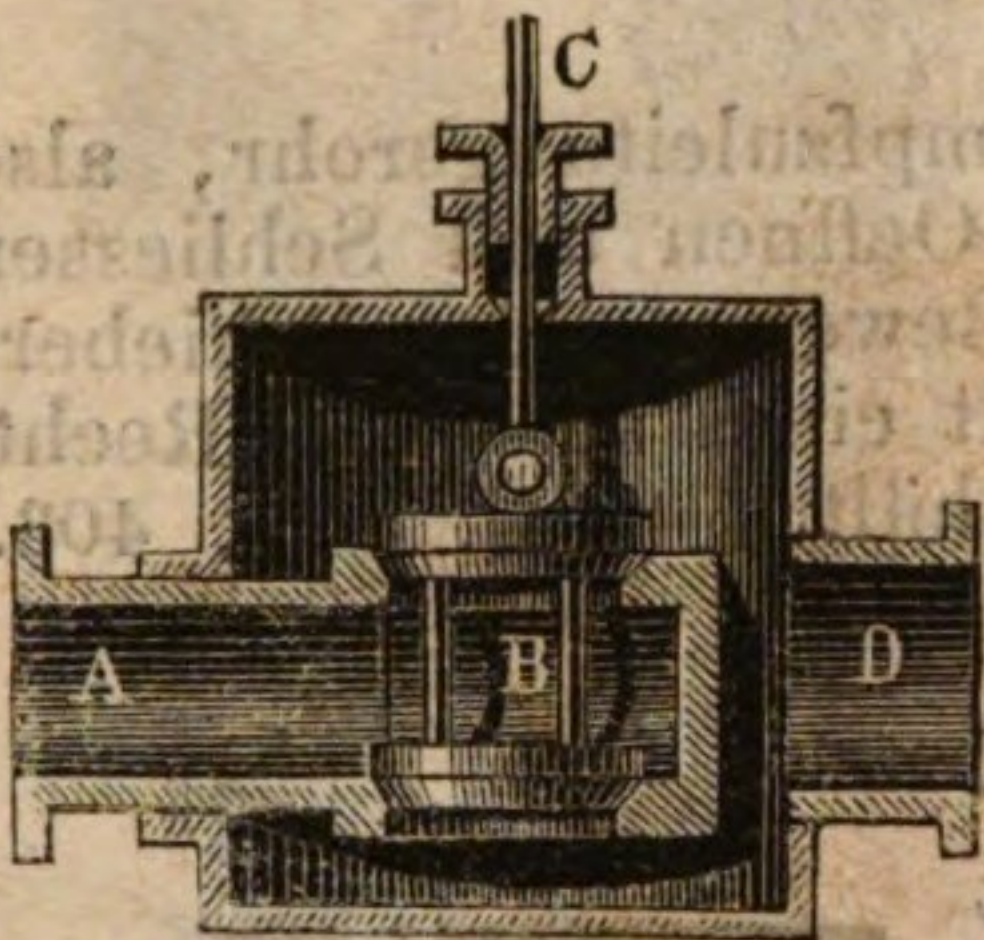


Fig. 405.



nung für den ankommenden Dampf, B das Ventil, C die Ventilstange und D die Oeffnung für den abziehenden Dampf; der Dampf kann aber auch in umgekehrter Richtung von D nach A strömen. In Fig. 404 ist das Ventil eine mit der Stange C verbundene Röhre, in Fig. 405 aber besteht es aus zwei Kegelventilen, die in ihrer Peripherie durch einige Stäbe (oder in der Mitte durch einen Stab) verbunden sind. Während die Ventilsteuerung den Vorthail bietet, dass durch sie die Dampfwege sich leicht und schnell öffnen und schliessen, hat sie den Uebelstand an sich, dass für jede Dampfströmung ein besonderes Ventil nöthig ist, also für eine doppeltwirkende Maschine deren vier. Bei einfach wirkenden Maschinen kommt ausser dem Einlass- und Auslassventil noch das

Gleichgewichtsventil vor, durch dessen Oeffnung, nachdem der Dampf den Kolben niedergedrückt hat, der Raum unter dem Kolben mit dem über ihm in Verbindung gesetzt wird; beim Aufgang des Kolbens tritt dann der Dampf unter den Kolben und fliesst von hier aus bei dem folgenden Niedergange des Kolbens ab. Oft ist noch ein viertes, das Regulirventil vorhanden, um den Dampf ganz absperren zu können.

Die beiden zu einem Ende des Dampfeylinders gehörigen Ventile ordnet man zuweilen übereinander an, macht dann die Ventilstange des oberen röhrenförmig und lässt die des unteren durch jene hindurchgehen. — Ausser der Schieber- und Ventilsteuerung kam früher noch die Kolbensteuerung (vgl. die Wassersäulenmaschinen) und die Hahnensteuerung vor; beide werden aber jetzt selten angewendet.

3) Oscillirt ein Cylinder um eine Mittelaxe, wodurch es möglich wird, die Kolbenstange unmittelbar mit der Kurbelwarze eines Schwungrades zu verbinden, so kann man die innere Steuerung ebenso wie bei einem festen Cylinder als Muschelsteuerung einrichten, nur die äussere Steuerung würde etwas modificirt werden müssen. Die Figuren 406 und 407 geben die Steuerung einer von Scholl*) construirten Dampfmaschine mit oscillirendem Cylinder an. A ist der Cylinder mit den angegossenen hohlen Zapfen BB. Durch die Stopfbüchse C geht die Kolbenstange D und umfasst die Warze der Kurbel E, die mit dem Schwungrade G ver-

*) Siehe: „Der Führer des Maschinisten. Von Scholl. 5. Auflage“.

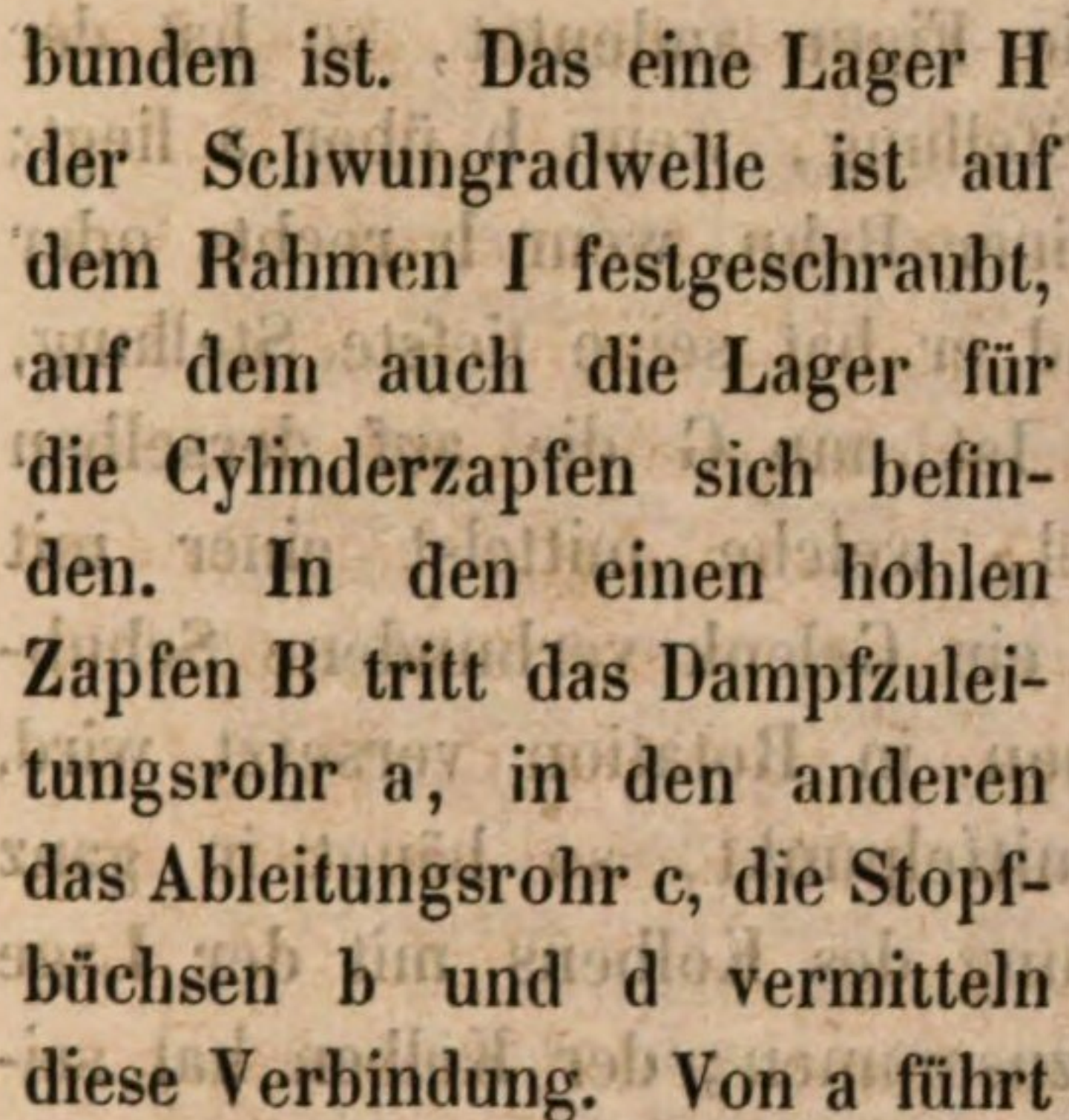
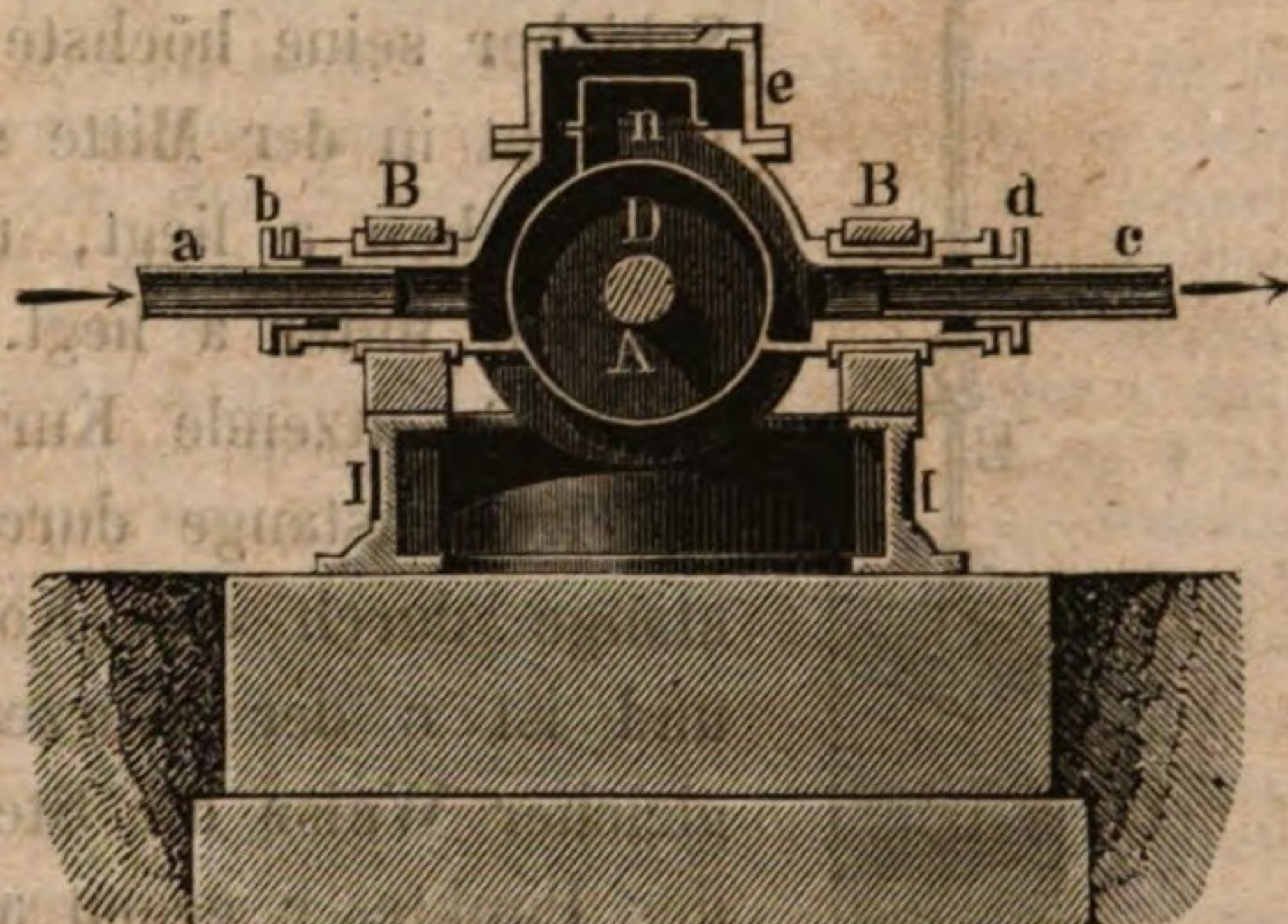


Fig. 407.

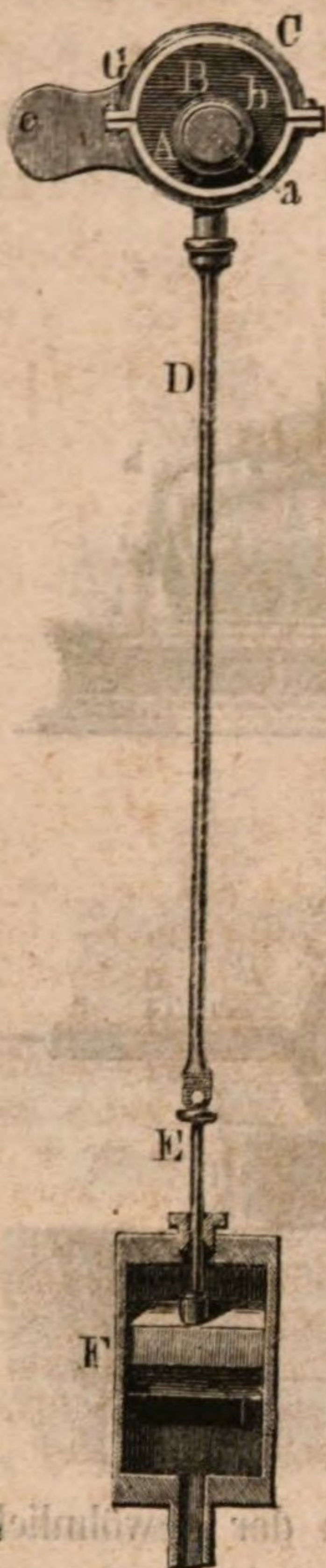


ein Kanal nach dem Schieberkasten e, in welchem sich der gewöhnliche Muschelschieber n befindet; f ist die Stopfbüchse für die Schieberstange g. Die äussere Steuerung wird durch die Gliederung ghiklm bewirkt; hi und ik sind Hebel, die sich um i drehen, l ist ein Lenker, der bei m seinen festen Drehpunkt hat. Nun sieht man leicht, wie der schwingende Cylinder die Bewegung des Schiebers bewirkt. Die äussersten Lagen des Schiebers fallen mit den äussersten Lagen des Cylinders, diese aber mit der mittleren Kolbenstellung zusammen. Ein Voreilen des Schiebers ist hierbei nicht zu erreichen.

§ 414. Aeussere Steuerung.

1) Excentersteuerung. Setzt eine Dampfmaschine die Kolbenbewegung in eine rotirende Bewegung um, so lässt sich die äussere Steuerung am einfachsten durch eine excentrische Scheibe B (Fig. 408), die auf der von der Maschine in Rotation versetzten Welle A festsetzt, bewirken; b sei der Mittelpunkt der Scheibe, a der Axenpunkt der Welle. In eine Nuth der Scheibe greift der Ring C ein, so dass sich die Scheibe

Fig. 408.

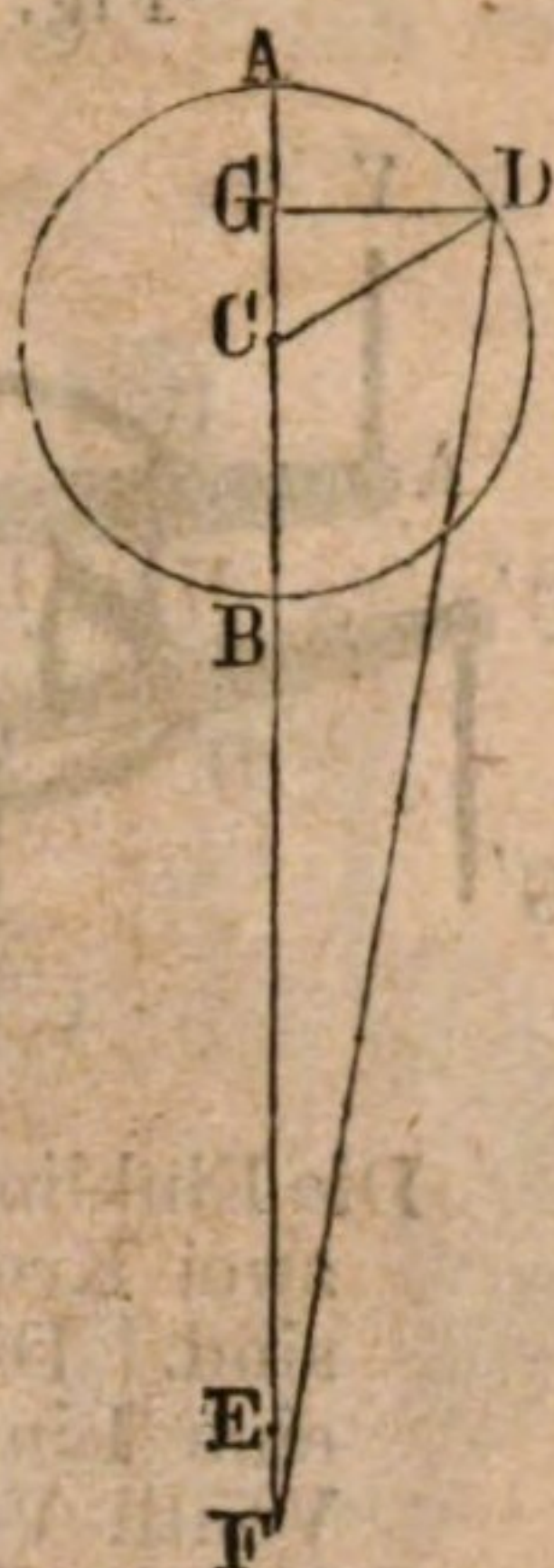


in ihm drehen kann; mit C steht die Schubstange D in Verbindung, und in diese ist die Schieberstange E eingelenkt. Rotirt die Welle A, so nimmt die Stange D gerade die Bewegung an, als ob sie an den Punkt b angehängt wäre; die excentrische Scheibe wirkt gerade so wie eine Kurbel zum Radius ab. Der Schieber F macht daher bei einer Umdrehung der Welle einen Weg von der Länge $2 \cdot ab$ hin und zurück, woraus wieder folgt, dass die Excentricität der Scheibe B dem halben Schieberwege gleich zu machen ist. Die Lage des Schiebers F wird stets mit der Lage des Punktes b in Uebereinstimmung sein. Denken wir uns, der Dampfcylinder stehe vertikal und die Welle A liege vertikal über ihm, wie auch die Figur andeutet, so hat der Schieber seine höchste Stellung, wenn b über a liegt; er steht in der Mitte seiner Bahn, wenn b rechts oder links neben a liegt, und er hat seine tiefste Stellung, wenn b unter a liegt. Ist nun G die auf derselben Welle A sitzende Kurbel, welche mittelst einer mit der Kolbenstange durch ein Gelenk verbundene Schubstange durch den Kolben in Rotation versetzt wird, und ist c der Warzenmittelpunkt, so hängt in ganz gleicher Weise die Stellung des Kolbens mit der Lage des Punktes c gegen a zusammen; der Kolben hat seinen höchsten oder tiefsten Stand, wenn c über oder unter a liegt, er steht auf der Mitte seiner Bahn, wenn c rechts oder links neben a liegt. Da nun die Radien ca und ba jeden beliebigen Winkel mit einander bilden können, so kann auch das Kolbenspiel zum Spiel der Schieberbewegung in jede beliebige Beziehung gebracht werden. Ist der Winkel bac ein rechter, so steht entweder der Kolben oder der Schieber am Ende seiner Bahn, wenn der andere auf der Mitte der seinigen steht; soll aber der Schieber voreilen, so muss also der Winkel bac etwas grösser als ein rechter sein.

Es sei CA (Fig. 409) der Radius und C der Mittelpunkt eines Kurbelkreises, DF = AE sei eine Schubstange, deren Endpunkt sich von E nach F bewegt, wenn der Kurbelradius aus der Lage AC in die Lage DC übergeht. Ist die Schubstange hinreichend lang, so kann man annähernd DF = GF setzen, wenn DG senkrecht auf AB ist, und es folgt dann EF = AG. Hieraus folgt, dass die geradlinige Bewegung des Punktes F gerade so vor sich geht, wie die Bewegung des Punktes G, der Projection von D, auf AB erfolgt; daher giebt CG die Entfernung des geradlinig bewegten Punktes F von seiner mittleren Lage an. Ist $AC = R$, $\angle ACD = \varphi$, so ist $CG = R \cos \varphi$. Uebertragen wir diese Betrachtung auf die Kolbenbewegung, so ist

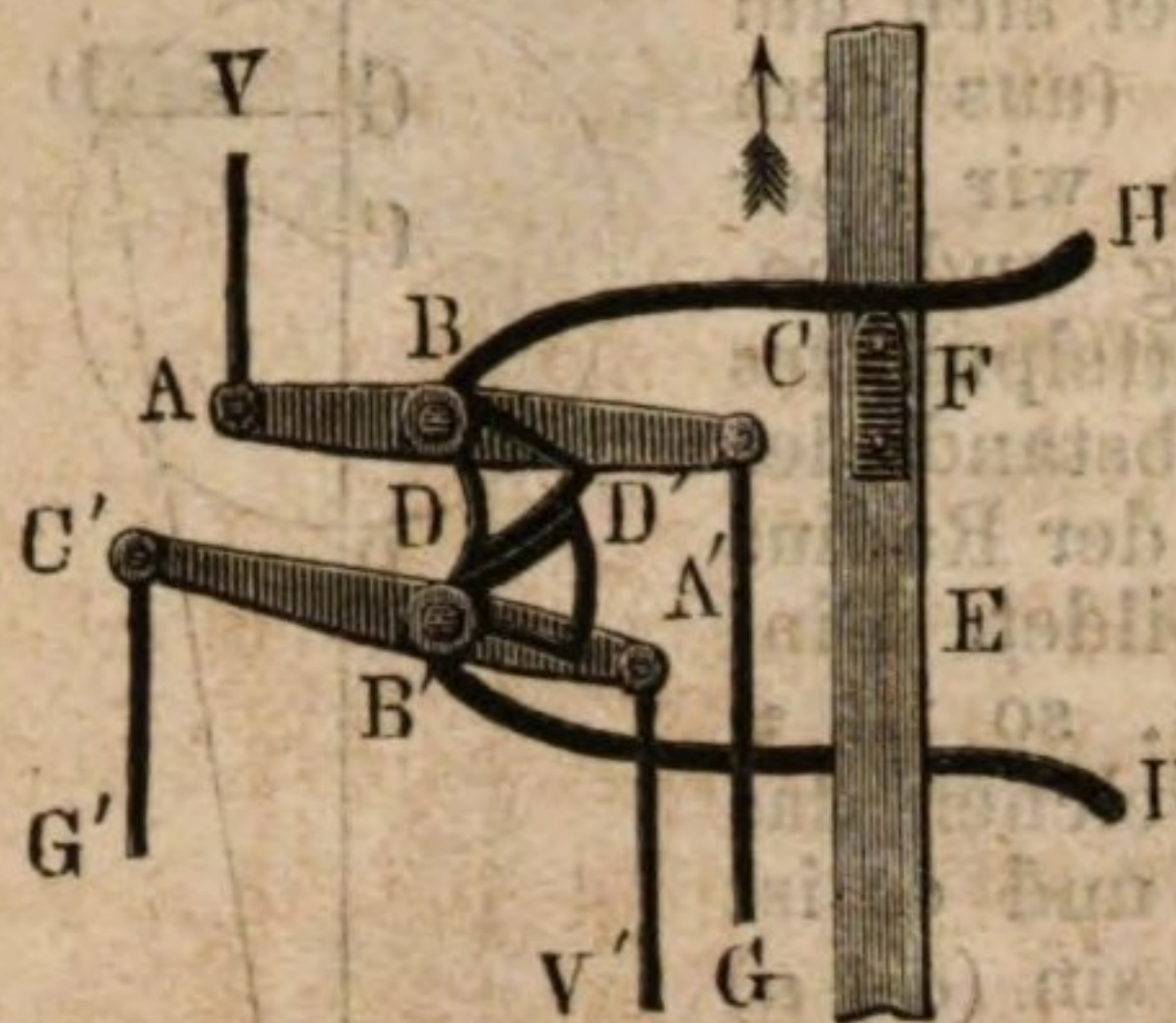
der Kurbelradius R gleich der halben Hubhöhe des Kolbens und $R \cos \varphi$ ist die Entfernung des Kolbens von seiner mittleren Lage, wenn die Kurbel sich um den Winkel φ aus der Anfangslage AC (aus dem todten Punkte) bewegt hat. Uebertragen wir aber die Betrachtung auf die Schieberbewegung und bezeichnen mit r den Abstand des Excentermittelpunktes von der Wellenaxe, so ist $r \cos \psi$ der Abstand des Schiebers von seiner mittleren Lage, wenn der Radius r mit der Anfangslage AC den Winkel ψ bildet. Findet nun kein Voreilen des Schiebers statt, so ist $\psi = \varphi + 90^\circ$; ist aber α der Winkel, um welchen das Excenter voreilt, so ist $\psi = \varphi + 90^\circ + \alpha$, und es ist jetzt $r \cos \psi = r \cos (\varphi + 90^\circ + \alpha) = -r \sin (\varphi + \alpha)$ der Abstand des Schiebers von seiner mittleren Lage, auf den Winkel φ bezogen. Die Ausdrücke $R \cos \varphi$ und $-r \sin (\varphi + \alpha)$ geben also die gleichzeitigen Stellungen von Kolben und Schieber an; ein negativer Werth dieser Ausdrücke giebt die Lage unter der Mitte, ein positiver die über der Mitte an. — In der Mittellage überdecken die Füße des Schiebers die Oeffnungen der Dampfwege sowohl nach innen als nach aussen; ist m die Breite der inneren Ueberdeckung und n die der äusseren, so sieht man leicht aus Fig. 403, dass der Schieber um $m + x$ aus seiner Mittellage herabgegangen sein muss, wenn bei c eine Abzugsöffnung von der Breite x entstanden sein soll, und er muss um $n + y$ herabgegangen sein, wenn bei b eine Einflussöffnung von der Breite y entstanden sein soll. Setzen wir nun $m + x = n + y = r \sin (\varphi + \alpha)$, so folgt: $x = r \sin (\varphi + \alpha) - m$, $y = r \sin (\varphi + \alpha) - n$, woraus die Breiten der Abfluss- und Einflussöffnungen aus der Stellung (φ) der Kurbel gefunden werden können. Natürlich gelten die Formeln nur für die Schieberstellung unter der Mittellage, also für Werthe von φ zwischen $-\alpha^\circ$ und $(180 - \alpha)$; für die andere Hälfte der Kurbeldrehung ist $x = -r \sin (\varphi + \alpha) - m$, $y = -r \sin (\varphi + \alpha) - n$, wo dann x die Breite der Ausflussöffnung in b und y die Breite der Einflussöffnung in c bezeichnet. Es genügen aber obige Formeln allein, weil für die zweite Hälfte der Kurbeldrehung alle Verhältnisse nur in abgeänderter Richtung sich wiederholen. Aus den beiden Gleichungen für x und y lassen sich nun zwei der vier Unbekannten r , α , m , n berechnen, wenn für irgend einen Werth von φ die Oeffnungsbreiten x und y gegeben sind. Soll also z. B., wenn der Kolben im Umwenden begriffen ist, also $\varphi = 0$ ist, die Ausflussöffnung $\frac{1}{20}$, die Einflussöffnung $\frac{1}{100}$ des Schieberweges ($2r$) breit sein, so hat man die Gleichungen $\frac{1}{10} r = r \sin \alpha - m$, $\frac{1}{50} r = r \sin \alpha - n$. Hier kann man immer noch zwei Grössen beliebig annehmen. Setzt man $m = 0$, findet also keine innere Ueberdeckung statt, so folgt $\sin \alpha = \frac{1}{10}$, $n = \frac{7}{100} r$. Den Radius r nehme man nicht zu klein, damit ein rasches Oeffnen und Schliessen der Oeffnungen erfolgt.

Fig. 409.



2) Hebelsteuerungen. Wenn an der Maschine keine rotirenden Bewegungen vorkommen, muss man die Hebelsteuerung anwenden, ausserdem wird sie meist dann angewendet, wenn der Abschluss der Oeffnungen durch Ventile bewirkt wird. Das Princip der Hebelsteuerung besteht darin, dass zwei Hebel, ABC und $A'B'C'$ in Fig. 410, die einerseits bei A, A' mit den nach den Ventilen gehenden Zugstangen in Verbindung stehen, andererseits bei C, C' mit Gewichten beschwert sind, durch Einklinkung so mit einander verbunden sind, dass derjenige

Fig. 410.



(A'B'C'), dessen Gewicht gehoben ist, durch den anderen (ABC) so lange gehalten wird, bis die Auslösung erfolgt. Zur Auslösung ist jeder Hebel mit einem dritten Arme H, H' versehen, gegen welchen die Steuerstange E beim Aufgange und Niedergange mit besonderen nasenartigen Vorsprüngen F, F' stösst. Die abwechselnde Bewegung der Hebel bringt das abwechselnde Oeffnen und Schliessen der Ventile zu Stande.

Die Einklinkung ist bei der durch die Figur angedeuteten Einrichtung durch zwei Kreissectoren D, D' bewirkt, die mit den Hebeln fest verbunden sind. Die aufsteigende Stange E ist im Begriff, dem oberen Hebel eine Linksdrehung zu ertheilen, das Gewicht G wird gehoben, das Ventil V durch den abwärtsgehenden Zug der Stange AV geöffnet. Unmittelbar darauf wird der untere Hebel frei, das Gewicht G' sinkt, das Ventil V' wird aufgezogen; zugleich klinkt der Sector D' so ein, dass er den oberen Hebel in seiner veränderten Stellung erhält. Diese Stellung bleibt unverändert, bis die abwärts gehende Steuerstange mit einer auf der Rückseite angebrachten Nase F' gegen den Arm H' stösst, worauf beide Hebel wieder die in der Zeichnung angegebene Lage annehmen. Sind vier Ventile zu steuern, so kann man von A und A' je zwei Ventilstangen ausgehen lassen; meist erfolgt die Bewegung der Ventile durch diese Stangen erst mittelst eingeschalteter Hebel.

Eine Katarakt-Steuerung ist eine Vorrichtung, durch welche man bei einfach wirkenden Maschinen am Ende eines Kolbenspiels eine beliebig lange Pause kann eintreten lassen. Das Princip der gebräuchlichsten Vorrichtung dieser Art besteht darin, dass man durch den niedergehenden Dampfkolben in einem besonderen Pumpenstiefel den Kolben heben und durch ihn Wasser ansaugen lässt; ein gleichzeitig gehobenes Gewicht drückt den Kolben wieder nieder, das Wasser kann aber den Stiefel nur durch eine enge, durch einen Hahn regulirbare Oeffnung verlassen, sodass der Pumpenkolben zum Niedergange eine gewisse Zeit gebraucht. Kurz vor Beendigung des Niederganges löst der Kolben das Gewicht für das zu hebende Dampfventil aus, worauf erst das neue Kolbenspiel beginnen kann.

§ 415. Expansions-Steuerung.

1) Ein Schieber. Ueberdecken die Füße eines gewöhnlichen Schiebers die Oeffnungen der Dampfwege, so verschliessen sie dieselben auch für eine gewisse Zeit des Hubes und sperren dadurch zeitweilig den Zufluss oder den Abfluss des Dampfes, und zwar wird die äussere Ueberdeckung auf den Zufluss, die innere auf den Abfluss einwirken. Hieraus folgt, dass man durch Verbreitung der Ueberdeckungen schon mit einem gewöhnlichen Schieber eine gewisse Expansionswirkung erzielen kann. Doch lässt sich diese Einrichtung nur bei mässigen Expansionen gebrauchen, da eine frühzeitige Absperrung des Dampfzuflusses immer auch eine, hier nicht beabsichtigte und daher hinderliche, frühzeitige Absperrung des Dampfabflusses zur Folge hat. — Vollständiger erreicht man aber den

Zweck, wenn man den einfachen Schieber mit dem Stufenexcentrik von Saulnier (Fig. 411) verbindet. Die Scheibe B wird begrenzt durch vier mit der Welle concentrische Kreisbogen von verschiedenen Radien, die so angeordnet sind, dass die Durchmesser der Scheibe nach allen Richtungen gleich sind. Die Scheibe wird von einem Rahmen umfasst, der zwei Frictionsrollen trägt, gegen welche die rotirende Scheibe zunächst wirkt; mit dem Rahmen steht die Schubstange D in fester Verbindung. Dieses Excenter giebt dem Schieber ruckweise vier verschiedene Stellungen, die abwechselnd die Dampfzuströmung gestatten oder hindern, den Abfluss des Dampfes aber stets offen halten.

Der Einfluss, den die Ueberdeckungen der Oeffnungen durch die Schieberfüsse ausüben, erhellt aus den beiden im vorigen Paragraphen entwickelten Gleichungen: $x = r \sin(\varphi + \alpha) - m$, $y = r \sin(\varphi + \alpha) - n$. Nimmt man nun an, dass bei den durch die Winkel φ_1 und φ_2 bestimmten Kurbelstellungen die Dampfeinströmung eröffnet und beendet ist, und dass für die Winkelwerthe φ_3 und φ_4 dasselbe mit der Ausströmung stattfindet, so hat man folgende vier Gleichungen: $0 = r \sin(\varphi_1 + \alpha) - n = r \sin(\varphi_2 + \alpha) - n$; $0 = r \sin(\varphi_3 + \alpha) - m = r \sin(\varphi_4 + \alpha) - m$. Aus diesen Gleichungen folgt nun: 1) $\alpha = 90^\circ - \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}$; 2) $\varphi_1 + \varphi_2 = \varphi_3 + \varphi_4$; 3) $n = r \cos$

$\frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2}$; 4) $m = r \cos \frac{\varphi_4 - \varphi_3}{2}$; r bleibt un-

bestimmt. Die Winkel φ_1 und φ_3 sind als sehr klein, aber als negativ zu denken. Aus der 1. Gleichung folgt, dass bei starker Expansion, also φ_2 nicht gross, α ziemlich gross ausfällt, aus der 2. Gleichung folgt dann, dass auch φ_4 nicht gross sein kann, also der Abfluss des Dampfes bald aufhört, und aus der 3. und 4. Gleichung, dass m und n dann verhältnissmässig gross ausfallen. — Der Schieber erhält bei der Saulnier'sche Steuerung keine Ueberdeckungen, die 4 Radien der Scheibe aber erhalten hintereinander die 4 Längenunterschiede: b , $2b$, $-b$, $-2b$, wenn b die Breite eines Dampfweges ist; die absolute Grösse der Radien ist dabei gleichgültig.

2) Zwei Schieber in zwei Dampfkammern.

Fig. 412. Zwei Dampfkammern A und B liegen neben einander und stehen durch die Oeffnung a mit einander in Verbindung; in A befindet sich der Expansionsschieber, hier eine einfach durchlochte Scheibe, in B der gewöhnliche Vertheilungsschieber; jeder Schieber erhält seine Bewegung durch ein besonderes Excenter. Wenn der Expansionsschieber die Oeffnung a bedeckt, ist der Dampf ganz vom Cylinder abgesperrt.

Fig. 411.

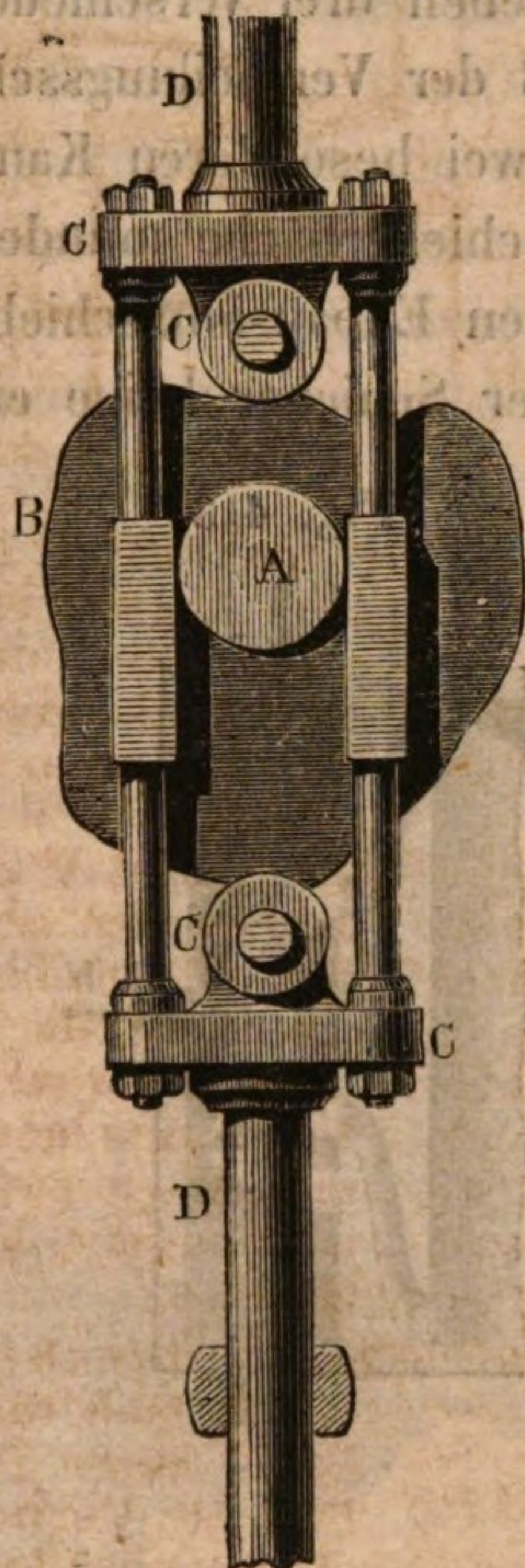
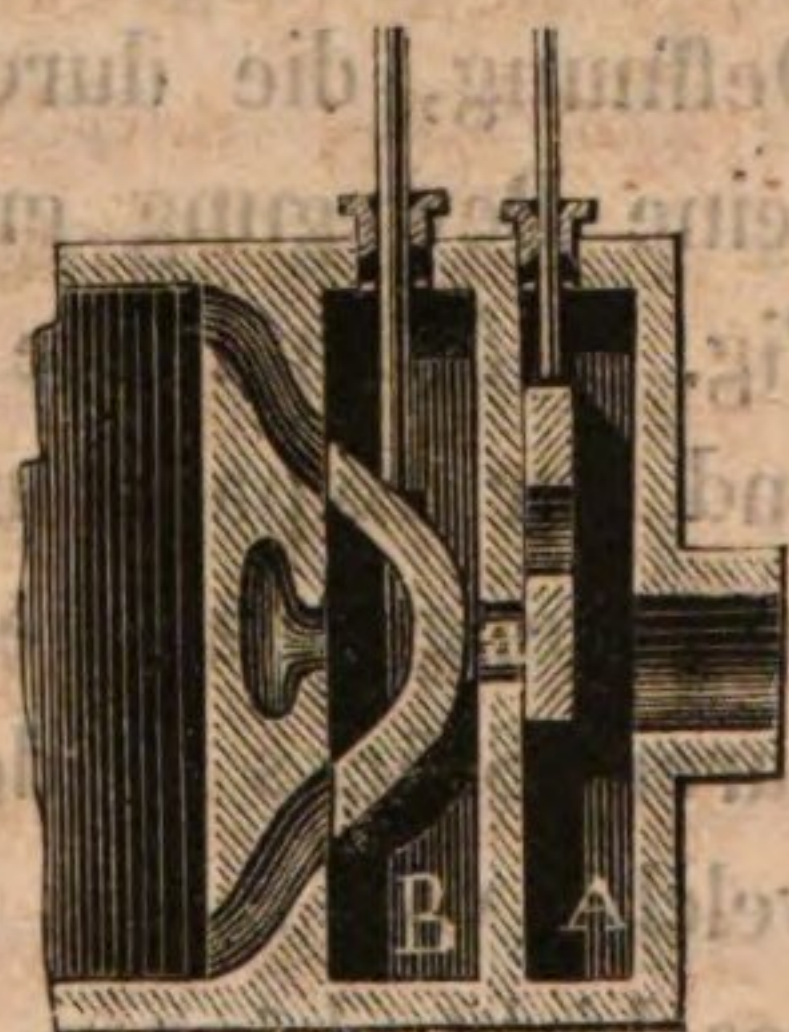


Fig. 412.



Besteht der Expansionsschieber aus einer massiven Scheibe, die die Oeffnung bedeckt und sich dann von ihm zurückzieht, so muss er zwei Spiele während eines Kolbenspiels machen.

3) Zwei Schieber in einer Dampfkammer. Die Figuren 413—415 geben drei verschiedene Einrichtungen an; A ist der Expansionsschieber, B der Vertheilungsschieber, der jetzt für den eintretenden Dampf mit zwei besonderen Kanälen versehen ist, welche auf der äusseren ebenen Schieberfläche münden; diese Mündungen werden nun abwechselnd durch den Expansionsschieber bedeckt und offen gelegt. In Fig. 413 hat dieser Schieber keine eigene Stange, sondern er liegt beweglich in einer

Fig. 413.

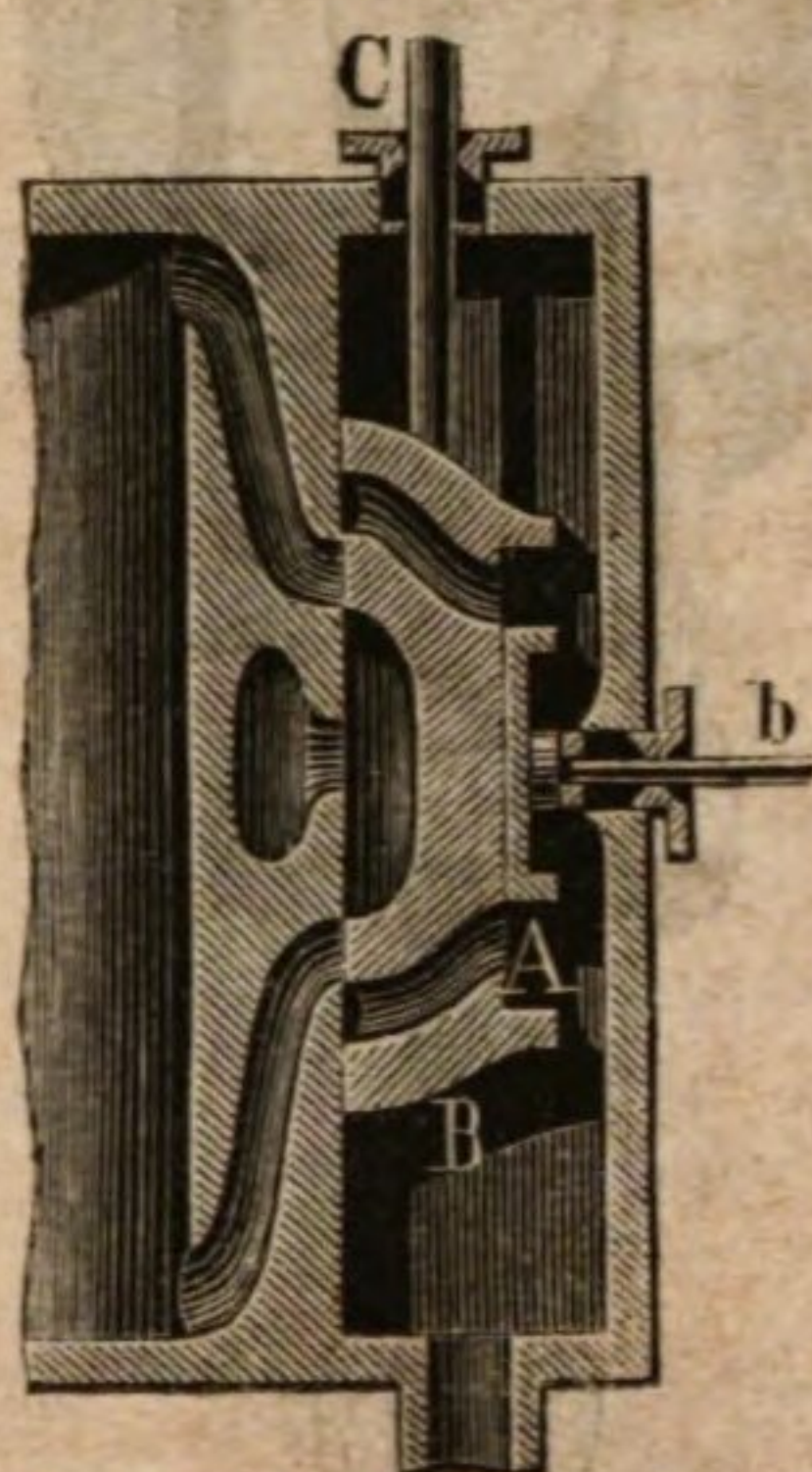


Fig. 414.

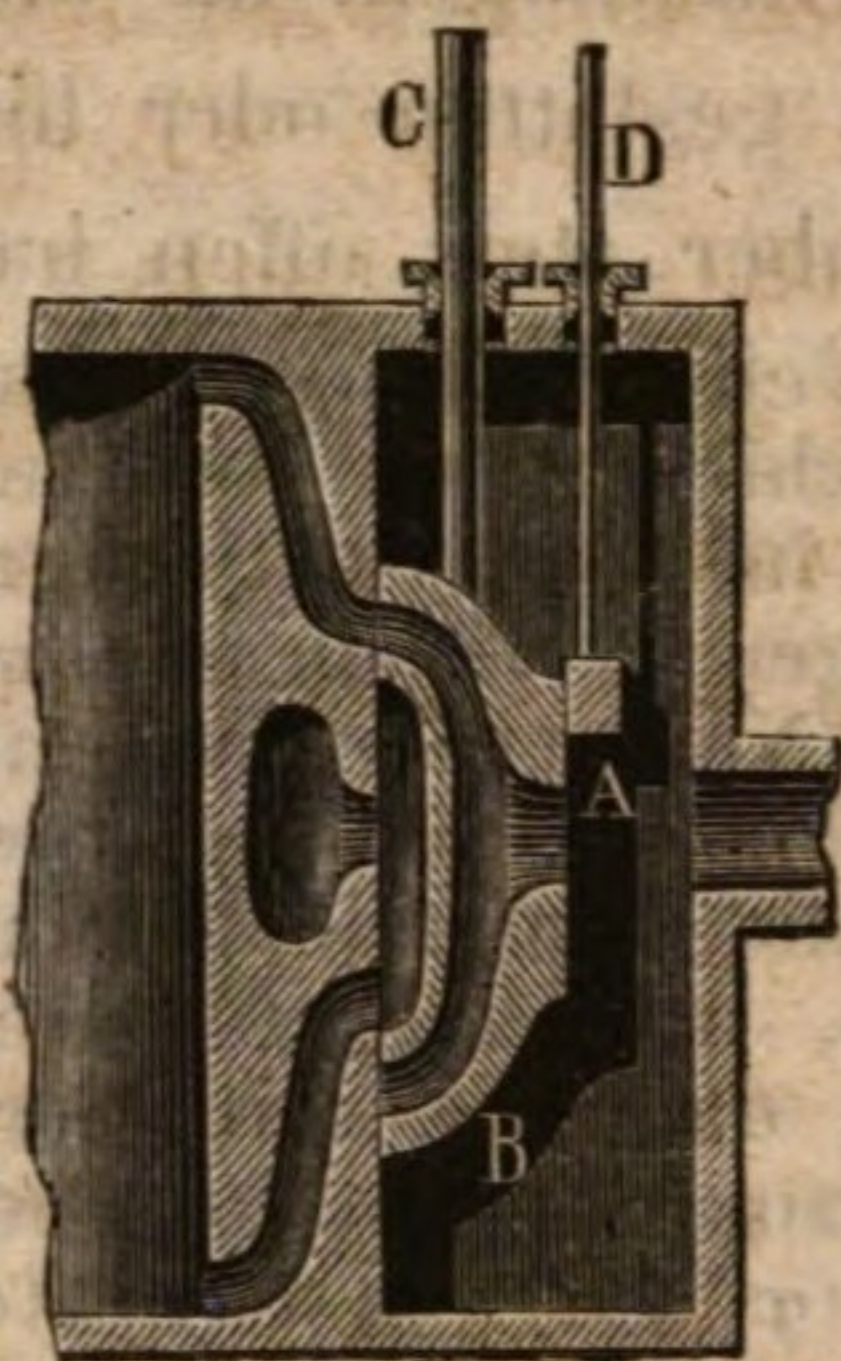
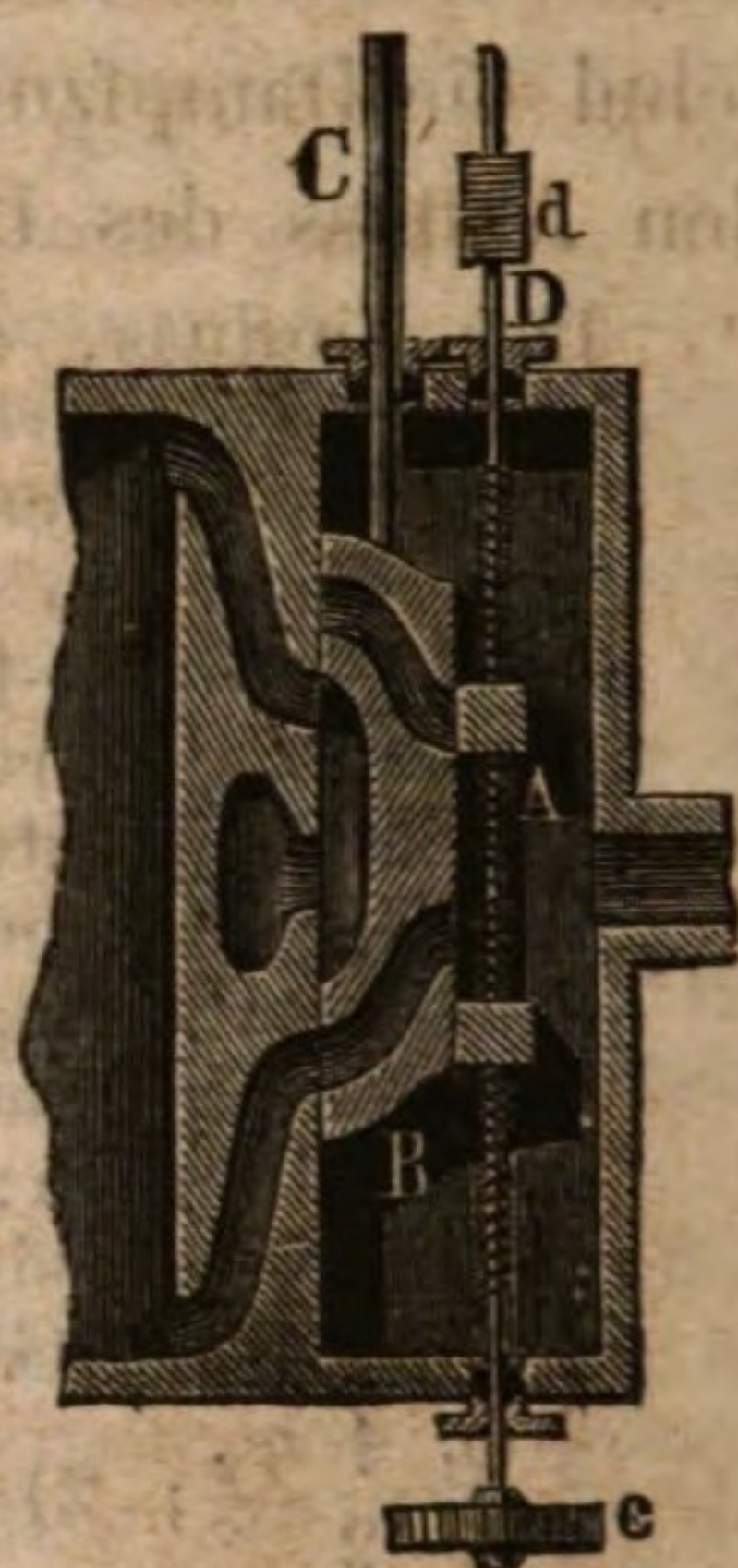


Fig. 415.



Bahn auf der äusseren Fläche des Schiebers B und wird von diesem bei seiner Bewegung mit hin und hergenommen. Zu dem Ende muss der Cylinder entweder horizontal liegen oder der Schieber A wird mittelst einer Feder gegen B gedrückt. Der Expansionsschieber hat an seinen Enden zwei Nasen, stösst er mit einer derselben gegen die Scheibe a, so verschiebt er sich auf B und verdeckt die Einströmungsöffnung des Dampfes. Die Scheibe a ist elliptisch und kann mittelst der Welle b gestellt werden, wodurch die Expansionswirkung sich reguliren lässt. — In Fig. 414 haben die Dampfkanäle des Vertheilungsschiebers eine gemeinschaftliche Oeffnung, die durch den Expansionsschieber A, der durch die Stange D seine Bewegung erhielt, abwechselnd bedeckt und offen gelegt wird. In Fig. 415 sind die Oeffnungen der beiden Dampfkanäle wieder getrennt, und der Expansionsschieber besteht aus zwei Theilen; diese sitzen auf entgegengesetzt gerichteten Schraubengängen des in der Nuss d drehbaren Stücks D der Schieberstange. Durch die Drehung dieses Stücks, welche von c aus entweder mittelst einer Kurbel oder durch Zahneingriff geschieht, können die Theile des Expansionsschiebers selbst während des

Ganges der Maschine einander genähert oder von einander entfernt werden, wodurch dann der Expansionsgrad sich ändert. Diese letzte Einrichtung heisst Meyer'sche Expansion.

4) Ein Schieber und ein Ventil. Fig. 416 giebt die Einrichtung von Meyer's sich selbst regulirender Expansionssteuerung an. Die Oeffnung zwischen der ersten Dampfkammer A und der zweiten B, in welcher sich der gewöhnliche Vertheilungsschieber befindet, ist durch das Ventil a verschliessbar; es kann durch die Stange C aufgezogen werden, wird aber in der Regel durch den Druck der Spiralfeder D geschlossen gehalten. In C ist der horizontale Ring E eingeschaltet; durch diesen Ring geht die Welle F eines Watt'schen Regulators (§ 264), der, mittelst zweier gleichen Kegelräder mit der Schwungradswelle verbunden, eine Umdrehung bei jedem Kolbenspiel macht. Die Regulatorhülse trägt mittelst der Zugstangen b, b dem Kegel G, der an seinem Mantel die entgegengesetzt gestellten Vorsprünge c, c trägt; diese stossen bei der Umdrehung gegen den Vorsprung e des Ringes, drängen ihn zurück und

Fig. 416.

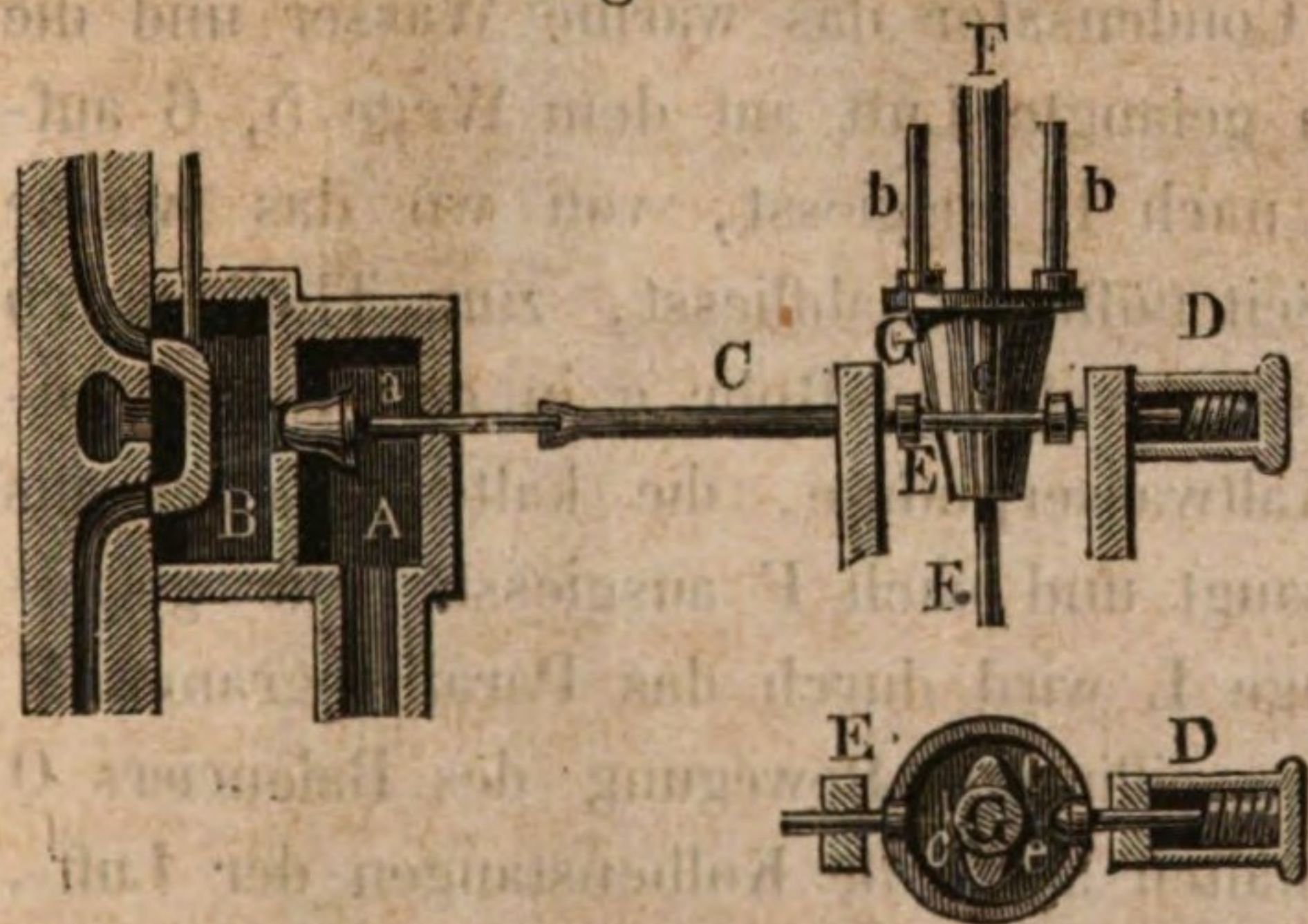
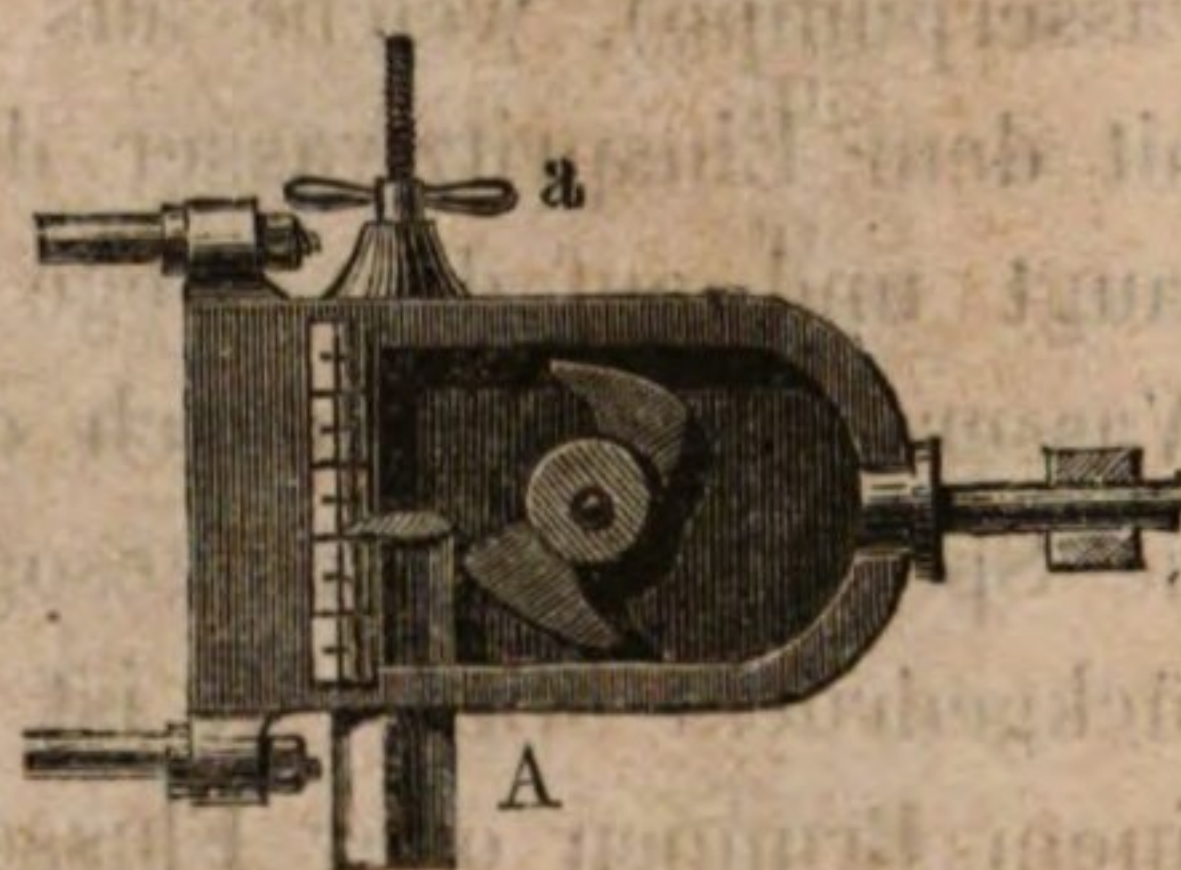


Fig. 417.



öffnen das Ventil. Je nachdem der Kegel G mehr oder weniger tief in den Ring E eingesenkt ist, was wegen des eingeschalteten Regulators von der mehr oder weniger langsamen Bewegung der Maschine abhängt, wird auch die Oeffnung des Ventils längere oder kürzere Zeit dauern, im ersten Falle also auf Beschleunigung, im zweiten auf Verzögerung der Maschine einwirken. — Verzichtet man auf die selbstthätige Regulirung der Expansion, so kann man das Ventil, wozu man in neuerer Zeit gern ein Doppelsitz- (Kronen-) Ventil nimmt, auch durch eine Daumenwelle abheben lassen. Fig. 417 giebt den Rahmen der Ventilstange an; die Daumen der Welle stossen gegen ein Stahlprisma A und schieben dadurch den Rahmen mit der Stange zurück; mittelst der Schraube a lässt sich das Prisma verstellen, und dadurch kann man die Expansion ändern; ein Zeiger am Prisma kann dann gleich auf einer Skala den Expansions-

grad angeben. Die Vorrichtung hat auf der einen Seite des Rahmens eine Führung, die beiden angedeuteten Ventilstangen umfassen den Ventilkasten und heben das Ventil von der entgegengesetzten Seite. *)

§ 416. Die Watt'sche Dampfmaschine.

Die Einrichtung einer Watt'schen Niederdruckmaschine und ihre Verbindung mit dem Kessel erhellt aus Fig. 418. A ist der Dampfkessel mit der darunter angebrachten Feuerung und dem Sicherheitsventil a. Der Dampf geht durch das Dampfrohr B in die Dampfkammer b, in welcher der Röhrenschieber c seinen höchsten Stand angenommen hat; der Dampf gelangt durch den Kanal 1 in den Dampfzylinder C über den Kolben D, wogegen der unter dem Kolben befindliche Dampf auf dem Wege 2, 3, 4 in den Condensator E gelangt, der in dem Kaltwasserreservoir F steht; durch d e spritzt kaltes Wasser in den Condensator, welches unter Mitwirkung der kalten Wände dieses Gefäßes den Dampf condensirt. Durch die Handhabe f kann der Hahn e gestellt und dadurch die Menge des Einspritzwassers regulirt werden. G ist die Luftpumpe (Warmwasserpumpe), welche aus dem Condensator das warme Wasser und die mit dem Einspritzwasser dorthin gelangte Luft auf dem Wege 5, 6 aufsaugt und auf dem Wege 7, 8 nach H ausgiesst, von wo das warme Wasser zum Theil durch eine Seitenöffnung abfließt, zum Theil durch die Speisepumpe I aufgesogen und durch das Rohr g in den Kessel zurückgedrückt wird. K ist die Kaltwasserpumpe, die kaltes Wasser aus einem Brunnen oder Flusse aufsaugt und nach F ausgiesst. Die geradlinige Bewegung der Kolbenstange L wird durch das Parallelogramm M mit dem Gegenlenker N in die oscillirende Bewegung des Balanciers O umgesetzt; von diesem aus erhalten auch die Kolbenstangen der Luft-, Speise- und Kaltwasserpumpe ihre Bewegung; von ihm aus wird auch mittelst der Bleuelstange P und der Kurbel (Krummzapfen) Q die rotirende Bewegung des Schwungrades R hervorgebracht. Auf der Schwungradwelle sitzt das Excenter h; von ihm geht der Schubrecken (statt der Schubstange in Fig. 408) S T aus, der bei T mit einer Klaue den Knopf k des Winkelhebels k l m umfasst; dieser ist bei m mit der Stange des Röhrenschiebers verbunden. Durch diese Verbindung bringt die rotirende Schwungradwelle die hin- und hergehende Schieberbewegung hervor; die Maschine steuert sich also selbst. Durch eine Handhabe bei T kann jene Verbindung aufgehoben und die Maschine zum Stillstehen gebracht wer-

*) Siehe Wiebe's Skizzenbuch, Heft 13, bei einer von J. Fritze construirten Maschine.

einigen Andern O. A. die meisten



18

M



1

10

В



...

10

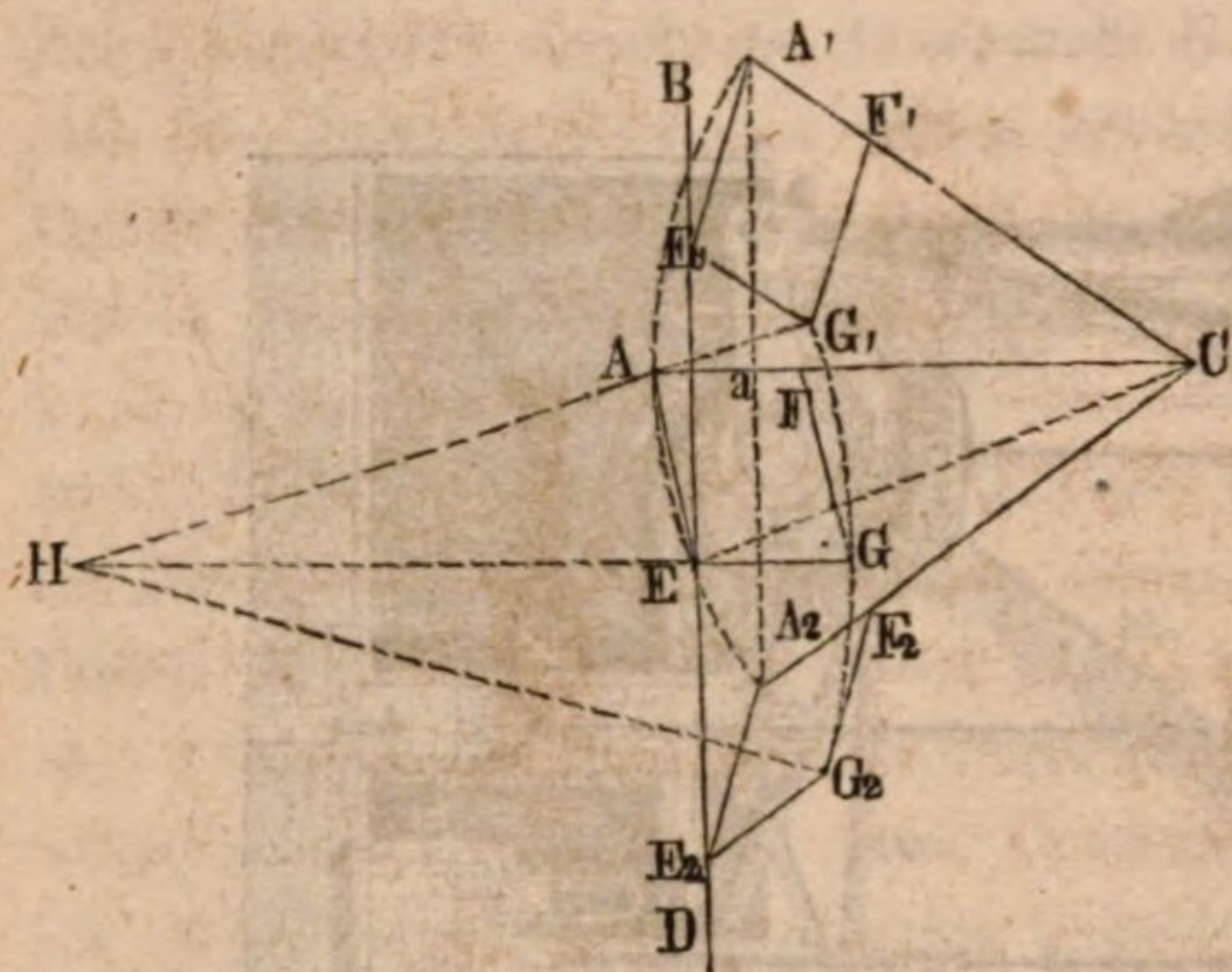
24

1871

des Kessels regulirt die Maschine. Das Speisewasser kann nur dann in den Kessel kommen, wenn das Ventil *v* gehoben ist, was durch den Schwimmer *w* dann geschieht, wenn der Wasserspiegel im Kessel gesunken ist; ist hinreichendes Wasser im Kessel, so fließt das Speisewasser bei *x* wieder ab.

Die Constructionsverhältnisse des auch von Watt erfundenen Parallelogramms sind folgende: Es sei *C* (Fig. 419) der Drehpunkt des

Fig. 419.



Balanciers, *C A* die Länge des einen Armes, *C A* die mittlere, *C A₁* die höchste, *C A₂* die tiefste Lage desselben. Die Linie *B D*, welche den Pfeil *Aa* des Bogens *A₁ A A₂* senkrecht halbt, giebt die Lage der Kolbenstange an. Mit einer beliebigen Länge schneide man von *A, A₁, A₂* auf *B D* die Punkte *E, E₁, E₂* ab; und mit einer zweiten beliebigen Länge $A F = A_1 F_1 = A_2 F_2$ construire man die drei Parallelogramme *A F G E* und bestimme den Mittelpunkt *H* des Kreisbogens, der durch *G₁, G* und *G₂* geht. Nun wird das Parallelogramm aus Gelenkstücken gebildet, der Punkt *G* wird mit dem festen Drehpunkt *H* mit

dem Gegenlenker verbunden, und in *E* wird die Kolbenstange angehängt. Der Gegenlenker bewirkt, dass der Punkt *E* eine fast vollkommene Geradföhrung erhält. Eine gleiche Geradföhrung erhalten alle Punkte, die auf der Geraden *E C* liegen; schneidet diese Linie die Seite *F G* in *I*, so ist *I* der Punkt für die anzuhängende Luftpumpenstange.

§ 417. Andere Systeme stationärer Maschinen.

1) Die cornischen Maschinen (Fig. 420) dienen gewöhnlich zum Wasserheben. An dem längeren Arme des ungleicharmigen Balanciers hangen die Kolbenstange und die Luftpumpenstange, am anderen die Stangen für die Speise- und Kaltwasserpumpe und das Gestänge für das Pumpwerk. Wirkt die Maschine einfach, so trägt dieses Gestänge noch ein Gewicht, das beim Niedergehen das gehobene Wasser fortdrückt.

2) Die Woolf'schen Maschinen (Fig. 421) haben fast dieselbe Anordnung

Fig. 420.

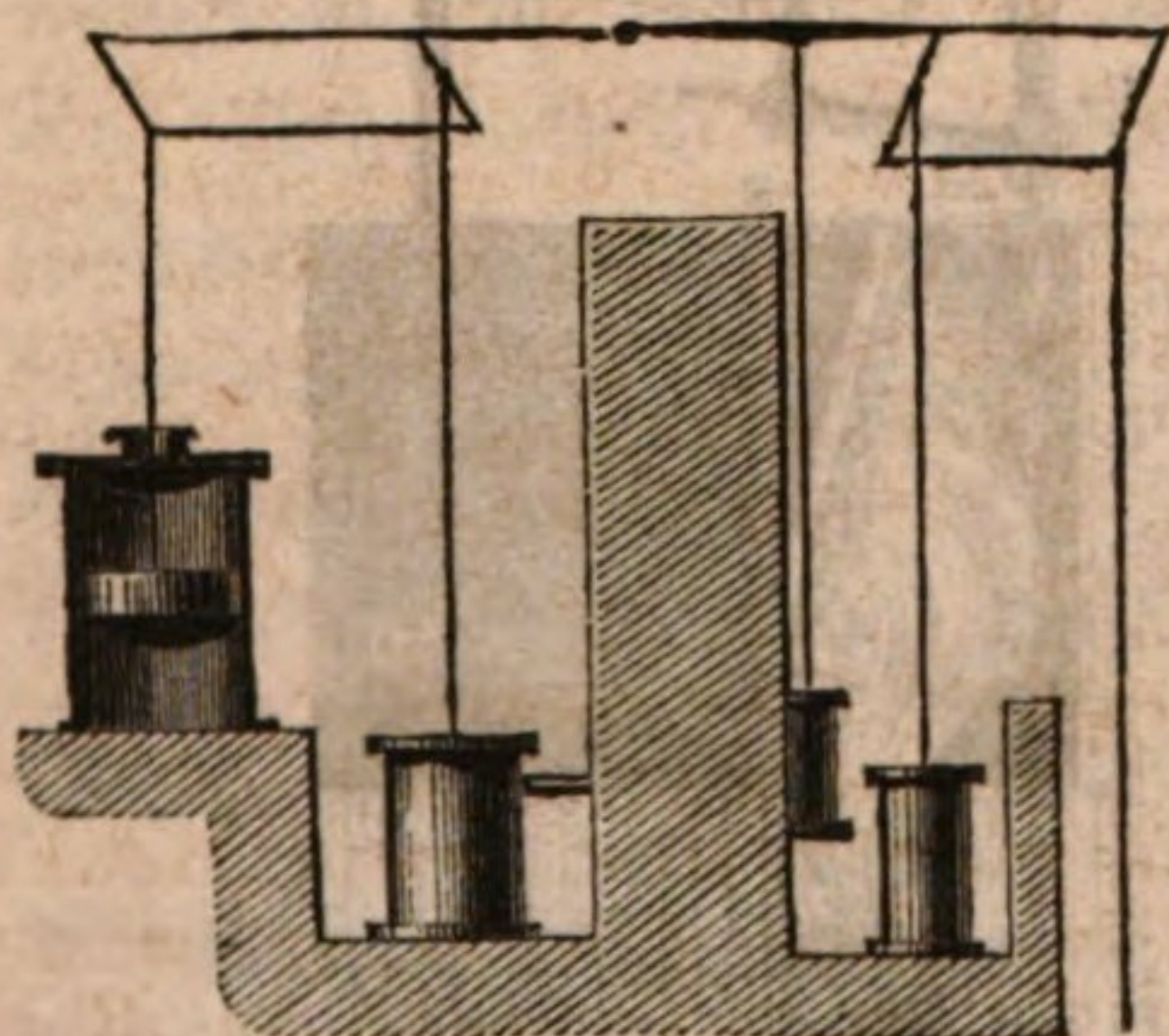
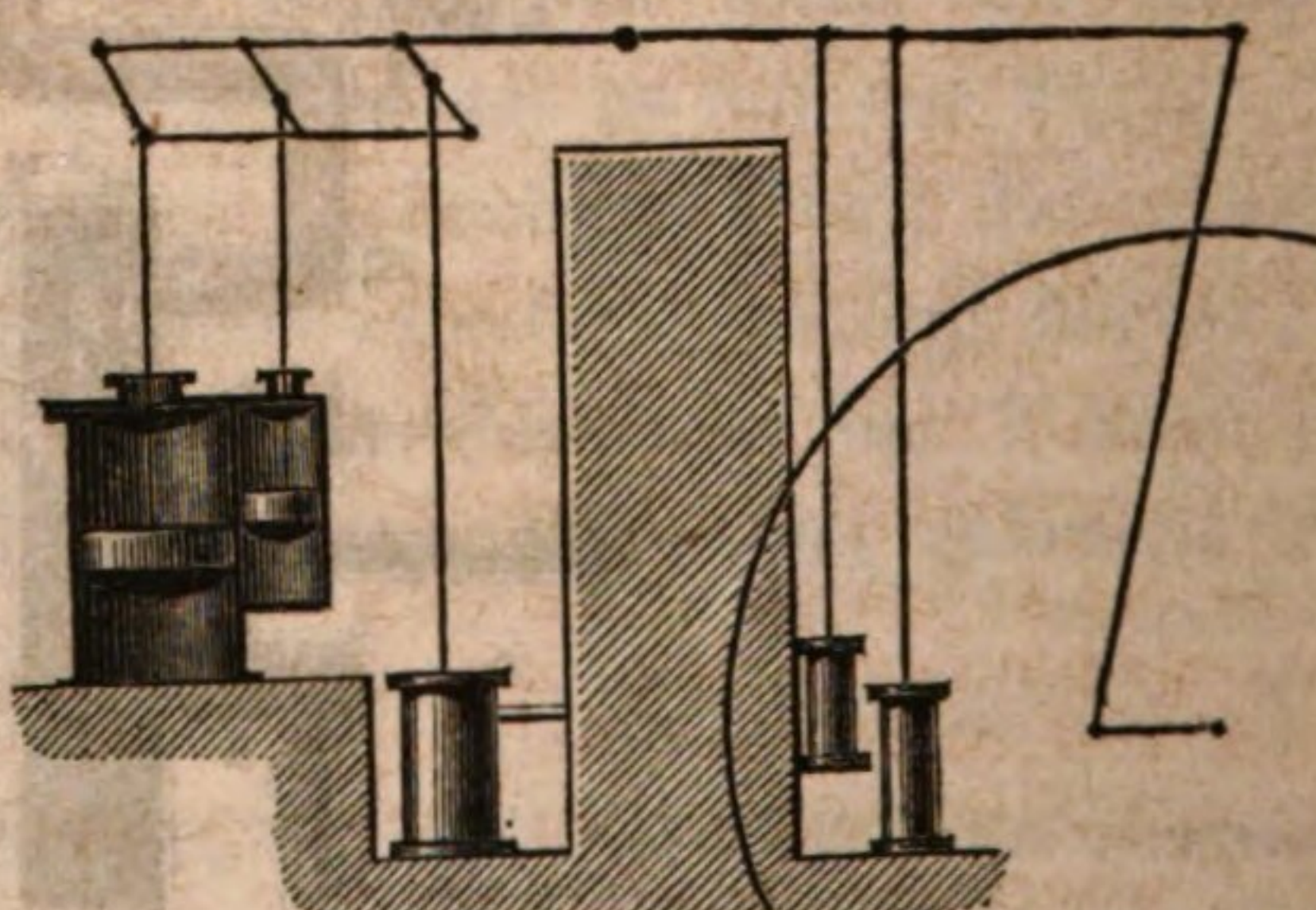


Fig. 421.



als die Watt'schen, nur haben sie zwei mit einander verbundene Dampf-cylinder. Der grössere Cylinder (Expansioncylinder) steht am Ende des Balanciers, der kleinere (Volldruckcylinder) neben ihm, nach dem Drehpunkt des Balanciers zu.

3) Die Maschinen von Evans mit wackelndem Balancier (Fig. 422). Der Balancier hat einen beweglichen Drehpunkt; die Geradföhrung wird durch einen Gegenlenker hervorgebracht, dessen Drehpunkt mit der Kolbenstange in derselben Vertikalebene liegt und dessen Länge gleich dem entsprechenden Abschnitt des Balanciers ist. Der kürzere Arm des letzteren trägt nur die Stange zur Kaltwasserpumpe. (Lässt man den kurzen Arm des Balanciers fort, so heisst die zur Geradföhrung dienende Construction das Evans'sche Parallelogramm.

Fig. 422.

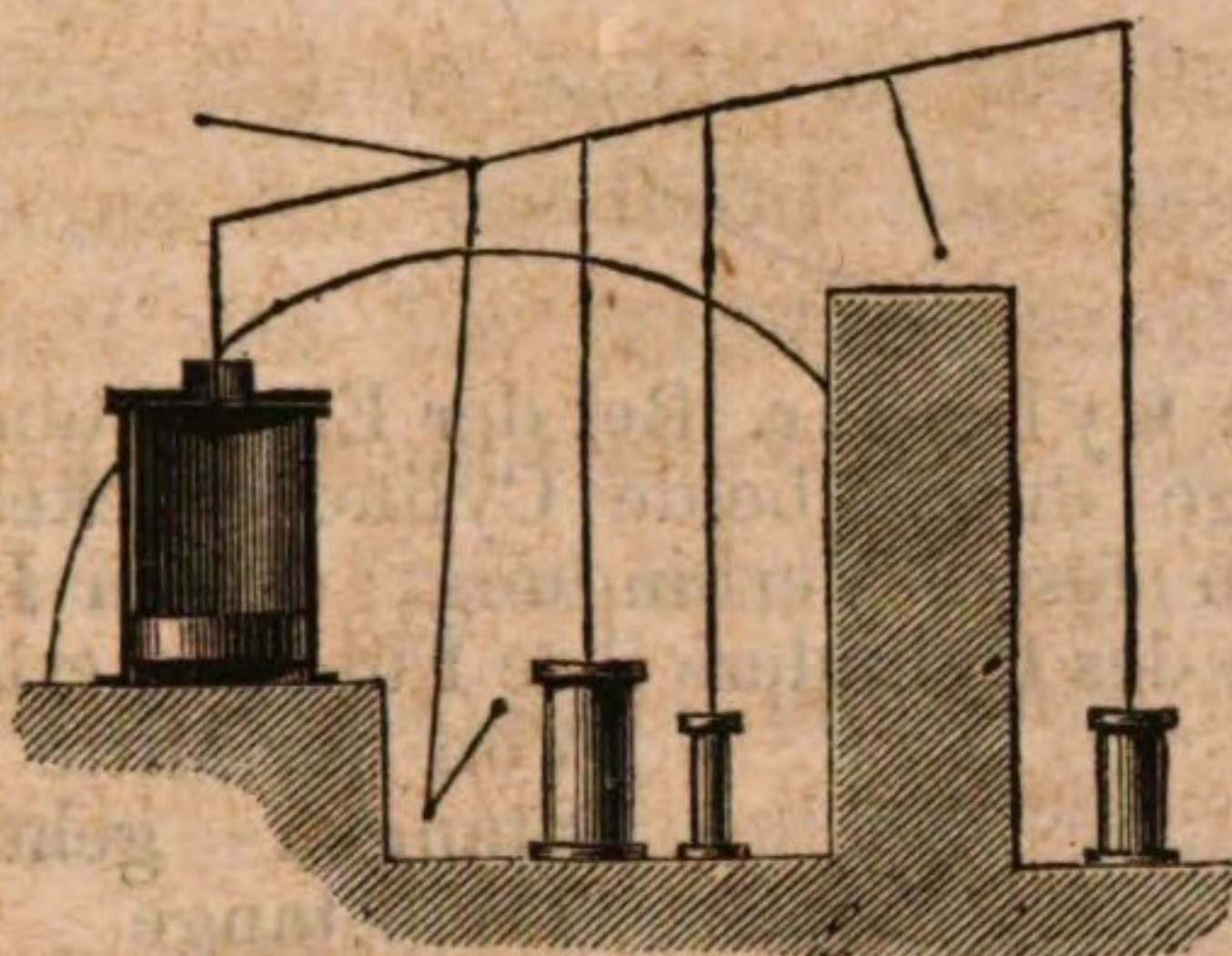


Fig. 423.

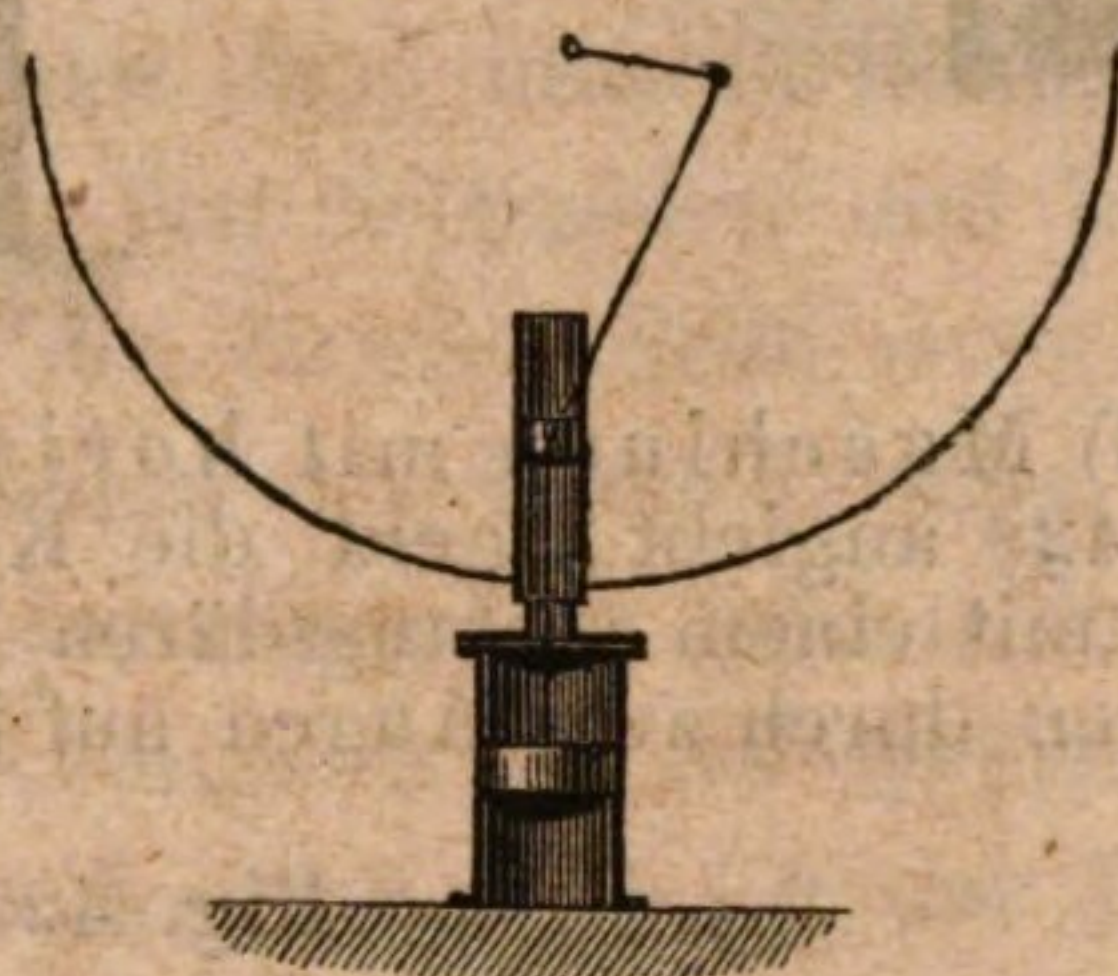


Fig. 424.

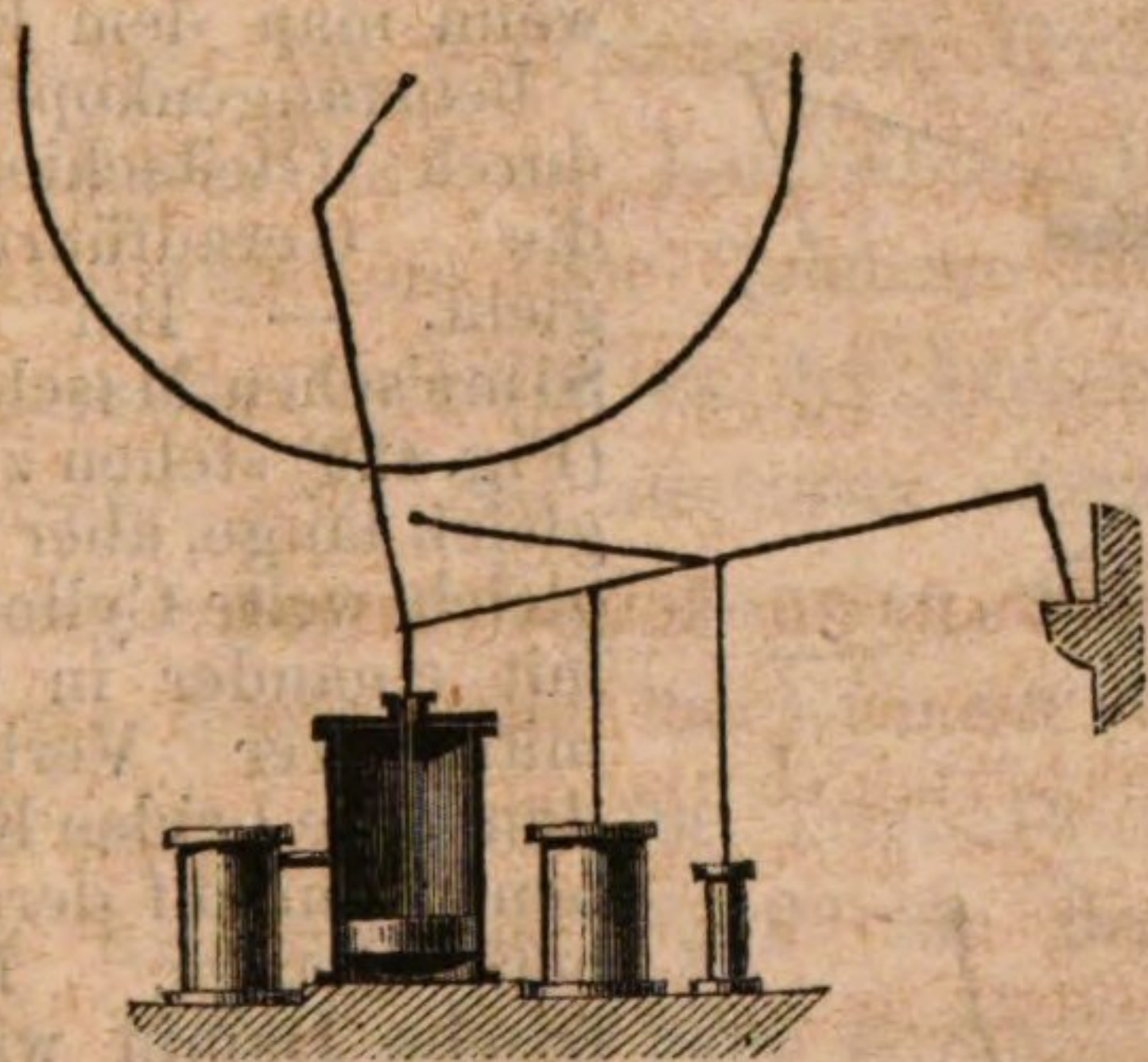
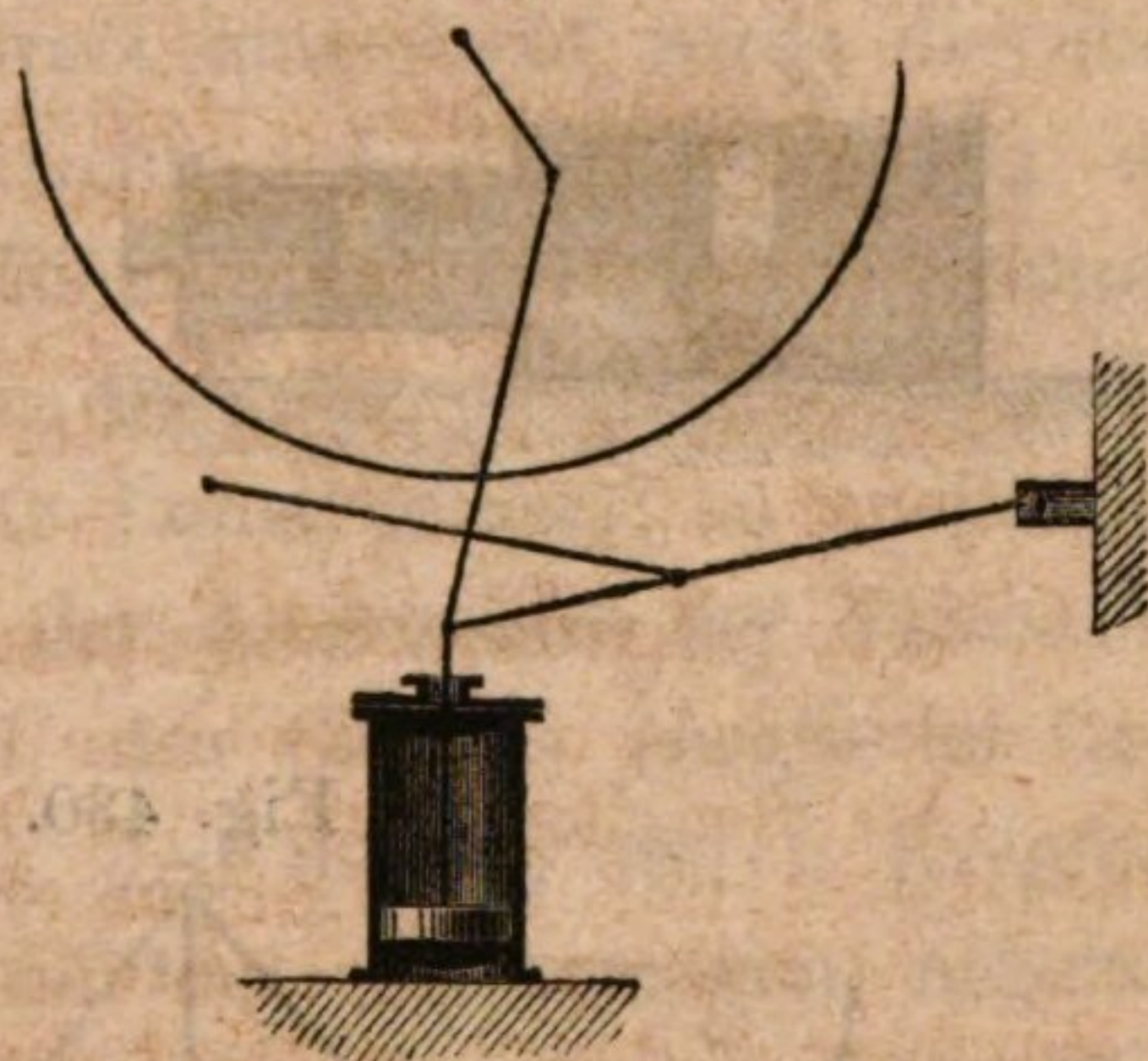


Fig. 425.



4) Maschinen ohne Balancier. Bei Fig. 423 erhält der Kopf der Kolbenstange seine Geradföhrung durch zwei parallele Gleitschienen, bei Fig. 424 durch das Evans'sche Parallelogramm. Hier trägt die eine Lenkerstange die Kolbenstange für Luftpumpe und Speisepumpe; auf der anderen Seite des Cylinders steht der Condensator, der das kalte Wasser in Folge der in ihm stattfindenden Luftverdünnung selbstthätig ansaugt. Fig. 425 giebt eine ähnliche Aufstellung an mit veränderter Geradföhrung; der Drehpunkt des längeren Lenkers kann sich zwischen zwei horizontalen Schienen verschieben. Man kann die Geradföhrung auch durch zwei gleiche Lenkerstangen mit festem Drehpunkte und beweglichem Verbindungsstück, in dessen Mitte die Kolbenstange angehängt wird, herstellen.

5) Maschinen ohne Schwungrad. Fig. 426 zeigt die Einrichtung einer Wasserhebungsmaschine mit directem Zug; die Kolbenstange ist abwärts gerichtet und trägt das Pumpengestänge; ein einarmiger Hebel ist zur Bewegung der Steuerstange und Speisepumpe seitwärts angehängt. Fig. 427 zeigt eine Fördermaschine für geringe Höhen. Die Kolbenstange geht in eine

Zahnstange über, die in ein Getriebe eingreift; auf der Welle des Getriebes sitzt die Seiltrommel. Ist die Peripherie des Getriebes gleich der Hubhöhe des Kolbens, so ist die Förderhöhe gleich der Peripherie der Seiltrommel.

Fig. 426.

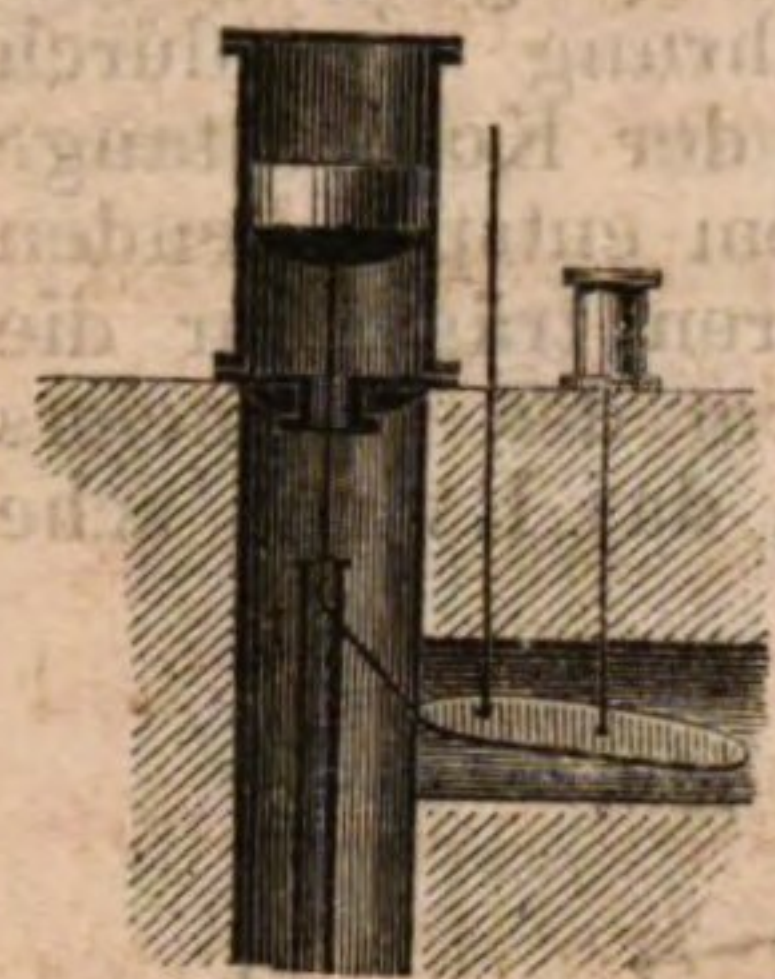
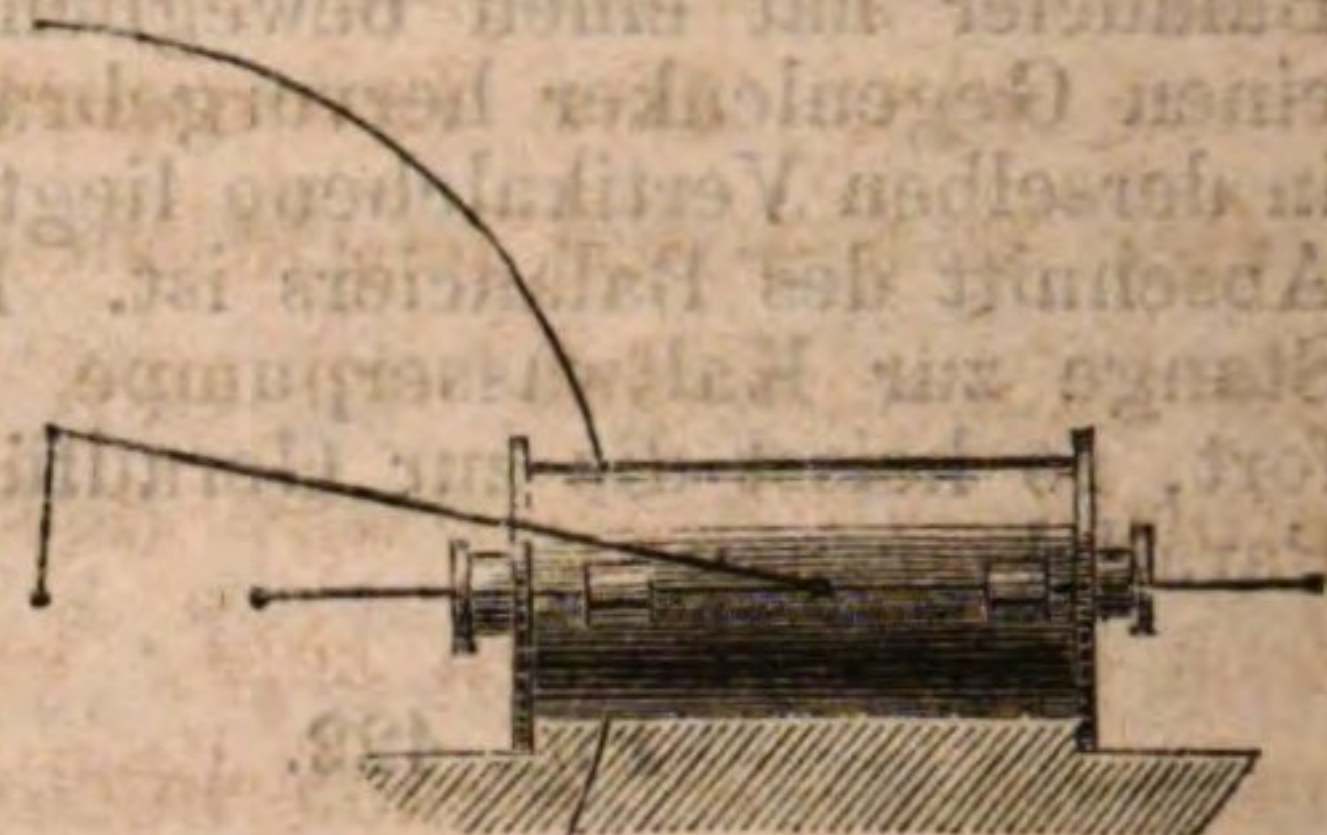


Fig. 427.



Fig. 428.

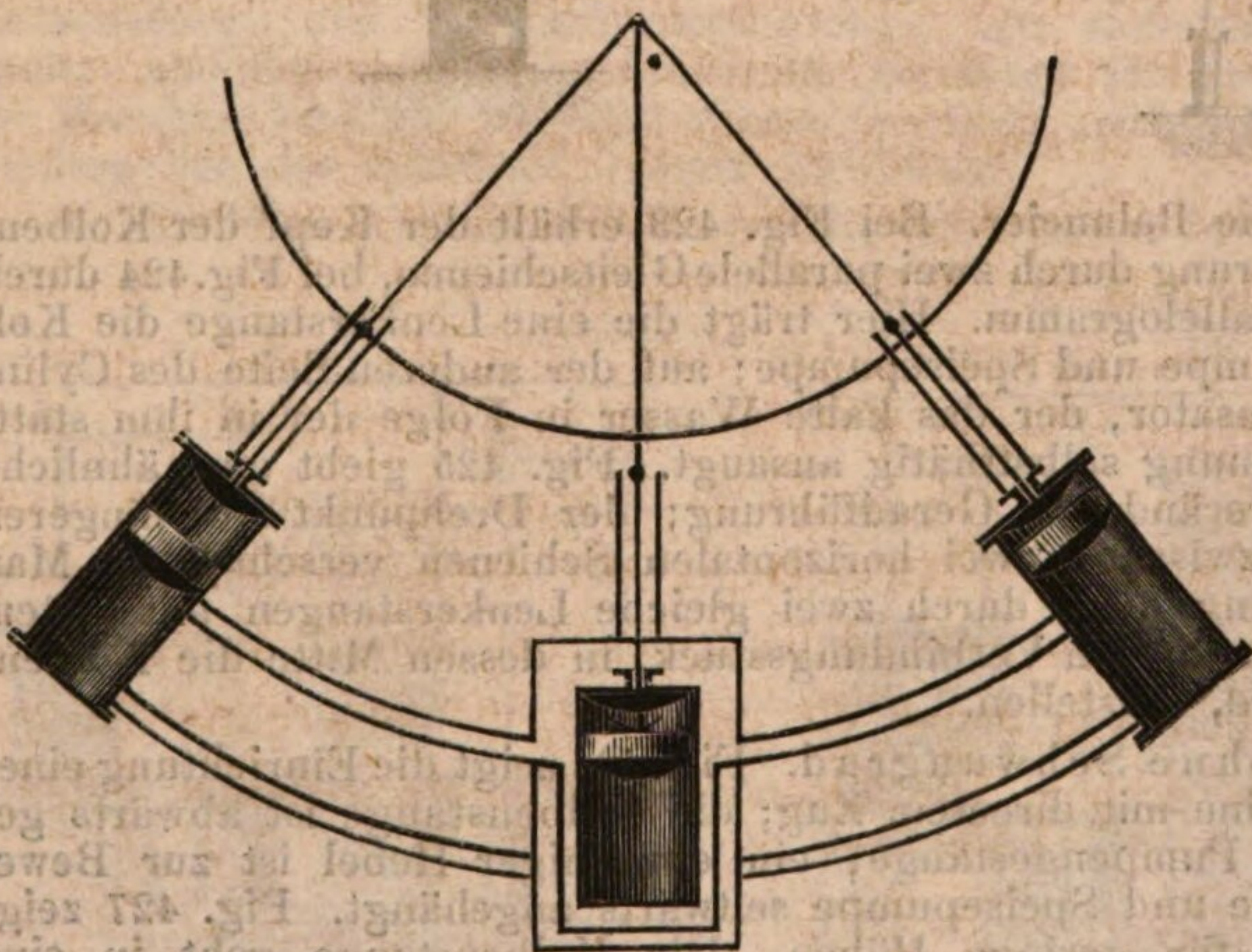


6) Maschinen mit horizontalem Cylinder. Bei der Einrichtung, die Fig. 428 angiebt, geht die Kolbenstange durch beide Cylinderdeckel und steht mit einem rectangulären Rahmen in fester Verbindung, dessen Längs-
stangen durch zwei Augen auf jeder Seite des Cylinders ihre Führung erhalten.

Fig. 429.



Fig. 430.



Von der Mitte dieser Stangen geht die Treibstange aus. Diese Einrichtung ist compendiöser, als wenn man dem Kolbenstangenkopfe durch Gleitschienen die Geradföhrung giebt. — Bei der Sims'schen Maschine (Fig. 429) stehen zwei gleich lange, aber ungleich weite Cylinder mit einander in unmittelbarer Verbindung, die beiden Kolben sitzen auf derselben Stange. Der frische Dampf wirkt mit Volldruck gegen den kleinen Kolben, wirkt dann expandirend gegen den grossen und strömt zuletzt in den Condensator. Der Raum zwischen beiden Kolben steht mit dem Condensator in constanter Verbindung.

7) Finks Dampfmaschine mit zwei rechtwinklig zu einander gestellten Dampfcylindern (Fig. 430). Die beiden Bleuel-

stangen greifen die Kurbel gleichzeitig mit der Zugstange für die Luftpumpe an, diese steht im Condensator, der das kalte Wasser selbstthätig ansaugt. Nur zwei Excentriks bewirken die Bewegung der Vertheilungs- und Expansions-scheibe; das eine treibt noch die Speisepumpe, das andere eine andere Pumpe für den Fabrikbetrieb.

Eine Maschine mit oscillirendem Cylinder ist in Fig. 406 angegeben.*)

§ 418. **Die Locomotive.** Fig. 431.

Der in § 406,5 beschriebene Kessel ist fest mit einem aus zwei starken Langschwelen und zwei starken Querschwelen gebildeten Rahmen A verbunden; getragen wird dieser Rahmen von den Radaxen, deren wenigstens drei vorhanden sind, in der Art, dass sich auf den oberen Theil der Zapfenlager (Schmierbüchsen) dieser Axen einer starke Feder mittelst eines Bolzens stützt, an welche der Rahmen dann mittelst Hängeeisen aufgehängt ist. Die Räder sind mit den Axen fest verbunden und haben, um nicht von den Schienen abzugleiten, an der inneren Seite einen vorspringenden Rand (Spurkranz). Zu beiden Seiten des Rauchkastens, also am vorderen Theile des Rahmens, sind mit demselben die beiden Dampf-cylinder B verbunden; das Ende der Kolbenstange trägt ein Querhaupt, das zwischen den parallelen Schienen eines Leitrahmens (in der Figur nicht angegeben) seine Geradföhrung erhält; von einem Auge dieses Querhaupts geht die Triebstange C aus, durch welche ein Räderpaar D mit seiner Axe E (Triebräder, Triebaxe) direct umgedreht wird; die übrigen Räder heissen Laufräder. In Rücksicht auf die Verbindung der Triebstange mit der Triebaxe unterscheidet man zwei Constructionen. Liegen die Cylinder an der Aussenseite des Gestells (ursprünglich amerikanische, jetzt fast allgemein angenommene Construction), so greifen die Triebstangen in Kurbelwarzen, welche an der Aussenseite der Triebräder liegen; liegen aber die Cylinder innerhalb des Gestells (englische Construction), so hat die Triebaxe zwischen den Rädern durch Kröpfung zwei Krummzapfen F_1 F^1 für den Eingriff der Triebstangen erhalten. Beide Kurbelwarzen oder Krummzapfen haben von einander einen Winkelabstand von 90° , deshalb steht der eine Dampfkolben am Ende seiner Bahn, wenn der andere in der Mitte der seinigen steht, und wenn die eine Triebstange in ihrem todten Punkte steht, steht die andere im Maximum ihrer Wirksamkeit. (Vergl. § 279.) In dem Dampfrohr G, das sich später der beiden Cylinder wegen in zwei Arme theilt, befindet sich der Regulator H zur beliebigen Abänderung der Dampfströmung. Gewöhnlich besteht derselbe aus zwei aufeinander liegenden, gleichmässig durchbrochenen Scheiben, von denen die eine fest, die andere mittelst der Welle I und Kurbel K drehbar ist. Liegen die Oeffnungen beider Schei-

*) Ueber Fig. 425, 426, 430 siehe Wiebe's Skizzenbuch, Heft 10, 7, 4.

ben auf einander, so ist die Dampfströmung ungehindert; liegen die massiven Theile der einen auf den Oeffnungen der andern, so ist die Strömung unterbrochen, in den Zwischenlagen aber mehr oder weniger

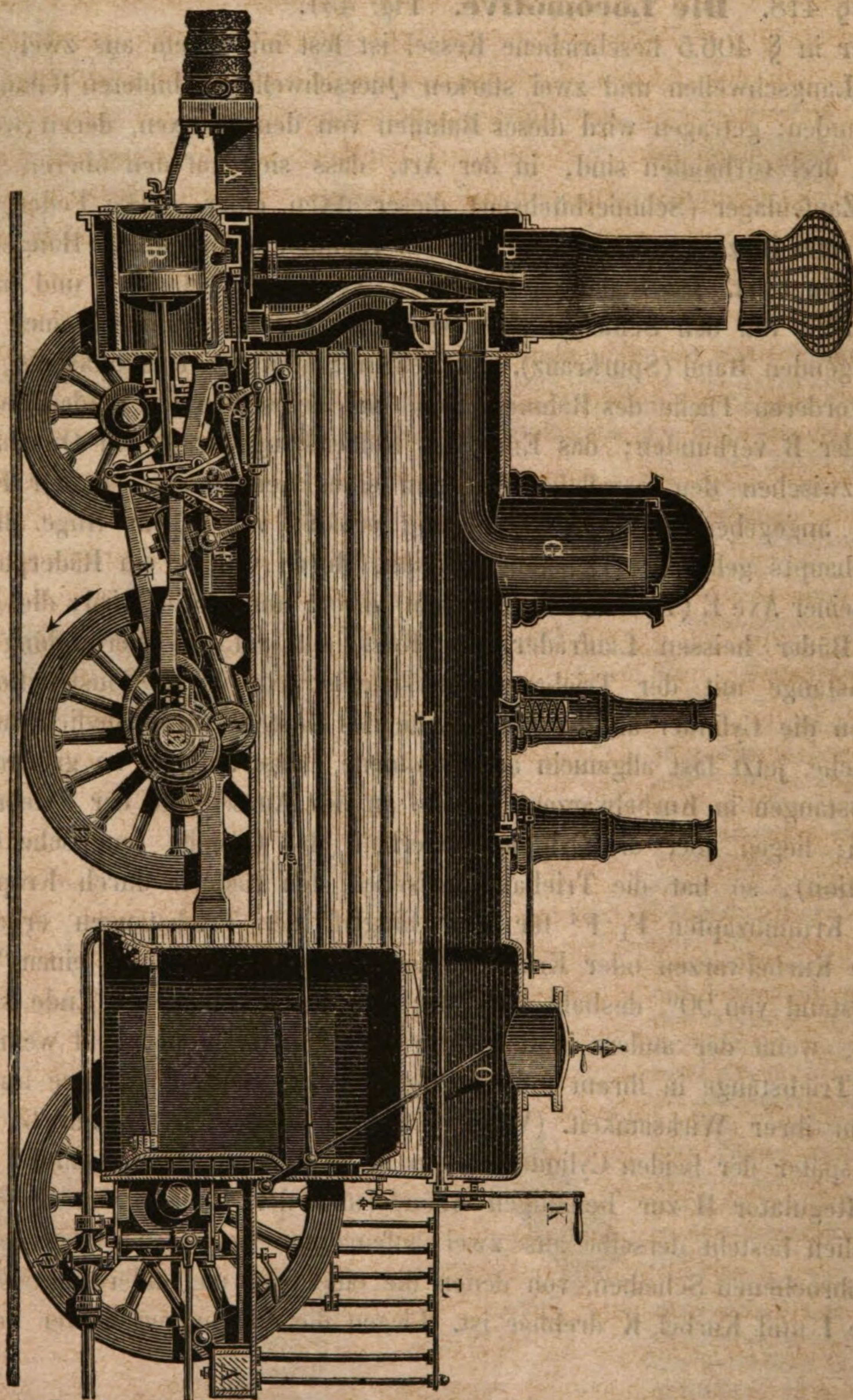


Fig. 431.

gehindert. Die Kurbel K ist vom Standpunkte des Führers (der Gallerie I.) aus zu regieren. Die innere Dampfsteuerung ist die gewöhnliche mittelst eines Muschelschiebers, die äussere ist eigenthümlich eingerichtet, weil die Möglichkeit gegeben sein muss, die Locomotive vor- und rückwärts laufen zu lassen. Für jede Bewegungsart befindet sich ein besonderes Excentrik auf der Treibaxe, welche beide entgegengesetzte Lagen gegen den Kurbelradius haben, d. h. die Excentricitätslinie des einen liegt um denselben Winkel vor dem Kurbelradius, um welchen die des anderen hinter demselben liegt. Wegen des Voreilens des Schiebers ist dieser Winkel ein stumpfer. Die beiden Excenterstangen M, N müssen nun abwechselnd mit der Schieberstange in Verbindung gebracht werden können. Die Figur zeigt die früher gebräuchliche Klauensteuerung. Die Schieberstange ist durch das Gelenk a mit dem zweiarmigen Hebel b c d verbunden, der an seinem unteren Ende zwei sich gegenüberstehende Zapfen trägt. Die Enden der Excenterstangen tragen Gabeln, von welchen jedesmal eine einen jener Zapfen erfasst haben muss. Soll eine Umsteuerung eintreten, so muss plötzlich die eine Gabel ausgelöst werden, und die andere Gabel muss den andern Zapfen des Hebels b c d erfassen. Die eine Excenterstange muss sich also senken, die andere gleichzeitig heben. Diese Bewegung wird nun bewirkt durch die beiden unter sich und mit den Excenterstangen verbundenen Winkelhebel e, f, durch die Zugstange g und den Rückhebel O, der von der Gallerie aus erfasst werden kann. Bei der Stellung der Theile, wie sie die Figur angiebt, tritt der Dampf hinter den Kolben und schiebt ihn nach vorn, und da die Kurbel F oben steht, so bewegt sich auch die Locomotive vorwärts. Wollte man aber vor der Dampfzuleitung den Rückhebel O zurücklegen (nach rechts hin), so würde die Klaue der Stange M den Hebelzapfen loslassen, die Klaue der Stange N würde sich heben, ihr rechter Schenkel würde den Zapfen c streifen, nach links bewegen und dadurch den Vertheilungsschieber zurückziehen. Der Dampf würde nun vor den Kolben treten und die Locomotive zurückschieben. Findet die Umsteuerung während der Fahrt statt, so kann zunächst nur die Schieberbewegung umgekehrt werden, während die Locomotive in Folge ihrer Trägheit ihre erste Bewegung noch fortsetzt, auch die Treibräder und Kolben behalten diese Bewegung vorläufig noch bei. Der Kolben hat aber den frischen Dampf stets vor sich, wodurch eine stark hemmende Gegenwirkung entsteht. Bei stark gespanntem Dampf und schneller Bewegung der Locomotive kann die Umsteuerung auch bewirken, dass die Triebräder rückwärts umlaufen, während die Locomotive nach vorwärts geht; in diesem Falle liegt die Hemmung in der Reibung der Triebräder auf den Schie-

nen. — Der gebrauchte Dampf strömt durch die beiden Ableitungsröhren in das Blaserohr P, dessen conische Mündung im Anfange des Schornsteins steht. Der ausströmende Dampf reisst im Schornsteine die aus den Feuerröhren kommenden Verbrennungsproducte mit sich fort und bewirkt dadurch den zur Verbrennung nöthigen Zug. Da die Oeffnung des Aschenraumes nach vorn gerichtet ist, so wird dadurch der Eintritt der Luft während der Bewegung der Locomotive befördert. Um den zu starken Luftzug am Herde zu mildern, kann von dem Standpunkte des Führers aus ein Schieber (Register) an der Seite der Rauchkammer geöffnet werden, oder man verschliesst die Oeffnung des Aschenfalls durch eine dort befindliche Klappe mehr oder weniger. An jeder Seite der Locomotive befindet sich noch eine Speisepumpe mit Brahmakolben und mit zwei Druckventilen; die Saugröhre erhält das Wasser aus dem Wasserbehälter, der sich auf dem Tender, einem der Locomotive unmittelbar folgenden Wagen, der auch das nöthige Heizmaterial trägt, befindet. Ein von der Gallerie leicht zu bewegender Hahn Q kann die Strömung des Wassers im Saugrohr leicht unterbrechen. Die Pumpenstange ist entweder an das Querhaupt der Dampfkolbenstange angehängt, oder steht mit einem Excenter in Verbindung.

Der Kessel der Locomotive trägt auch die bei den gewöhnlichen Dampfmaschinenkesseln vorkommenden Nebentheile, wie Wasserstandszeiger, Probirhähne, Sicherheitsventile, Manometer, Signalpfeife, Mannloch. Die Ventile aber haben Federbelastung und die Manometer sind aus Metall angefertigt. Jede Querschwelle des Rahmens trägt an der äusseren Seite zwei elastische Puffer, durch welche die Heftigkeit des Stosses der Locomotive gegen einen Wagen gemildert werden soll. —

Fig. 432.

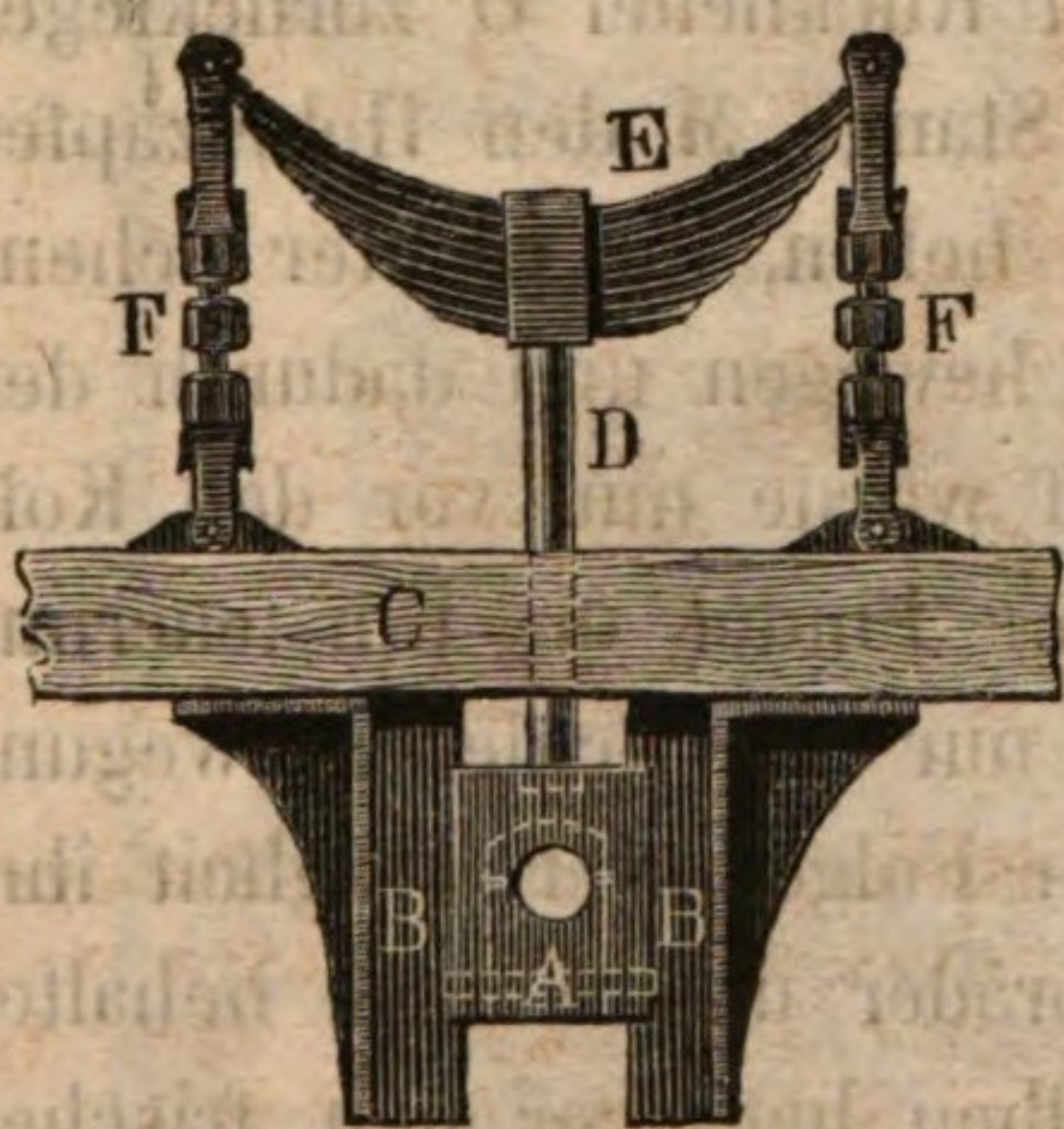
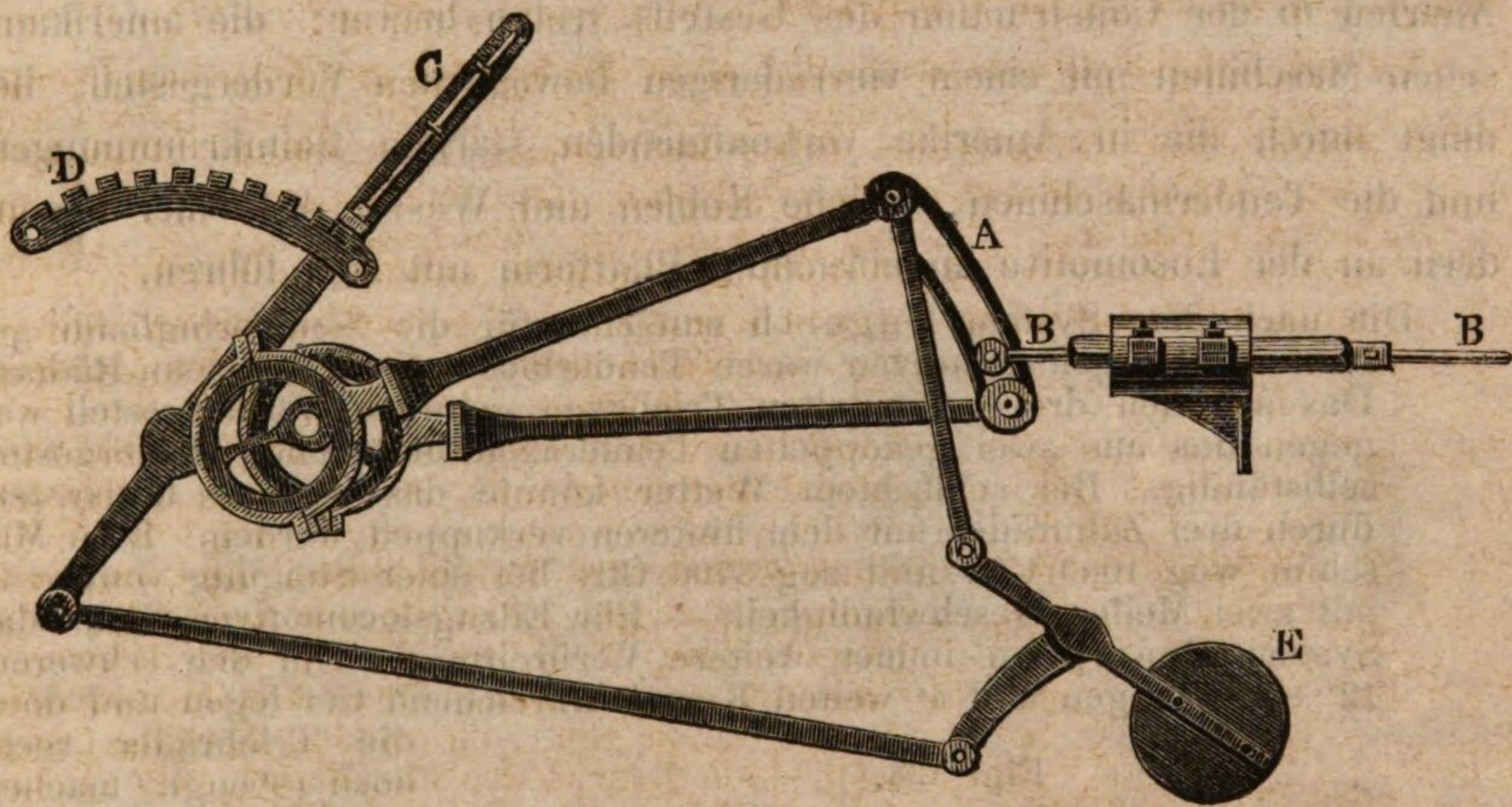


Fig. 432 giebt die Aufhängung des Rahmens näher an. A ist die Schmierbüchse, der obere Theil mit der eingelegten Lagerschale von Bronze legt sich auf den Axenzapfen, der Lagerdeckel wird von unten dagegen gelegt und durch einen Querbolzen festgehalten. Die Schmierbüchse kann sich zwischen den Leitungsplatten (Axenhaltern) B, B, welche an dem Rahmen C festsitzen, verschieben. D ist der Tragebolzen, der mit einem Ring die aus 10—20 Stahlstreifen bestehende Druckfeder E umfasst. Die Trageisen F, F bestehen aus zwei Bügeln mit eingeschalteter Schraube, wodurch sich ihre Länge reguliren lässt. Die Höhe der Laufräder, sowie der gewöhnlichen Eisenbahn-Wagenräder ist $3-3\frac{1}{4}'$, ihre Breite etwa $4''$; der Spurkranz ist $1\frac{1}{2}''$ hoch, die äussere Radfläche ist aber nicht

cylindrisch, sondern schwach conisch, etwa in dem Verhältniss von $\frac{1}{20}$, damit bei der Bewegung in Bahncurven kein Gleiten der Räder entstehe. Zwischen den Spurkränzen und den Schienen bleibt noch ein Spielraum von etwa $\frac{3}{4}''$. Die Höhe der Triebräder ist bei Eilzugslocomotiven am grössten, oft bis $8'$, bei Frachtlocomotiven aber am kleinsten. — Die rotirende Bewegung der Triebräder setzt sich nur deshalb in eine fortschreitende Bewegung der ganzen Locomotive um, weil die Bahnschienen einer nur rotirenden Bewegung

der Triebräder einen Reibungswiderstand entgegensetzen würden; deshalb kann die wirksame Zugkraft der Locomotive die Grösse dieses Reibungswiderstandes nicht überschreiten; diese Grösse aber hängt theils vom Reibungscoefficienten, theils von der Grösse der Belastung der Triebräder ab. Daher muss die Anordnung der Axen so getroffen sein, dass man den grössten Theil vom ganzen Gewicht des Kessels auf die Triebaxe wirken lassen kann. Innerhalb gewisser Grenzen kann man diese Belastung durch Anziehen oder Lösen der Schrauben in den Hängeeisen reguliren. Der Reibungscoefficient ist bei trocknen Schienen etwa $\frac{1}{6}$, sinkt aber bei nassen und schmutzigen Schienen oft auf $\frac{1}{12}$ herab; da nun der ungünstige Werth desselben vorzugsweise im Winter stattfinden wird, so giebt man gern den Triebrädern im Winter eine grössere Belastung als im Sommer. Reicht aber, wie bei Fracht- und Gebirgslocomotiven die Steigerung in der Belastung der Triebräder allein nicht aus, um den nöthigen Widerstand auf den Schienen zu geben, so koppelt man zwei oder alle drei Paar Räder, wodurch dann der ganze auf diesen Rädern ruhende Druck nutzbar wird. Die Koppelung geschieht durch Koppelstangen, die an je zwei gleich gestellten Kurbelwarzen der Räder angehängt sind; die gekoppelten Räder müssen gleich gross sein. — Für die Stabilität der Locomotive ist es von Vortheil, wenn der Schwerpunkt des Ganzen so tief wie möglich liegt; deshalb empfiehlt sich auch die Construction mit aussenliegenden Cylindern vor der mit innen liegenden. — Anstatt der Klauensteuerung wendet man jetzt die Stephenson'sche Coulissee (Fig. 433) an; dieselbe ist aus der Klauenvorrichtung in der

Fig. 433.



Art hervorgegangen, dass man die beiden Klauen mit ihren Oeffnungen gegen einander gestellt, die Gabelenden derselben aber durch zwei Kreisbogen zu einem Rahmen A, der eigentlichen Coulissee, vereinigt hat. Die Coulissee umschliesst den Kopf der Schieberstange BB und kann an ihm auf- und abgleiten, so dass dieser Stangenkopf an dem unteren oder oberen Ende der Coulissee steht, was der einen oder anderen Bewegung der Locomotive entspricht. Die Zeichnung zeigt, wie die Coulissee durch Stangen und Hebel mit dem Rückhebel C verbunden ist. Die Stephenson'sche Coulissee bietet aber ausser der sicheren Umsteuerung noch den Vortheil, dass sie als Expansionssteuerung dient; wird sie nämlich so gestellt, dass der Kopf der Schieberstange nicht am Ende der Coulissee steht, sondern zwischen dem Ende und der Mitte, so erhält der Schieber einen kleineren Spielraum und modificirt

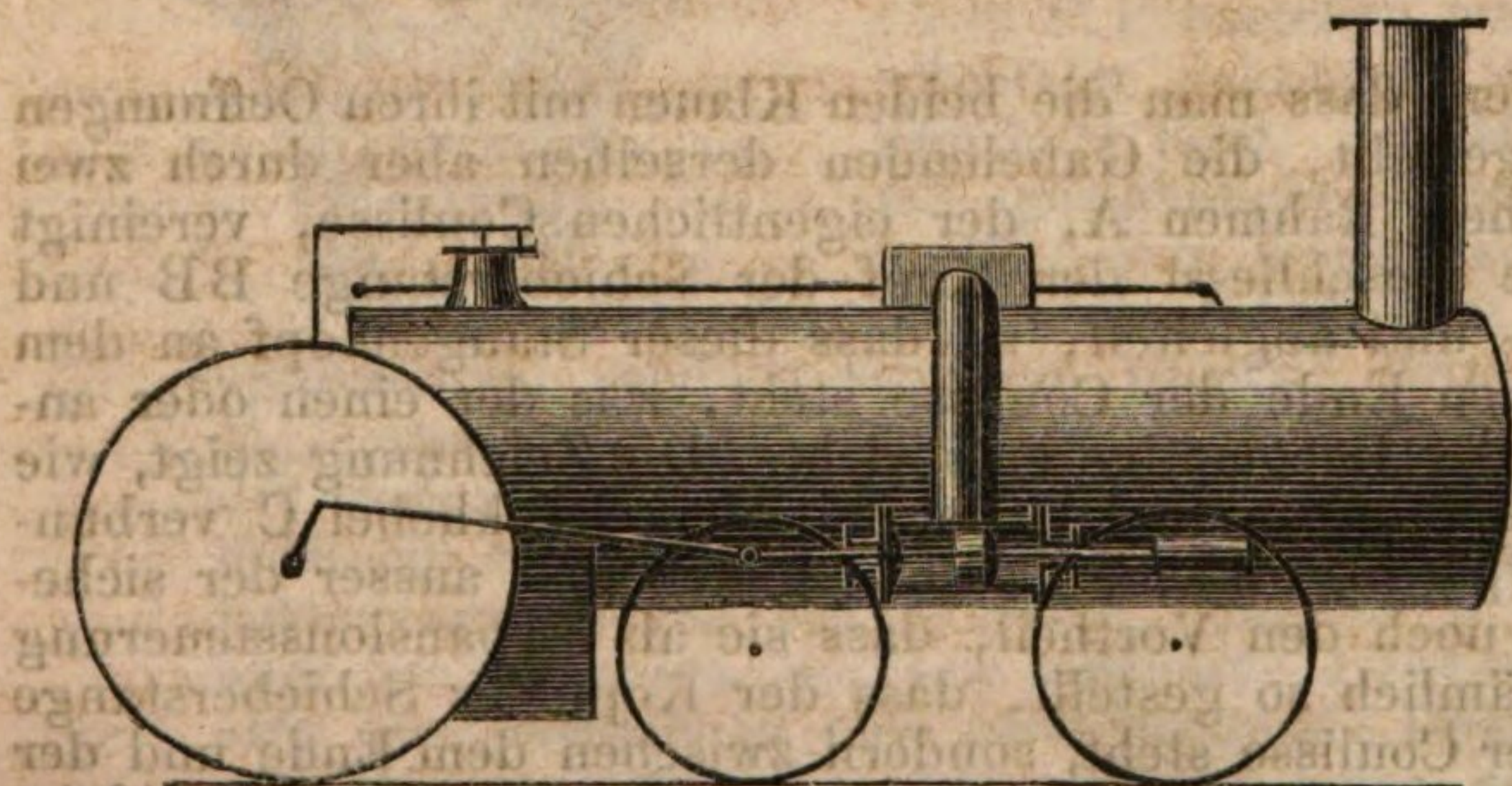
dadurch den Einfluss des Dampfes; steht der Schieberkopf in der Mitte der Coulisse, so erhält der Schieber nur eine ganz kleine Bewegung, bei welcher die Dampfzuleitung ganz unterbrochen ist. Zur beliebigen Feststellung des Rückhebels und also auch der Coulisse dient der gezahnte Bogen D, in welchen eine am Handgriff des Rückhebels angebrachte Sperrstange eingreift. E ist ein Gegengewicht, welches die Coulisse in der normalen Lage zu erhalten sucht.

§ 419. Hauptarten der Locomotiven.

Eine Locomotive soll eine gewisse Zugkraft mit einer gewissen Geschwindigkeit verbinden; man kann nun jede dieser beiden Anforderungen, aber nur auf Kosten der andern, steigern, woraus sich zwei besondere Arten von Locomotiven ergeben: Eilzugslocomotiven für grosse Geschwindigkeiten bei verhältnissmässig geringer Zugkraft, und Fracht- oder Gebirgslocomotiven für grosse Zugkraft bei verhältnissmässig geringer Geschwindigkeit. Werden die Anforderungen an eine Locomotive überhaupt gesteigert, so ist damit eine Vermehrung des Dampfverbrauchs und also eine Vergrösserung des Kessels unmittelbar gegeben. Die Eilzugslocomotiven verlangen nun grosse Triebräder und kleine Cylinder, die Frachtlocomotiven aber grosse Cylinder und kleine, mit den Lauf- rädern gekoppelte Triebräder und zugleich hohe Dampfspannung. — Als Abarten in der Construction des Gestells treten hervor: die amerikanischen Maschinen mit einem vierräderigen beweglichen Vordergestell, bedingt durch die in Amerika vorkommenden starken Bahnkrümmungen, und die Tendermaschinen, welche Kohlen und Wasser auf einer besondern an der Locomotive angebrachten Plattform mit sich führen.

Die nach dem System Engerth zunächst für die Semmeringbahn gebauten Gebirgslocomotiven waren Tenderlocomotiven mit zehn Rädern. Das aus den drei gekoppelten Triebaxen gebildete Vordergestell war gegen das aus zwei gekoppelten Tenderaxen bestehende Hintergestell selbständig. Bei schlechtem Wetter konnte das vordere Radsystem durch drei Zahnräder mit dem hinteren verkuppelt werden. Eine Maschine wog 1000 Ctr. und zog 3700 Ctr. bei einer Steigung von 1:40 mit zwei Meilen Geschwindigkeit. — Für Eilzugslocomotiven findet das System Crampton immer weitere Verbreitung. Um den schweren, 12' engl. langen und 4' weiten Kessel hinreichend tief legen und doch

Fig. 434.



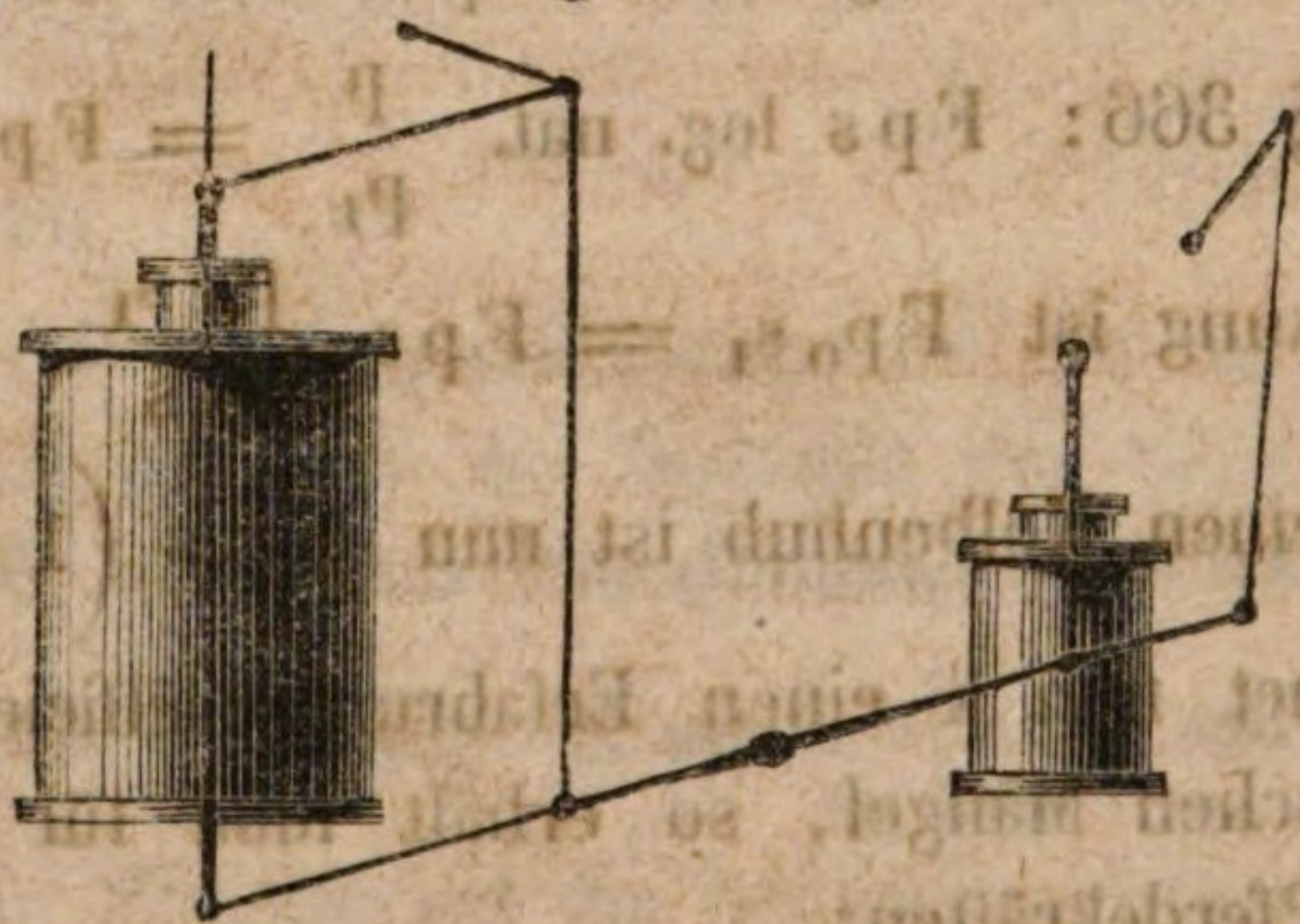
die Triebräder recht hoch (8' engl.) machen zu können, wird die Triebaxe hinter den Feuerkasten gelegt (Fig. 434). Bei 177 Heizröhren von 12' Länge hat der Kessel eine Heizfläche von c. 1700 QF. Das Dampfrohr durchzieht den ganzen Kessel und hat an seiner oberen Seite eine grosse Anzahl feiner Oeffnungen, in der Mitte des Kessels er-

weitert es sich zu einem Dorn, in welchem die ebenen Regulator-schieber sich befinden, und von welchem die Dampfzuleitungsröhren an der Aussenseite des Kessels zu den Cylindern gehen, die ebenfalls in der Mitte der Kessellänge liegen. Die Speisepumpe liegt in der Verlängerung der Cylinderaxe. Die Steuerexcenter liegen ausserhalb der Räder; sie sitzen auf einem Krummzapfen, der von der Kurbelwarze ausgeht und nach der Radmitte zurückkehrt. Die Federn für die Laufräder liegen unter dem Rahmen; hinten stützt sich der Kessel auf eine Quersfeder, deren Enden sich auf die Axbüchsen der Treibräder stützen. — Locomobilen sind kleine transportable Dampfmaschinen in Locomotivform, die meist zu landwirthschaftlichen Zwecken gebraucht werden. Der Röhrenkessel wird von Fahrrädern getragen; der eine Dampfeylinder liegt in der Regel horizontal auf dem Kessel, und die Kolbenstange setzt mittelst einer Bleuelstange und einer Kurbel eine quer auf dem Kessel liegende Welle in Bewegung, welche die zugleich als Schwungrad dienende Riemenscheibe trägt.

§ 420. Schiffsdampfmaschinen.

1) Die älteren Schiffsmaschinen waren Watt'sche Niederdruckmaschinen mit Condensation; das Schwungrad wurde dadurch ersetzt, dass man zwei Dampfeylinder anbrachte und die durch sie in Angriff genommenen Kurbeln der Schaufelradwelle unter einem rechten Winkel zu einander stellte. Der Balancier lag unter seinem Cylinder, wurde aber aus zwei gleichen und parallel liegenden Stücken gebildet, die sich um dieselbe Axe drehten und den Cylinder zwischen sich hatten. Fig. 435 giebt die allgemeine Anordnung an; von dem anderen Arm des Balanciers wird die Luftpumpe und die Kurbel der Radwelle getrieben. In der neueren Zeit lässt man den Balancier fort und lässt die Bleuelstange direct durch die Kolbenstange treiben, der man entweder durch Gleitschienen oder durch das Evans'sche Parallelogramm eine Geradföhrung giebt; oder man wendet oscillirende Cylinder an, deren Kolbenstangen die Kurbeln unmittelbar treiben. Bei Schraubendampfern liegt die Triebwelle dem Schiffskiel parallel und macht in der Minute 80 — 90 und mehr Umdrehungen; deshalb giebt man den beiden Dampfkolben entweder eine geringe Hubhöhe bei directer Einwirkung auf die Welle, oder man wendet eine Zahnradsübersetzung an, durch welche die Welle 2—3mal während eines Kolbenspiels umgedreht wird.

Fig. 435.



2) Die Schiffsdampfmaschinen übertragen ihre Bewegung entweder auf ein Paar Ruderräder oder auf eine Schraube (Schraubenrad). Die beiden Ruderräder sitzen auf einer gemeinschaftlichen Querwelle und sind ähnlich wie die Schiffmühlenräder (Fig. 340) construirt. Ihre Höhe liegt

nach der Grösse des Schiffs zwischen 10 und 30 F., ihre Umdrehungszahl zwischen 6 und 48; die Schaufeln stehen etwa 3 F. von einander ab, und die einzelne Schaufelfläche ist bei Flussschiffen etwa 0,2, bei Seeschiffen 0,1 des grössten eingetauchten Schiffsquerschnitts. Die Schraubenräder haben 2—4 Flügel in der Gestalt von Kreissectoren, die den Windflügeln ähnlich gestellt sind, deren Fläche aber nach einer Schraubenfläche gekrümmt ist. Das Schraubenrad liegt am Hintertheil des Schiffs, unmittelbar vor dem Steuer und liegt ganz untergetaucht. Der Durchmesser der Schraube liegt zwischen 4 und 15 F. nach der Grösse des Schiffs, die Ganghöhe ist etwa $\frac{5}{4}$ des Durchmessers, die Umdrehungszahl liegt zwischen 40 und 120.

Theorie der Dampfmaschine.

§ 421. Aeltere Theorie.

Diese Theorie geht von der Voraussetzung aus, dass der im Dampfcylinder expandirende Dampf dem Mariotte'schen Gesetze folge. Es bezeichne nun F die Kolbenfläche, s_1 die Hubhöhe, s den Kolbenweg bei offenem Dampfzufluss, n die Anzahl der Kolbenspiele in der Minute, p den Druck des directen Dampfes, p_1 den des expandirten und p_0 den Gegendruck von Seite des Condensators oder der Atmosphäre. Die Volldruckwirkung des Dampfes ist nun $F p s$, die Expansionswirkung ist nach

§ 366: $F p s \log. \text{nat.} \frac{p}{p_1} = F p s \log. \text{nat.} \frac{s_1}{s}$, und die Gegenwir-

kung ist $F p_0 s_1 = F p s \cdot \frac{p_0 s_1}{p s}$. Die theoretische Gesamtwirkung für

einen Kolbenhub ist nun $F p s \left(1 + \log. \text{nat.} \frac{s_1}{s} - \frac{p_0 s_1}{p s} \right)$. Bezeich-

net nun k einen Erfahrungscoefficienten zur Ausgleichung der theoretischen Mängel, so erhält man für den Nutzeffect (E) der Maschine in Pferdekräften:

$$E = k \cdot \frac{n F p s}{30 \cdot 480} \left(1 + \log. \text{nat.} \frac{s_1}{s} - \frac{p_0 s_1}{p s} \right).$$

Die theoretische Dampfmenge (M), die in der Minute verbraucht wird, ist $2 n F s$, nimmt man den unvermeidlichen Dampfverlust zu 10% an, so kann man genauer $M = 2,2 n F s$ setzen. Mit Hülfe der bekannten Dampfspannung p und der Dampftabelle kann man nun diese Dampfmenge in die entsprechende Wassermenge verwandeln.

Die Ungenauigkeit dieser Theorie ergibt sich am einfachsten daraus, dass der Coefficient k sehr abweichende Werthe annimmt. Man setzt nämlich bei Niederdruckmaschinen von 4—8, 10—30, 30—60, 60—100 Pferdekräften, wenn keine Expansion angewendet wird, für k be-

züglich die Werthe: 0,42—0,5; 0,47—0,56; 0,54—0,6; 0,6—0,65; wenn aber Expansion stattfindet, bezüglich 0,3—0,33; 0,35—0,42; 0,42—0,5; 0,55—0,6; bei Hochdruckmaschinen aber setzt man $k = 0,35$ bis 0,4. Hier gelten die kleineren Werthe bei gewöhnlicher, die grösseren bei sorgfältiger Ausführung und Abwartung der Maschinen.

Arbeitet die Maschine ohne Expansion, so ist $s_1 = s$, also $\log. \text{nat. } \frac{s_1}{s} = 0$; wirkt sie ohne Condensation, so ist der Gegendruck gegen

den Kolben $p_0 = 144 \cdot 14,12$. Für $\log. \text{nat. } \frac{s_1}{s}$ kann man auch 2,3026 $\log. \frac{s_1}{s}$ setzen. Für die Expansionswirkung kann man

auch nach der Simpson'schen Regel einen genäherten Ausdruck finden. Der Expansionsweg ist $s_1 - s$, die Anfangsspannung ist p , die Endspannung $p_1 = \frac{p s}{s_1}$, die Spannung auf der Mitte des Weges ist $\frac{2 p s}{s + s_1}$. Hiernach ist die Expansionswirkung $\frac{F (s_1 - s)}{6}$

$$\left[p + 4 \cdot \frac{2 p s}{s + s_1} + \frac{p s}{s_1} \right] = \frac{F p (s_1 - s)}{6} \cdot \frac{s^2 + 10 s s_1 + s_1^2}{s_1 (s + s_1)}. \text{ Hier-}$$

aus würde folgen: $E = k \cdot \frac{n F}{30 \cdot 480} \left[\frac{s_1^3 + 15 s_1^2 s - 3 s_1 s^2 - s^3}{6 s_1 (s + s_1)} p - p_0 s_1 \right]$.

Findet keine Condensation statt und wird die Expansion so angeordnet, dass die Endspannung gleich der atmosphärischen Spannung ist,

dann ist $p_0 s_1 = p s$ und $E = k \cdot \frac{n F p}{30 \cdot 480} \cdot \frac{(s_1 - s) (s^2 + 10 s s_1 + s_1^2)}{6 s_1 (s + s_1)}$

$$= k \cdot \frac{n F s_1}{30 \cdot 480} \cdot \frac{(p - p_0) (p^2 + 10 p p_0 + p_0^2)}{6 p (p + p_0)}.$$

§ 422. Pambour's Theorie.

Pambour geht bei seiner Theorie der Dampfmaschinen von der Annahme aus, dass der expandirende Dampf stets im Zustande der Sättigung bleibe, und dass das Volumen $\mathfrak{B}$ von einem Pfund Dampf von der

Spannung p sich angenähert durch die Gleichung $\mathfrak{B} = \frac{\alpha}{\beta + p}$ aus-

drücken lasse. Dann stützt er seine Theorie auf die beiden unbedingt richtigen Sätze: a) dass im Beharrungszustande die Arbeit der Kraft gleich der Arbeit der Last ist; und b) dass der erzeugte Dampf gleich dem verbrauchten ist. Es bezeichne nun P die Dampfspannung im Kessel, p die Volldrucksspannung im Cylinder, F die Kolbenfläche, s_1 die Hubhöhe des Kolbens, s den Kolbenweg für den Volldruck, a die Cylinderhöhe für den schädlichen Raum, d. h. für den Raum zwischen Kolben und Schieber, wenn der Kolben am Ende seiner Bahn steht. Die Volldruckwirkung des Dampfes für einen Hub ist wieder $F p s$, das anfängliche Volumen des expandirenden Dampfes ist $F (a + s)$, am Ende der Expansion ist dieses Volumen $F (a + s_1)$. Ist nun p_1 die Spannung am Ende der Expansion, so ist zufolge der Pambour'schen An-

nahme: $\frac{F(a+s)}{F(a+s_1)} = \frac{\alpha}{\beta+p} : \frac{\alpha}{\beta+p_1}$, oder $\frac{a+s}{a+s_1} = \frac{\beta+p_1}{\beta+p}$; hieraus folgt $p_1 = (\beta+p) \frac{a+s}{a+s_1} - \beta$. Diese Formel

gibt nicht bloß die Endspannung p_1 , sondern auch die Spannung für jeden beliebigen Augenblick innerhalb der Expansion, wenn man für s_1 den diesem Augenblick entsprechenden Weg des Kolbens setzt. Diese Formel zeigt, dass der Expansionsdruck aus zwei Theilen besteht, von denen der erste Theil dem Volumen $F(a+s_1)$ umgekehrt proportional ist, sich also dem Mariotte'schen Gesetze gemäß verhält, der zweite Theil ($-\beta$) aber constant ist. Wirke der erste Theil allein, so wäre die

Expansionswirkung (nach § 366): $F(\beta+p)(a+s) \log. \text{nat.} \frac{a+s_1}{a+s}$; wirkte der zweite Theil allein, so wäre die Expansionswirkung: $-F\beta(s_1-s)$. Daher ist die ganze Expansionswirkung: $F[(\beta+p)(a+s) \log. \text{nat.} \frac{a+s_1}{a+s} - \beta(s_1-s)]$. Die gesammte Dampfwirkung ist nun

$Fps + F[(\beta+p)(a+s) \log. \text{nat.} \frac{a+s_1}{a+s} - \beta(s_1-s)] = F(\beta+p)(a+s) \left[\frac{s}{a+s} + \log. \text{nat.} \frac{a+s_1}{a+s} \right] - F\beta s_1$. Bezeichnet

nun Q den auf die Flächeneinheit des Kolbens reducirten gesammten Widerstand, so ist FQs_1 die Arbeit dieses Widerstandes bei einem Hube, und aus der Gleichsetzung dieses Werthes mit dem für die Dampfwirkung folgt:

$$1) (\beta+Q)s_1 = (\beta+p)(a+s) \left[\frac{s}{a+s} + \log. \text{nat.} \frac{a+s_1}{a+s} \right].$$

Bezeichnet M das in der Sekunde im Kessel erzeugte Dampfgewicht, so giebt dieses das Dampfvolumen $\frac{\alpha M}{\beta+p}$ von der Dichte des Cylinderdampfs. Kommen nun in der Minute n Kolbenspiele vor, so beansprucht der Cylinder in der Sekunde $\frac{n F(a+s)}{30}$ KF. Dampf. Ist v die mittlere Geschwindigkeit des Kolbens, so ist $v = \frac{n s_1}{30}$. Da das erzeugte und das beanspruchte Dampfvolum gleich sein müssen, so folgt:

$$2) \frac{\alpha M}{\beta+p} = \frac{n F(a+s)}{30} = Fv \cdot \frac{a+s}{s_1}.$$

Eliminirt man aus den Gleichungen 1) und 2) p , so folgt:

$$3) v = \frac{\alpha M}{F(\beta+Q)} \left[\frac{s}{a+s} + \log. \text{nat.} \frac{a+s_1}{a+s} \right], \text{ und}$$

$$4) M = \frac{F v (\beta + Q)}{\alpha \left[\frac{s}{a + s} + \log. \text{ nat. } \frac{a + s_1}{a + s} \right]}.$$

Der reducirte Widerstand Q besteht aus drei Theilen: aus der reducirten Nutzlast q , aus dem Widerstande p_0 gegen die Vorderfläche des Kolbens von Seiten der Atmosphäre oder vom Condensator her und aus der Reibung der Maschine. Diese Reibung ist zum Theil der Nutzlast proportional, und man kann ihren reducirten Werth gleich $b + \varepsilon q$ setzen, wo b die Reibung der leergehenden Maschine und ε ein Erfahrungscoefficient ist. Hiernach ist nun:

$$5) Q = (1 + \varepsilon) q + p_0 + b.$$

Durch Elimination von Q aus 3) und 5) ergibt sich nun die Nutzlast:

$$6) F q = \frac{\alpha M \left[\frac{s}{a + s} + \log. \text{ nat. } \frac{a + s_1}{a + s} \right]}{(1 + \varepsilon) v} - \frac{F}{1 + \varepsilon} (\beta + b + p_0).$$

Ist E der in Pferdekraften ausgedrückte Nutzeffect, so folgt:

$$7) E = \frac{F q v}{480} = \frac{\alpha M}{480 (1 + \varepsilon)} \left[\frac{s}{a + s} + \log. \text{ nat. } \frac{a + s_1}{a + s} \right] - \frac{F v}{480 (1 + \varepsilon)} (\beta + b + p_0).$$

Aus der Gleichung 1) kann man die Volldrucksspannung p im Cylinder finden, dieselbe darf aber nicht grösser als P sein. Der grösste Werth für Q tritt dann ein, wenn $p = P$ und $s = s_1$ ist, es ist dann $Q = P$. Aus 7) sieht man, dass der Nutzeffect E um so grösser ist, je kleiner v ist; bei gegebenem Expansionsverhältniss hat aber v den kleinsten Werth, wenn die Spannung p der Kesselspannung P gleich ist. Ist

$$v_1 \text{ dieser kleinste Werth, so folgt aus 2): } v_1 = \frac{\alpha M}{\beta + P} \cdot \frac{s_1}{F (a + s_1)};$$

$$\text{setzt man diesen Werth in 7) ein, so ist: } E_1 = \frac{\alpha M}{480 (1 + \varepsilon)} \cdot \left[\frac{s}{a + s} + \log. \text{ nat. } \frac{a + s_1}{a + s} - \frac{s_1}{a + s} \cdot \frac{\beta + b + p_0}{\beta + P} \right].$$

Man sieht, der Nutzeffect ist um so grösser, je grösser die Kesselspannung und je kleiner der Gegendruck gegen die Vorderfläche des Kolbens ist; der Effect ist aber auch von dem Expansionsgrad $\frac{s_1}{s}$ abhängig, und es entsteht

daher die Frage, für welchen Werth von s der Werth der $[\]$ ein Maximum ist. Ist s_0 dieser Werth, so giebt die Anwendung unserer

Methode: $s_0 = \frac{\beta + b + p_0}{\beta + P} s_1$.*) Der günstigste Expansionsgrad

*) Giebt $s = s_0$ ein Maximum, so ist folgende Differenz stets positiv: $\left[\frac{s_0}{a + s_0} + \log. \text{ nat. } \frac{a + s_1}{a + s_0} - \frac{c s_1}{a + s_0} \right] - \left[\frac{s}{a + s} + \log. \text{ nat. } \frac{a + s_1}{a + s} - \frac{c s_1}{a + s} \right];$
 hier ist der Kürze wegen $\frac{\beta + b + p_0}{\beta + P} = c$ gesetzt. Diese Differenz geht über in:

ist also $\frac{s_1}{s_0} = \frac{\beta + P}{\beta + b + p_0}$. Setzt man $s = s_0$ in den Ausdruck für E_1 , so erhält man den grössten erreichbaren Nutzeffect: $E_0 = \frac{\alpha M}{480 (1 + \varepsilon)} \log. \text{ nat. } \frac{a + s_1}{a + s_0}$. — Was nun die besonderen Werthe

der einzelnen Buchstaben betrifft, so ist in der Regel $a = \frac{1}{20} s_1$; b soll nach Pambour 1 Pfd. für den Quadratzoll (engl.) betragen; es wäre also nach preussischem Maass $b = 140$ Pfd. auf den Quadratfuss; ε nimmt Pambour $= 0,14$. Bei den Werthen von α und β unterscheidet Pambour hoch und niedrig gespannten Dampf; für niedrig gespannten Dampf (unter einer Atmosphäre) ist, wenn p in Pfunden auf den Quadratfuss genommen wird: $\alpha = 63820$, $\beta = 236,45$; für hochgespannten Dampf ist $\alpha = 67752$, $\beta = 595$. — Für den einfachen Atmosphärendruck vor dem Kolben ist $p = 144 \cdot 14,12 = 2033$; bei guter Condensation kann man den Druck nach Pambour zu 4 Pfd. auf den Quadratzoll nehmen; nach preussischem Maasse wäre dann $p = 560$ Pfd. auf den QF. — Die Güte der Maschine wird durch den Quotienten $\frac{E}{M}$ angegeben. (Güteverhältniss nach Schmidt.) — Das

Verhältniss der Kesselspannung (P) zur Cylinderspannung wird vorzugsweise durch die Stellung der Drosselklappe (oder des Regulirungsventils) bedingt. Ist die Klappe ganz geöffnet, so werden beide Spannungen ganz gleich sein, es wird die Cylinderspannung nur um den geringen Betrag der Widerstände geringer sein, welche der Dampf auf seinem Wege vom Kessel nach dem Cylinder findet. Der absolute Werth dieser Spannungen wird aber von dem Widerstande (Q), den der Kolben findet, von seiner Geschwindigkeit (v) und von der Verdampfungsfähigkeit des Kessels (M) abhängen; die Abhängigkeit dieser Grössen untereinander wird durch die oben entwickelten Pambour'schen Formeln angegeben. Wird die Drosselklappe sehr eng gestellt, so steigert sich bei unveränderter Verdampfung die Kesselspannung so viel, bis der überwiegende Druck derselben das erzeugte Dampfquantum auch durch die verengte Zuführungsöffnung zu treiben vermag, woraus sich zunächst erkennen lässt, dass der Watt'sche Regulator die Dampfzuströmung nur für kurze Zeit zu reguliren vermag. Die grosse Geschwindigkeit, mit welcher der Dampf durch die verengte Drosselöffnung strömt, vermindert sich vor derselben; die grosse lebendige Kraft desselben setzt sich zum Theil in Wärme um, wodurch das vom Dampf mechanisch mit fortgeführte Wasser verdampft, und der Dampf entweder im trocknen gesättigten, oder gar im überhitzten Zustande in den Cylinder gelangt. Daher empfiehlt es sich, für gewöhnlich nicht mit ganz geöffneter Drosselklappe zu arbeiten. (In der Regel ist auch die Kesselspannung das $1\frac{1}{3}$ - bis $1\frac{1}{2}$ -fache der Cylinderspannung.) Es wird aber nothwendig, mit enggestellter Drosselklappe zu arbeiten, wenn der Dampfraum des Kessels nur klein ist, damit eine nicht ganz regelmässige Heizung keine zu grossen Störungen verursache, und wenn der nützliche Widerstand sehr veränderlich ist, damit durch eine plötzliche Oeffnung der Drosselklappe ein plötzlich eintretender grösserer Widerstand überwunden werden kann. So stellt man beim Locomotivbetrieb im Hügellande den Regulator auf ebenen Strecken eng und heizt stark. Kommt der Zug auf eine stark ansteigende Strecke, so öffnet man den Regulator ganz, stellt das Heizen

$$\frac{(a + c s_1) (s_0 - s)}{(a + s) (a + s_0)} - \log. \text{ nat. } \frac{a + s_0}{a + s} = \frac{(a + c s_1) (s_0 - s)}{(a + s) (a + s_0)} - \log. \text{ nat. } (1 + \frac{s_0 - s}{a + s}) = \frac{s_0 - s}{a + s} \left[\frac{a + c s_1}{a + s_0} - \left(1 - \frac{s_0 - s}{2(a + s)} + \frac{(s_0 - s)^2}{3(a + s)^2} \dots \dots \right) \right].$$

Beide Factoren müssen gleichzeitig null werden; der erste wird es für $s = s_0$, dies in die [] gesetzt und den Werth $= 0$ genommen, giebt $s_0 = c s_1$.

ganz ein und erweitert die Blaserohrmündung, damit der Widerstand beim Ausblasen des Dampfes vermindert wird. Auf der nächsten horizontalen oder geneigten Strecke kann dann der grosse Dampfverbrauch wieder durch starkes Heizen bei enggestellter Ausblaseöffnung und engem Regulator wieder eingebracht werden.

Abgesehen von dem Umstande, dass die beiden Annahmen, auf welche sich Pambour's Dampfmaschinentheorie stützt, ungenau sind, ist auch das Verhalten des Dampfes im Cylinder nicht so einfach, als bei der Entwicklung der obigen Formeln angenommen wurde. 1) Während der Volldruckperiode ist der Dampfdruck (p) nicht genau constant, weil die Bewegung des Schiebers gegen das Ende dieser Periode die Einströmungsöffnungen verengt, während doch der Kolben mit beschleunigter Geschwindigkeit vorgeht. 2) Die Expansionsperiode reicht nicht bis zur Beendigung des Kolbenweges, sondern hört etwas früher auf, sobald dem Dampfe der Abzug geöffnet wird; für den letzten, allerdings nur sehr kleinen Theil des Kolbenweges kann der schon im Abzug begriffene Dampf nur eine geringe Nachwirkung ausüben. 3) Die Gegenwirkung von Seiten der Atmosphäre oder des Condensators gegen die Vorderfläche des Kolbens ist oben als constant (p_0) angenommen; in der That sind aber drei Perioden in dieser Gegenwirkung zu unterscheiden: die Vorderdampfwirkung von Seiten des abziehenden Dampfes; die Compressionswirkung, von der Absperrung der Abzugswege an, und die Gegendampfwirkung, da kurz vor Beendigung des Kolbenweges der frische Dampf zugelassen wird. — Aus diesen Ursachen können nun die Pambour'schen Formeln keine ganz scharfen Resultate geben; sie sind aber sonst sehr nützlich, weil sie das Verhältniss der bei der Dampfmaschine in Betracht kommenden Hauptfactoren klar erkennen lassen.

§ 423. Theorie der Locomotive nach Pambour.

Es gelten hier zunächst die im vorigen Paragraphen aufgestellten Gleichungen, nur muss man für F die doppelte Kolbenfläche setzen, da zwei Dampfzylinder vorhanden sind. Es ist hier aber eine nähere Bestimmung der Last F q nöthig; in ihr sind folgende Bestandtheile zu unterscheiden: 1) Der Widerstand der fortzuziehenden Last; ist G das Gewicht der fortzuziehenden Wagenreihe und μ der Reibungscoefficient, so ist die nöthige Zugkraft μG (§ 140); befindet sich die Bewegung auf einer in dem Verhältniss $1 : \eta$ steigenden Bahn, so wächst die Zugkraft auf $(\mu + \eta) G$. Ist D der Durchmesser der Treibräder, so ist $(\mu + \eta) G D \pi$ die Arbeit dieses Widerstandes bei einer Radumdrehung, und der auf die doppelte Kolbenfläche F reducirte Widerstand ist demnach: $\frac{(\mu + \eta) G D \pi}{2 s_1}$, weil $2 s_1$ der Kolbenweg für eine Umdrehung der Treibräder ist. 2) Der Widerstand der sich bewegenden Locomotive; ist G_0 das Gewicht der Locomotive, so ist dieser reducirte Widerstand $\frac{(\mu + \eta) G_0 D \pi}{2 s_1}$. 3) Der Luftwiderstand gegen den bewegten Wagenzug. Ist O die Vorderfläche der Locomotive, o die jedes der m nachfolgenden Wagen, v_0 die Geschwindigkeit des Wagenzuges und ν ein (im § 375 bestimmter) Erfahrungscoefficient, so ist für den gesamten Luft-

widerstand nach Redtenbacher zu setzen: $\nu (Q + \frac{1}{4} m_0) v_0^2$; ist nun v wieder die Kolbengeschwindigkeit, so ist $v_0 = \left(\frac{D \pi}{2 s_1}\right) v$, und jener Luftwiderstand ist $\nu (Q + \frac{1}{4} m_0) \left(\frac{D \pi}{2 s_1}\right)^2 v^2$ und reducirt auf die Kolbenflächen F ist er: $\nu (Q + \frac{1}{4} m_0) \left(\frac{D \pi}{2 s_1}\right)^3 v^2$. 4) Der Widerstand des ausblasenden Dampfes. Da die Mündung des Blaserohrs verengt ist, so wird der Dampf vor dem Kolben etwas zurückgehalten, so dass seine Spannung im Durchschnitt grösser als die der äusseren Atmosphäre ist. Diese Vermehrung der Spannung wird von der grösseren oder geringeren Oeffnung des Ausblaserohrs und von der Kolbengeschwindigkeit abhängen; im Mittel kann man dieselbe gleich $\frac{1}{4}$ Atmosphärenspannung annehmen, also $1,25 p_0$ an die Stelle von p_0 setzen, wobei dann p_0 die einfache Atmosphärenspannung angiebt. Setzen wir nun der Einfachheit wegen:

8) $\frac{s}{a + s} + \log. \text{ nat. } \frac{a + s_1}{a + s} = k$, und bedenken, dass $F = 2 \cdot \frac{d^2}{4} \pi$ ist, wenn d den Kolbendurchmesser bezeichnet, so gehen jetzt die Gleichungen 3) und 4) des vorigen Paragraphen über in:

$$9) F v [\beta + (1 + \varepsilon) (\mu + \eta) (G + G_0) \frac{D}{d^2 s_1} + (1 + \varepsilon) \nu (Q + \frac{1}{4} m_0) \frac{D}{d^2 s_1} \left(\frac{D \pi}{2 s_1}\right)^2 v^2 + 1,25 p_0 + b] = \alpha k M. \text{ Ausserdem ist:}$$

$$10) v_0 = \frac{D \pi}{2 s_1} \cdot v.$$

Aus diesen Gleichungen kann man nun entweder v_0 die Bewegungsgeschwindigkeit, oder G das Gewicht der zu transportirenden Last, oder M das Gewicht des zu verdampfenden Wassers bestimmen. Die einfache Zugkraft der Locomotive ist $(\mu + \eta) (G + G_0)$, dieselbe kann nicht grösser werden, als die gleitende Reibung der Treibräder auf den Schienen beträgt; bezeichnet nun μ_1 den Coëfficienten dieser Reibung ($\frac{1}{6}$ bis $\frac{1}{12}$) und nehmen wir an, die Treibräder hätten $\frac{2}{3}$ des ganzen Gewichts der Locomotive zu tragen, so ist $\frac{2}{3} \mu_1 G_0$ die Grenze der wirksamen Zugkraft. Aus der Ungleichung $\frac{2}{3} \mu_1 G_0 > (\mu + \eta) (G + G_0)$ folgt nun:

$$11) G_0 > \frac{\mu + \eta}{\frac{2}{3} \mu_1 - \mu - \eta} G. \text{ Sind die Locomotivräder so unter einander gekuppelt, dass das ganze Locomotivgewicht auf den gekuppelten Rädern ruht, so ist } G_0 > \frac{\mu + \eta}{\mu_1 - \mu - \eta} G.$$

Die Bewegung der Locomotive innerhalb der Umdrehungszeit der Laufäder ist keine gleichförmige und auch keine einfach fortschreitende im strengeren Sinne, da der Locomotivkörper einige Schwankungen erleidet;

die Ursachen liegen in der Natur der Bewegungsübertragung durch Bleuelstange und Kurbel und in der Wirksamkeit zweier Dampfcylinder, deren Kurbeln um einen rechten Winkel versetzt sind. Selbst wenn die Cylinderaxen horizontal liegen, gehen aus dem Druck und dem Zug der meistens schräg wirkenden Treibstangen vertikale Kräfte hervor, welche den Druck der Treibräder gegen die Schienen abwechselnd vermehren und vermindern, dagegen stets die entgegengesetzte Wirkung auf die Vorderräder ausüben. Im verstärkten Maasse treten diese Kräfte dann hervor, wenn die Cylinderaxe selbst geneigt liegt. Diese Kräfte bringen aber eine geringe Drehung um eine horizontale Queraxe hervor, welche Erscheinung man das Stampfen oder Galopiren der Locomotive nennt. Da die beiden Cylinder nicht übereinstimmend arbeiten, so haben oft die auf der einen Seite der Locomotive wirkenden vertikalen Kräfte die entgegengesetzte Richtung als die auf der anderen Seite wirkenden, dadurch wird eine Oscillation um eine horizontale Längsaxe hervorgebracht, die man das Schwanken der Locomotive nennt. Da jede Kurbel abwechselnd im todten Punkte und im Maximum der Wirksamkeit steht und auch diese ungleichmässige Wirksamkeit nicht durch die Combination zweier Kurbeln vollständig ausgeglichen wird, so wird der Locomotivkörper innerhalb einer Umdrehung der Treibräder abwechselnd mehr oder weniger stark vorwärts geschoben, welche Ungleichmässigkeit das Rücken der Locomotive heisst. Da aber wiederum die grösste Wirksamkeit des Dampfes auf beiden Seiten der Locomotive nicht gleichzeitig eintritt, so hat abwechselnd die rechte und die linke Seite das grössere Bestreben vorzueilen, welches Bestreben um eine vertikale Axe zu oscilliren das Schlängeln (Schwänzeln) der Locomotive heisst. Das Schwanken und das Schlängeln der Locomotive ist grösser, wenn die Cylinder ausserhalb des Rahmens liegen, als wenn sie innerhalb desselben liegen; deshalb würde sich die innere Lage derselben empfehlen, wenn nicht für die äussere Lage entscheidend wäre, dass sie eine tiefere Schwerpunktslage des Locomotivkörpers und ungekröpfte und deshalb festere Treibradsaxen zulässt.

§ 424. Theorie der Dampfschiffe mit Schaufelrädern.

Ist f der grösste untergetauchte Querschnitt des Schiffs und c die Geschwindigkeit, mit welcher sich das Schiff im ruhenden Wasser fortbewegt, so ist nach § 342 der Widerstand des Wassers $\xi \gamma f \frac{c^2}{2g}$; der

Coëfficient ξ hängt von der Bauart des Schiffes ab, schwankt im Allgemeinen zwischen 0,05 und 0,33 und ist für Seedampfschiffe nach Campaignac im Mittel $= 0,0755$ zu nehmen. Ist f_1 der Inhalt einer doppelten Ruderschaufel (bei zwei Ruderrädern) und v_0 die Geschwindigkeit des Stosspunktes dieser Schaufeln, so ist $v_0 - c$ die relative Geschwindigkeit der Schaufeln gegen das Wasser und der Stossdruck ist

$\xi_1 \gamma f_1 \frac{(v_0 - c)^2}{2g}$. Nach Versuchen von Campaignac ist hier $\xi_1 = 2,76$ zu setzen.

Wird nun dieser Stossdruck gleich dem Widerstande des

Wassers gesetzt, so folgt: $v_0 - c = c \sqrt{\frac{\xi f}{\xi_1 f_1}}$, und hieraus:

12) $v_0 = c \left(1 + \sqrt{\frac{\xi f}{\xi_1 f_1}} \right)$. Den Ueberschuss der Schaufelgeschwin-

digkeit über die Schiffgeschwindigkeit, der sogenannte Rücklauf der Schaufeln, ist also um so geringer, je grösser die Schaufelfläche und je kleiner der Querschnitt des Schiffes ist. Das Verhältniss $\frac{v_0}{c}$ beider Geschwindigkeiten ist bei grossen Schiffen günstiger d. h. kleiner als bei kleineren Schiffen, es liegt erfahrungsmässig zwischen 1,25 und 1,55, beträgt also im Mittel 1,4. Bezeichnet L die in Fusspfunden ausgedrückte Leistung der Schiffsmaschine, so ist:

$$13) L = \xi_1 \gamma f_1 \frac{(v_0 - c)^2 v_0}{2g} = \xi \gamma f \frac{v_0 c^2}{2g} = \xi \gamma \frac{v_0}{c} \cdot \frac{1}{2g} f c^3 =$$

$\varphi f v_0 c^2$, wenn man den Coëfficienten $\xi \gamma \frac{1}{2g}$ mit φ bezeichnet. Für Dampfschiffe von < 20 , $20 - 50$, $50 - 160$, $160 - 200$, $200 - 300$, $300 - 400$, $400 - 500$ Pferdekkräfte hat φ bezüglich die Werthe: 0,110; 0,100; 0,090; 0,080; 0,070; 0,064; 0,058; dabei haben die Räder dieser Schiffe bezüglich die Umdrehungszahl: 40, 36, 28, 24, 21, 19, 18. Aus 12) und 13) folgt nun weiter:

$$14) c = \sqrt[3]{\frac{2g L}{\xi \gamma f \left(1 + \sqrt{\frac{\xi f}{\xi_1 f_1}}\right)}} = \sqrt[3]{\frac{L}{\varphi f \cdot \frac{v_0}{c}}}$$

Nun hängt aber die Leistungsfähigkeit L der Dampfmaschine von der Geschwindigkeit v des Dampfkolbens ab. Gelten die übrigen Bezeichnungen der §§ 422 und 423, und bezeichnet D den dynamischen Durchmesser der Räder, so ist $v: v_0 = 2 s_1 : D \pi$ und $v = \frac{2 s_1}{D \pi} v_0 = \frac{2 s_1}{D \pi} \left(1 + \sqrt{\frac{\xi f}{\xi_1 f_1}}\right) c$. Mit Hülfe dieses Werthes folgt nun aus Gleichung 6 § 422:

$$L = F q v = \frac{\alpha k M}{1 + \varepsilon} - \frac{2 F s_1}{D \pi} \left(1 + \sqrt{\frac{\xi f}{\xi_1 f_1}}\right)$$

$(\beta + b + p_0) c$. Setzen wir diesen Werth in Gleichung 13), so folgt zur Bestimmung von c die kubische Gleichung:

$$15) \frac{\alpha k M}{1 + \varepsilon} = \left(1 + \sqrt{\frac{\xi f}{\xi_1 f_1}}\right) \left[\frac{\xi \gamma f}{2g} c^3 + \frac{2 F s_1}{D \pi (1 + \varepsilon)} (\beta + b + p_0) c\right]$$

Die Geschwindigkeit c des fortschreitenden Schiffes wird um so grösser sein, je kleiner das zweite Glied der rechten Seite ist; der Werth dieses Gliedes hängt aber von der Spannung p des Dampfes im Cylinder ab.

Dieses Glied ist hervorgegangen aus $\frac{F v}{1 + \varepsilon} (\beta + b + p_0)$ und ist nach

Gleichung 2) gleich $\frac{\alpha M}{1 + \varepsilon} \cdot \frac{\beta + b + p_0}{\beta + p} \cdot \frac{s_1}{\alpha + s}$, daher folgt auch aus 15):

$$16) c = \sqrt[3]{\frac{\alpha M}{1 + \varepsilon} \left[k - \frac{\beta + b + p_0}{\beta + p} \cdot \frac{s_1}{\alpha + s} \right] \frac{2g}{\xi \gamma f \left(1 + \sqrt{\frac{\xi f}{\xi_1 f_1}} \right)}}$$

Für $p = P$ erhält man die grösstmögliche Geschwindigkeit. Ist c bestimmt, so müssen die Grössen F, s_1, D noch folgender Gleichung genügen:

$$17) \frac{2 F s_1}{D \pi} \left(1 + \sqrt{\frac{\xi f}{\xi_1 f_1}} \right) c = \frac{\alpha M}{\beta + p} \cdot \frac{s_1}{\alpha + s}.$$

Vorstehende Formeln werden etwas modificirt durch den Einfluss, den das Gewicht der Maschine und des Brennmaterials ausübt. Es bezeichne f den grössten Querschnitt des Schiffs ohne Maschine und ohne Brennmaterial, e sei seine Breite und u sein Querschnitt in der Schwimmebene; das Gewicht der Maschine mit dem Kessel sei λL und das Gewicht des stündlich verbrauchten Brennmaterials $\lambda_1 L$, die Fahrzeit betrage t Stunden. Bringt das Gewicht der Maschine und des Brennmaterials eine Einsenkung x hervor, so ist $x u \gamma = L (\lambda + \lambda_1 t)$; die Querschnittsfläche f vermehrt sich nun um $x e = \frac{L e (\lambda + \lambda_1 t)}{\gamma u}$, und die

Gleichung 13) geht jetzt über in: $L = \varphi v_0 c^2 \left[f + \frac{L e (\lambda + \lambda_1 t)}{\gamma u} \right]$. Hieraus folgt:

$$18) c = \sqrt[3]{\frac{\gamma L u}{\varphi [\gamma f u + L e (\lambda + \lambda_1 t)]} \frac{v_0}{c}};$$

$$19) L = \frac{\varphi f v_0 c^2}{1 - \frac{\varphi e (\lambda + \lambda_1 t)}{\gamma u} v_0 c^2}.$$
 Aus Gleichung 18) kann man die

Geschwindigkeit des Schiffs für beliebige Zeitpunkte der Fahrt und mit Hülfe der Simpson'schen Regel auch angenähert den ganzen Weg berechnen; aus Gleichung 19) erkennt man, dass die Leistungsfähigkeit in einem stärkeren als in dem kubischen Verhältnisse mit der Geschwindigkeit wächst. — Bewegt sich das Dampfschiff in einem Strome, der die Geschwindigkeit c_0 besitzt, so bestimmt sich der Widerstand des Wassers gegen das Schiff nach der relativen Geschwindigkeit $c \pm c_0$, je nachdem das Schiff stromaufwärts oder stromabwärts fährt, und der Druck der Schaufeln gegen das Wasser richtet sich nach der Geschwindigkeit $v_0 = (c \pm c_0)$. Demnach ist in obigen Formeln für diesen Fall immer $c \pm c_0$ an die Stelle von c zu setzen. — Wird ein Dampfschiff gebraucht, um ein anderes zu schleppen, ist f_2 der untergetauchte grösste Querschnitt des letzteren und ξ_2 der von seiner Bauart abhängige Widerstandscoefficient, so folgt: $v_0 = c \left(1 + \sqrt{\frac{\xi f + \xi_2 f_2}{\xi_1 f_1}} \right)$ und $L =$

$\varphi \left(1 + \frac{\xi_2 f_2}{\xi f} \right) f c^3$. — Wirkt ausser der Dampfkraft auch noch die Windkraft K auf das Schiff, so gehen die beiden Fundamentalgleichungen über in: $\xi_1 \gamma f_1 \frac{(v_0 - c)^2}{2g} = \xi \gamma f \frac{c^2}{2g} - K$ und $L =$

$\xi_1 \gamma f_1 \frac{(v_0 - c)^2}{2g} v_0$. Ist K sehr gross, so müssten sich die Räder

sehr schnell umdrehen, die Dampfmaschine würde also unter ungünstigen Umständen arbeiten, weshalb es in diesem Falle vortheilhafter ist, die Dampfmaschine ruhen zu lassen. Für diesen Fall müssen aber die Räder ausgerückt werden können, damit sie sich mit der Geschwindigkeit $v_0 = c$ des fortschreitenden Schiffs umdrehen können.

§ 425. Theorie der Schraubendampfschiffe.

Unter Beibehaltung der Bezeichnung des vorigen Paragraphen ist $\xi \gamma f \frac{c^2}{2g}$ wieder der Widerstand, den das mit der Geschwindigkeit c sich bewegende Schiff findet. Bezeichnet nun f_1 ein kleines Flügelement, das in der Entfernung r von der Umdrehungsaxe sich befindet und unter dem Winkel α gegen die Umdrehungsebene geneigt ist; ist ferner φ die Umdrehungsgeschwindigkeit, so ist $r \varphi$ die Geschwindigkeit jenes Flächentheils während der Rotation der Schraube. Zerlegt man sowohl diese Geschwindigkeit als auch die der fortschreitenden Schiffsbewegung in Bezug auf die Ebene des Elementes f_1 , so erhält man normal zu dieser Ebene die Geschwindigkeiten $r \varphi \sin \alpha$ und $c \cos \alpha$, das Flügelement drückt daher gegen das Wasser mit der normalen Geschwindigkeit $(r \varphi \sin \alpha - c \cos \alpha) = (r \varphi \operatorname{tng} \alpha - c) \cos \alpha$. Gehört nun das Flügelement f_1 einer Schraubenfläche zur Steighöhe h an, so ist $2 r \pi \cdot \operatorname{tng} \alpha = h$, also $r \operatorname{tng} \alpha = \frac{h}{2 \pi}$; daher ist jene normale Geschwindigkeit des Flügelements $\left(\frac{h \varphi}{2 \pi} - c\right) \cos \alpha$, und der Normaldruck, den dasselbe ausübt, ist $\xi_1 \gamma f_1 \left(\frac{h \varphi}{2 \pi} - c\right)^2 \cdot \frac{\cos \alpha^2}{2 g} = N$. Dieser Normaldruck bringt in der Richtung der Umdrehungsaxe, d. i. in der Kielrichtung den Druck $N \cos \alpha = \xi_1 \gamma f_1 \left(\frac{h \varphi}{2 \pi} - c\right)^2 \frac{\cos \alpha^3}{2 g}$ und in der Richtung der Umdrehung der Schraube den Widerstand $N \sin \alpha = \xi_1 \gamma f_1 \left(\frac{h \varphi}{2 \pi} - c\right)^2 \frac{\sin \alpha \cos \alpha^2}{2 g}$ hervor. Dieser Widerstand wird mit der Geschwindigkeit $r \varphi$ überwunden, verlangt also dazu die Arbeit $\xi_1 \gamma f_1 \left(\frac{h \varphi}{2 \pi} - c\right) \frac{r \varphi \sin \alpha \cos \alpha^2}{2 g} = \xi_1 \gamma f_1 \left(\frac{h \varphi}{2 \pi} - c\right)^2 \frac{h \varphi \cos \alpha^3}{2 \pi \cdot 2 g}$. Summirt man diese Arbeit für alle Theile der Schraubenfläche, so erhält man die Leistung der Dampfmaschine in Fusspfunden:

$$20) L = \xi_1 \gamma \left(\frac{h \varphi}{2 \pi} - c\right)^2 \cdot \frac{h \varphi}{2 \pi} \cdot \frac{1}{2 g} \Sigma (f_1 \cos \alpha^3).$$

Summirt man aber alle jene Drucke $N \cos \alpha$, welche in der Kielrichtung

wirken, so erhält man eine Kraft, welche dem Wasserwiderstande gleich gesetzt wird, und es folgt dann:

$$21) \zeta_1 \gamma \left(\frac{h \varphi}{2 \pi} - c \right)^2 \frac{1}{2 g} \Sigma (f_1 \cos \alpha^3) = \zeta \gamma f \frac{c^2}{2 g}.$$

Hieraus folgt weiter:

$$22) \frac{h \varphi}{2 \pi} = \left(1 + \sqrt{\frac{\zeta f}{\zeta_1 \Sigma (f_1 \cos \alpha^3)}} \right); \text{ und}$$

$$23) L = \zeta \gamma f \cdot \frac{h \varphi}{2 \pi} \cdot \frac{c^2}{2 g} = \varphi_1 f \frac{h \varphi}{2 \pi} \cdot c^2, \text{ wo } \varphi_1 \text{ die Bedeutung von } \varphi \text{ im vorigen Paragraphen hat. Zur Fortbewegung des Schiffs wird die Arbeit } \zeta_1 \gamma \left(\frac{h \varphi}{2 \pi} - c \right)^2 \frac{c}{2 g} \Sigma (f_1 \cos \alpha^3) \text{ erfordert, daher ist der Wirkungsgrad}$$

$$x = c : \frac{h \varphi}{2 \pi} = \frac{2 c \pi}{h \varphi} = \frac{1}{1 + \sqrt{\frac{\zeta f}{\zeta_1 \Sigma (f_1 \cos \alpha^3)}}}.$$

Es kommt bei der Anwendung der vorstehenden Gleichungen vorzugsweise auf die Entwicklung der Summe $\Sigma (f_1 \cos \alpha^3)$ an. Denken wir uns, die Gesamtheit der Radflügel bilde einen vollständigen Schraubengang von der Steighöhe h , dem äusseren Radius r_1 und dem inneren Radius r_3 , und denken wir f_1 sei ein Streifen dieser Schraubenfläche, begrenzt von zwei Schraubenlinien, in der Breite d und in der mittleren Entfernung r an der Drehaxe; so ist $f_1 \cos \alpha = 2 r d \pi$ und

$$\Sigma (f_1 \cos \alpha^3) = 2 \pi \Sigma (r d \cos \alpha^2). \text{ Ist nun } r_2 = \frac{r_1 + r_3}{2} \text{ der mittlere Radius, bezeichnen } \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \text{ die zu den Radien } r_1, r_2, r_3 \text{ gehörigen Steigwinkel, so findet man nach der Simpson'schen Regel angenähert:}$$

$$\Sigma (f_1 \cos \alpha^3) = 2 \pi \cdot \frac{r_1 - r_3}{6} [r_1 \cos \alpha_1^2 + 4 r_2 \cos \alpha_2^2 + r_3 \cos \alpha_3^2]. \text{ Da}$$

$$\text{nun } \cos \alpha^2 = \frac{1}{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{4 r^2 \pi^2}{4 r^2 \pi^2 + h^2}, \text{ so folgt auch: } \Sigma (f_1 \cos \alpha^3) =$$

$$4 \pi^3 \cdot \frac{r_1 - r_3}{6} \left[\frac{2 r_1^3}{4 r_1^2 \pi^2 + h^2} + \frac{(r_1 + r_3)^3}{(r_1 + r_3)^2 \pi^2 + h^2} + \frac{2 r_3^3}{4 r_3^2 \pi^2 + h^2} \right]. \text{ Man sieht}$$

hieraus, dass bei gleicher radialer Ausdehnung der Schraube $\Sigma (f_1 \cos \alpha^3)$ für eine geringe Steighöhe am grössten wird; mit dieser Grösse wächst aber zugleich der Wirkungsgrad der Maschine. Ist aber h gering, so muss dagegen φ sehr gross sein, d. h. die Schraube muss sich sehr schnell umdrehen; damit wachsen aber nicht blos die Reibungswiderstände in der Maschine, sondern der Dampf selbst kann seine ganze Kraft nicht entfalten; daher wird eine mittlere Steighöhe am vortheilhaftesten sein. Die radiale Ausdehnung der Schraube ist von der Eintauchungstiefe des Schiffs abhängig. Man kann auch hier $\zeta = 0,0755$ setzen; für ζ_1 ist etwa der Werth 1,25 zu nehmen.

§ 426. Theorie der Dampfmaschine nach der mechanischen Wärmelehre.

1) Arbeitet expandirender Dampf so, dass er fortwährend seinen vollen Expansionsdruck ausübt, so ist die frei werdende Arbeit, oder, was dasselbe ist, die in Arbeit umgesetzte Wärme nicht ganz proportional mit

der gleichzeitig eintretenden Temperaturerniedrigung; sie nimmt bei fortschreitender Expansion in Folge der gleichzeitig fortschreitenden Condensation etwas ab, ist aber bei Dampf von höherer Temperatur etwas geringer als bei Dampf von niedrigerer Temperatur. Achtet man aber auf die in diesen beiden Fällen eintretenden geringen Differenzen nicht, so kann man im Mittel setzen, dass von einem Pfund gesättigten Dampf für jeden Grad der bei der Expansion eintretenden Temperaturerniedrigung eine Wärmemenge von 1,1131 W.E. in Arbeit umgesetzt wird. — Hat der gesättigte Dampf die anfängliche Temperatur t und dehnt er sich bei der Expansion auf das e -fache seines ursprünglichen Volumens aus, so kann man angenähert die dabei in Arbeit umgesetzte Wärmemenge gleichsetzen: $(28 + 0,9 t) \left[1 - \left(\frac{1}{e} \right)^{0,3} \right]$.

Die Hauptschwierigkeit, welche sich zur Zeit einer Dampfmaschinen-Theorie nach den Principien der mechanischen Wärmelehre entgegenstellt, besteht darin, dass man auf theoretischem Wege keine einfachen Formeln über das Verhältniss der Temperaturverminderung, der Volumensvermehrung und der in Arbeit umgesetzten Wärme hat bisher ableiten können. Man muss sich daher zunächst mit einer Formel begnügen, die aus den theoretisch berechneten Zahlenwerthen empirisch abgeleitet ist. Nach den Formeln des § 396 kann man für ein Pfund gesättigten Dampf von der Temperatur t , wenn derselbe expandirt und die hierbei eintretende Temperaturerniedrigung gegeben ist, die Gewichtsmenge x des gebildeten Wassers, die in Arbeit umgesetzte Wärmemenge l , die eintretende Volumensvermehrung y und hieraus wieder das Verhältniss e der Expansion berechnen. Denkt man sich nun ein Pfund Wasserdampf von bezüglich 150° , 140° , 130° , 120° , 110° Temperatur und lässt denselben um 10° , 20° , 30° , 40° , 50° expandiren, so erhält man nach § 396 folgende Resultate:

1) Temperaturerniedrigung 10° .

t°	x	l	y	e
150	0,01940	11,264	1,682	1,270
140	0,01913	11,290	2,339	1,290
130	0,01887	11,317	3,297	1,311
120	0,01862	11,345	4,733	1,334
110	0,01837	11,373	6,931	1,360

2) Temperaturerniedrigung 20° .

150	0,03779	22,359	3,980	1,639
140	0,03728	22,413	5,578	1,692
130	0,03679	22,470	7,957	1,750
120	0,03631	22,524	11,544	1,815

3) Temperaturerniedrigung 30° .

150	0,05525	33,299	7,162	3,153
140	0,05453	33,386	10,148	2,258
130	0,05385	33,481	14,640	2,382

4) Temperaturerniedrigung 40° .

150	0,07187	44,047	11,652	2,871
140	0,07094	44,216	16,726	3,074

5) Temperaturerniedrigung 50° .

150	0,08766	54,767	18,118	3,910
-----	---------	--------	--------	-------

Aus diesen Zahlenwerthen sieht man nun, dass die Werthe von l sehr angenähert der Temperaturerniedrigung proportional sind, dass sie aber mit abnehmender Temperatur t wachsen und für grössere Temperaturdifferenzen relativ kleiner werden. Die Werthe von l auf 1° Temperaturerniedrigung bezogen sind für die oben unterschiedenen fünf Gruppen im Mittel 1,1318; 1,1221; 1,1130; 1,1033; 1,0953; der Mittelwerth hieraus ist 1,1131. Sucht man nun eine Formel, welche die Beziehung zwischen e und l wiedergibt, so sieht man bald, dass l nicht mit $\log e$ proportional ist; denn während l von 11,264 auf 22,359, also nicht auf das Doppelte steigt, wächst e von 1,270 auf 1,639, also auf mehr als das Quadratische, auch würde $l = A \log e$ die falsche Beziehung einschliessen, dass für $e = \infty$ auch $l = \infty$ würde. Setzt man nach Analogie der im § 368 entwickelten Formeln: $l = (A + B t) \left[1 - \left(\frac{1}{e} \right)^n \right]$, so findet man, dass für $A = 28$, $B = 0,9$, $n = 0,3$ diese Formel die Beziehung zwischen l , e und t sehr nahe wieder giebt.

2) Bildet sich aus einem Pfund Wasser Dampf von t° und der Spannung p , und ist u die Volumenzunahme, welche das Wasser bei der Dampfbildung erhält, so vermag dieser Dampf den Volldruck p (auf die Flächeneinheit) um das Volumen u vorschiebend auszuüben, also die Arbeit $p u$ zu verrichten; die dabei in Arbeit umgesetzte Wärme ist also $\frac{p u}{W}$, wofür in § 393 der Werth $32,28 + 0,0776 t$ gefunden ist, wofür wir hier abgerundet $32 + 0,08 t$ setzen wollen. Dehnt sich dieser Dampf expandirend noch auf das e -fache seines Volumens aus, so beträgt die hierbei in Arbeit umgesetzte Wärmemenge $(28 + 0,9 t) \left[1 - \left(\frac{1}{e} \right)^{0,3} \right]$; es geht also im Ganzen bei der Arbeit dieses Dampfes die Wärmemenge $32 + 0,08 t + (28 + 0,9 t) \left[1 - \left(\frac{1}{e} \right)^{0,3} \right] = (60 + 0,98 t) - (28 + 0,9 t) \left(\frac{1}{e} \right)^{0,3}$ verloren; die verrichtete Arbeit ist demnach 1350 $\left[(60 + 0,98 t) - (28 + 0,9 t) \left(\frac{1}{e} \right)^{0,3} \right]$ Fusspfund. Werden nun in einer Sekunde M Pfund Wasser verdampft, so ist das M -fache dieses Werthes die vom Dampf geleistete Arbeit. Bezeichnet s den Volldrucksweg des Dampfkolbens, s_1 den ganzen Kolbenweg, a die Höhe des schädlichen Raumes, so ist $e = \frac{a + s_1}{a + s}$. Ist Q wieder der auf die Flächeneinheit der Kolbenfläche F reducirte Gesamtdruck und v die mittlere Geschwindigkeit, so ist $F Q v$ die sekundliche Arbeit der Last. Es folgt nun:

$$1) F Q v = 1350 M \left[60 + 0,98 t - (28 + 0,9 t) \left(\frac{a + s}{a + s_1} \right)^{0,3} \right].$$

Bezeichnet u_0 das Volumen, das ein Pfund gesättigter Dampf von t° einnimmt, so haben wir in der Sekunde das Dampfvolum $M u_0$. Für

den einzelnen Kolbenweg s_1 ist nun das Dampfvolumen $F(a+s)$ nöthig, also für den Kolbenweg v in der Sekunde das Dampfvolumen $Fv \cdot \frac{a+s}{s_1}$.

Demnach ist:

2) $M u_0 = Fv \frac{a+s}{s}$. Hier ist $u_0 = u + 0,0162$, und u ist aus der Dampftabelle zu entnehmen, wenn t bekannt ist. Aus diesen beiden Gleichungen folgt:

$$3) Q = 1350 \frac{(a+s)}{u_0 s_1} \left[60 + 0,98 t - (28 + 0,9 t) \left(\frac{a+s}{a+s_1} \right)^{0,3} \right].$$

Für Q gilt ferner auch die Gleichung 5) aus § 422:

4) $Q = (1 + \epsilon) q + p_0 + b$, wo ϵ , q , p_0 , b die dort angegebenen Bedeutungen behalten. Hier ist p_0 der einfache Atmosphärendruck, wenn die Maschine ohne Condensation arbeitet; ist aber Condensation vorhanden, so richtet sich p_0 nach der im Condensator herrschenden Temperatur t_0 und ist dann dieser Temperatur gemäss aus der Dampftabelle zu entnehmen. Aus 3) und 4) folgt nun:

$$5) q = \frac{1}{1 + \epsilon} \left[\frac{1350 (a+s)}{u_0 s_1} \left[60 + 0,98 t - (28 + 0,9 t) \left(\frac{a+s}{a+s_1} \right)^{0,3} \right] - (p_0 + b) \right].$$

Diese Gleichung zeigt, wie die reducirte Nutzlast q abhängig ist von der Anfangstemperatur des Dampfes und dem Expansionsverhältniss; da aber ein einfaches Gesetz über den Zusammenhang von t und u_0 nicht bekannt ist, so kann man aus dieser Gleichung nicht direct t finden, wenn q gegeben ist. Die aus 2) folgende Gleichung:

6) $Fv = M u_0 \frac{s_1}{a+s}$ zeigt aber, dass, weil für ein kleineres q die Geschwindigkeit der Maschine, also auch Fv grösser ist, auch u_0 einen grösseren Werth, folglich t einen geringeren annehmen muss. Aus 5) und 6) folgt nun für die Nutzleistung L der Maschine in Fusspfunden:

$$7) L = Fv q = \frac{M}{1 + \epsilon} \left[1350 \left[60 + 0,98 t - (28 + 0,9 t) \left(\frac{a+s}{a+s_1} \right)^{0,3} \right] - \frac{u_0 s_1}{a+s} (b + p_0) \right].$$

Die Temperatur t , welche der Dampf während der Volldruckperiode hat, ist immer geringer als die Temperatur des Dampfes im Kessel; diese Differenz hängt zunächst von den Wärmeverlusten ab, welche der Dampf auf seinem Wege zum Cylinder findet und welche durch die Länge, Weite und Umhüllung des Dampfrohrs bedingt sind. Selbst im günstigen Falle dürfte diese Temperaturermässigung nicht unter 2° betragen. Bei einem geringen Nutzwiderstande und einem schnellen Gange der Maschine wird aber dem in den Cylinder einströmenden

Dampf ein grösseres Volumen geboten, als er vorher hatte, er expandirt also gewissermassen schon in der Volldruckperiode und nimmt dabei eine geringere Temperatur an. — Die Expansion des Dampfes darf man nicht weiter treiben als bis dahin, wo die Endspannung des Dampfes gleich p_0 geworden ist. Man kann nun den Expansionsgrad e berechnen, wenn man die Temperatur t_1 am Ende der Expansion kennt. Für ein Pfund expandirenden Dampf werden bei einer Temperaturerniedrigung von t auf t_1 Grad $1,1131 (t - t_1)$ WE. in Arbeit umgesetzt; da dieser Ausdruck aber dem andern $(28 + 0,9 t) \left[1 - \left(\frac{1}{e} \right)^{0,3} \right]$ gleich sein muss, so folgt hieraus $e = \left[\frac{28 + 0,9 t}{28 + 0,9 t - 1,1131 (t - t_1)} \right]^{10/3}$.

Findet keine Condensation statt, so ist für die günstigste Expansion $t_1 = 100^\circ$ zu setzen. — Will man nun noch bestimmen, wie viel Procent der an das Wasser übergegangenen Wärme in Arbeit überhaupt umgesetzt wird, so ergibt sich dafür der Werth: $100 [60 + 0,98 t - (28 + 0,9 t) \left(\frac{a + s}{a + s_1} \right)^{0,3}] : (606,5 + 0,305 t)$; dieser Ausdruck modificirt sich etwas nach Gl. 7, wenn nur die nutzbare Arbeit gemeint ist.

§ 427. Vermischte Aufgaben.

402. Bei einer gebräuchlichen guten Schieberanordnung ist der Voreilungswinkel $\delta = 30^\circ$, die äussere Ueberdeckung ist $0,4 r$, die innere $0,1 r$ und die Kanalweite $0,6 r$, wenn r die Excentricität des zugehörigen Excenters ist. Man soll nun durch Rechnung bestimmen: 1) wie hoch die Ausflussöffnung (x) und wie hoch die Einflussöffnung (y) ist, wenn der Kolben im Begriff ist, umzukehren; 2) welchen Weg (s_1) der Kolben von seinem ganzen Wege s zurückgelegt hat, wenn die Einstromungsöffnung ganz geöffnet ist; welchen (s_2), wenn sie sich wieder zu schliessen beginnt; welchen (s_3), wenn die Dampfzuströmung ganz unterbrochen ist, und welchen (s_4), wenn dem expandirenden Dampf der Abzug geöffnet wird; 3) welchen Weg (s_5) der Kolben zurückgelegt hat, wenn die Abzugsöffnung ganz frei ist; welchen (s_6), wenn sie sich wieder zu schliessen beginnt; welchen (s_7), wenn der Abzug des Dampfes ganz unterbrochen wird, und welchen (s_8), wenn das Eintreten des Gegendampfes beginnt? Aufl. 1) $x = 0,4 r$; $y = 0,1 r$. 2) $s_1 = s_2 = 0,25 s$; $s_3 = 0,7968 s$; $s_4 = 0,9559 s$. 3) $s_5 = 0,0158 s$; $s_6 = 0,6342 s$; $s_7 = 0,9059 s$; $s_8 = 0,9969 s$.

403. Wie gross muss die äussere (m) und die innere Deckung (n) und wie gross der Voreilungswinkel (δ) eines Vertheilungsschiebers genommen werden, wenn bei der Umkehr des Kolbens die Dampfeinströmungsöffnung $0,1$ und die Dampfausströmungsöffnung $0,4$ der Excentricität r betragen und der Dampf bei $\frac{3}{4}$ des Kolbenweges abgesperrt werden soll? Aufl. $m = 0,4492 r$; $n = 0,1492 r$; $\delta = 33^\circ 18,6''$.

404. Welchen Weg hat der Kolben bei der Schieberanordnung der vorigen Aufgabe zurückgelegt, wenn der Abfluss des Dampfes abgesperrt wird? Aufl. $0,8722$ des ganzen Weges.

405. Bei einer Watt'schen Niederdruckmaschine betrage, wie gewöhnlich, der Ueberdruck des Dampfes $\frac{1}{6}$ und der Gegendruck vom Condensator $\frac{1}{8}$ Atmosphäre; der Kolben habe $2'$ im Durchmesser, habe einen Hub von $5'$ und mache 20 Kolbenspiele in der Minute. Welches ist der Effect E dieser Maschine, wenn sie ohne Expansion wirkt, und welches Wasserquantum (M) muss in der Minute verdampft werden? Aufl. $E = k \cdot 46,21$ Pfdkr. Wird nun nach § 422 $k = 0,52$ gesetzt, so ist $E = 24,03$ Pfdkr. $M = 27,2$ Pfd.

406. Welchen Effect erhält man für die in der vorigen Aufgabe angegebene Maschine, wenn man mit Treddgold annimmt, dass von dem directen Dampfdruck nur $0,632$ wirksam wird? Aufl. $27,15$ Pfdkr.

407. Welchen Effect giebt die vorige Maschine, wenn sie mit Expansion arbeitet und der Dampf auf der Mitte des Kolbenweges abgesperrt wird? Aufl. $E = k \cdot 38,27 = 19,9$ Pfdkr. (Die Näherungsformel in § 422 giebt $k \cdot 38,3$.)

408. Welchen Effect giebt eine Maschine, die mit Dampf von 4 Atmosphären Spannung bei 4facher Expansion ohne Condensation arbeitet, wenn der Kolben einen Durchmesser von 18" und eine Hubhöhe von 3' hat und in der Minute 24 Spiele macht? Aufl. $E = k \cdot 24,9 \text{ Pfdkr.} = 9,96 \text{ Pfdkr.}$, wenn man $k = 0,4$ nimmt. (Die Näherungsformel giebt $\varepsilon = k \cdot 25,6 \text{ Pfdkr.}$)

409. Welchen grössten Nutzeffect (E_0) kann man mit einer Maschine mit Expansion und ohne Condensation erzielen, wenn der Kessel in der Minute 40 Pfd. Wasser verdampft und die Dampfspannung im Kessel 65 Pfd. auf den Quadratzoll beträgt? Welches Expansionsverhältniss $\left(\frac{s_1}{s}\right)$ muss in diesem Falle angewendet werden? Aufl. $\frac{s_1}{s} = 3,596$. $E_0 = 96 \text{ Pfdkr.}$

410. Wenn im Fall der vorigen Aufgabe der Dampfkolben einen Durchmesser von 2' und eine Hubhöhe von 4' hat, wie viel Kolbenspiele (n) macht derselbe in der Minute? Aufl. $n = 33$.

411. Welchen Effect (E) kann die vorige Maschine höchstens geben und wie viel Kolbenspiele (n) macht sie in der Minute, wenn sie ohne Expansion arbeitet? Aufl. $E = 56,75 \text{ Pfdkr.}$ $n = 10,3$.

412. Welchen Effect giebt die vorige Maschine, wenn sie ohne Expansion arbeitet und a) 20, b) 30 Kolbenspiele in der Minute macht? Aufl. a) 36,2 Pfdkr. b) 15,05 Pfdkr.

413. In einer Niederdruckmaschine, die mit Condensation und ohne Expansion arbeitet, habe der Kolben einen Durchmesser von 34" und eine Hubhöhe von 8'; der Dampfdruck im Kessel betrage 18 Pfd. und der im Condensator im Mittel 4 Pfd. auf den Quadratzoll, und im Kessel werden in jeder Minute 56 Pfd. Wasser verdampft. Bei welcher Geschwindigkeit (v) giebt diese Maschine den günstigsten Nutzeffect und wie gross ist derselbe (E)? Aufl. $v = 3,18'$. ($n = 11,9$.) $E = 68,8 \text{ Pfdkr.}$

414. Welchen Effect giebt die vorige Maschine, wenn sie 20 Kolbenspiele in der Minute macht? Aufl. 45,1 Pfdkr.

415. Eine Locomotive von 200 Ctr. Gewicht soll 10 beladene Wagen, jeden von 120 Ctr. Gewicht, auf einer Eisenbahnstrecke von $\frac{1}{500}$ Steigung mit einer Geschwindigkeit von 5 Meilen in der Stunde aufwärts ziehen. Die Dampfkolben haben 11" Durchmesser und 16" Hubhöhe, die Triebräder sind 5' hoch. Wie gross (Q) ist der auf den Quadratzoll der Kolbenfläche reducirte Widerstand, und wie viel Dampf (M) muss in der Minute entwickelt werden? Die Vorderfläche der Locomotive werde zu 80, die jedes Wagens zu 40 QF. angenommen, der Reibungscoefficient sei $\mu = \frac{1}{250}$. Aufl. $Q = 57,91 \text{ Pfd.}$ $M = 62,046 \text{ Pfd.}$, wegen des mechanisch-mitgeführten Wassers ist der Wasserverbrauch aber etwa 20—25 % grösser.

416. Wie gross ist der Dampfverbrauch (M) in der Minute, wenn dieselbe Locomotive denselben Wagenzug auf horizontaler Bahn mit 6 Meilen Geschwindigkeit bewegen soll? Aufl. $M = 67,68 \text{ Pfd.}$

417. Welche Last kann eine 200 Ctr. schwere Locomotive, deren Triebräder mit $\frac{2}{3}$ des ganzen Gewichtes belastet sind, bei schlechtem Wetter ($\mu_1 = \frac{1}{12}$) eine Bahnstrecke noch hinaufziehen, welche im Verhältniss 1:100 steigt? Aufl. 594 Ctr.

418. Ein Dampfschiff habe in der Schwimmfläche eine Länge von 160', eine Breite von 24', eine Tauchung von 4'; der Querschnitt betrage 0,8 vom umschriebenen Rechteck und der untergetauchte Schiffskörper sei 0,42 vom umschriebenen Parallelepipedum. Wie stark (E) muss die Maschine sein, um dieses Schiff mit 12' Geschwindigkeit im ruhigen Wasser fortzutreiben; wie gross ($\frac{1}{2} f_1$) ist die einzelne Radschaukel zu machen, wenn ihr Rücklauf 0,4 betragen soll, und wie gross muss der Raddurchmesser D sein? Aufl. $E = 38,71 \text{ Pfdkr.}$ ($f = 76,8$; $\varphi = 0,10$) $\frac{1}{2} f_1 = 6,6 \text{ QF.}$ $D = 8,9'$.

419. Welche Last kann das in voriger Aufgabe erwähnte Schiff aufnehmen, wenn das Schiff mit Zubehör 100000 Pfd., die Maschine 80000 Pfd. wiegt; wenn letztere stündlich 400 Pfd. Brennmaterial gebraucht und die

Fahrt 10 Tage dauern soll? Aufl. 170362 Pfd., hierbei ist das mitzunehmende Brennmaterial nur zur Hälfte gerechnet.

420. Welche Geschwindigkeit wird das Dampfschiff der vorigen Aufgabe am Anfange und welche am Ende seiner Fahrt haben, wenn die Schwimmbene 0,6 vom umschriebenen Rechteck beträgt? Aufl. Im Anfange 11,61', am Ende 12,45'.

421. Das vorige Dampfschiff soll durch eine 4' hohe Schraube mit 4' Steigung, deren innerer Radius $\frac{1}{2}'$ beträgt, in Bewegung gesetzt werden. Wie oft (n) muss derselbe in der Minute umlaufen, und welche Dampfkraft gehört dazu? Aufl. $n = 305,7$. $E = 47$ Pfdkr. ($\varphi = 0,10$.)

422. Welche Resultate giebt die vorige Aufgabe, wenn die Steigung der Schraube 6' beträgt? Aufl. $n = 213$. $E = 49,1$ Pfdkr.

423. Wenn die Anfangstemperatur des im Cylinder expandirenden Dampfes 150° , die Endtemperatur 100° ist, welches Expansionsverhältniss (e) erhält man dann nach der mechanischen Wärmelehre? Aufl. $e = 4,025 = \frac{a + s_1}{a + s}$; $\frac{s_1}{s} = 4,74$.

424. Welchen Nutzeffect giebt eine mit Expansion und ohne Condensation arbeitende Maschine, wenn der Kessel in der Minute 40 Pfd. Wasser verdampft, die Anfangstemperatur des Dampfes im Cylinder 150° und die Endtemperatur 100° ist? Aufl. 100,2 Pfdkr.

425. Wie viel Kolbenspiele (n) macht die vorige Maschine, wenn der Kolben 2' Durchmesser und die Hubhöhe 4' beträgt? Aufl. $n = 38,3$.

426. Welchen Effect (E) giebt diese Maschine, und wie viel Kolbenspiele macht sie in der Minute, wenn sie ohne Expansion arbeitet? Aufl. $E = 56,66$ Pfdkr. $n = 9,5$. (Man vergleiche mit den letzten vier Aufgaben die obigen Aufgaben 409—411, in denen ein verwandter Fall nach Pambour's Theorie behandelt ist.)

427. Wie viel Procent der an das Wasser übergegangenen Wärme werden bei der vorigen Maschine in Nutzarbeit umgesetzt; a) wenn die Maschine mit voller Expansion, b) wenn sie ohne Expansion arbeitet. Aufl. a) 8,2%. b) 4,6 %.

Leipzig.
Druck von A. Th. Engelhardt.

Druck von A. M. Engelhardt.

Anthony Perkins
Lam



Schrader, Wilhelm

Elemente der Mechanik und Maschinenlehre für technische Lehranstalten und
zum Selbststudium ; in zwei Theilen

Bd.: 2

Halle 1862

Math.a. 214 p-2

urn:nbn:de:bvb:12-bsb10081138-7